

现代计算机科学与技术教材系列

算法设计与分析

SUANFA SHEJI YU FENXI



张德富 编著



国防工业出版社
National Defense Industry Press

现代计算机科学与技术教材系列

算法设计与分析

张德富 编著

国防工业出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书主要取材于算法设计与分析领域的经典内容,并介绍了算法设计的发展趋势。内容主要包括非常经典的算法设计技术,例如递归与分治、动态规划、贪心、回溯、分支限界、图算法,也包括了一些高级的算法设计主题,例如网络流和匹配、启发式搜索、线性规划、数论以及计算几何。在算法分析方面,介绍了概率分析以及最新的分摊分析和实验分析方法。在算法的理论方面,介绍了问题的下界、算法的正确性证明以及 NP 完全理论等方面的内容。本书包括大量的问题实例,并给出了相应的设计与分析方法,书后精选了一些习题,供读者练习,以巩固所学的算法。工业应用领域的许多实际问题 and 疑难问题都需要有效的求解算法,本书提供了设计有效算法的基础以及大量的可供选择的解决途径。

本书内容基本上涵盖了目前程序设计竞赛所要掌握的算法,并在书后精选了部分 ACM 国际大学生程序设计竞赛的题目,供大家练习。

本书可作为计算机科学系、数学系、软件学院等专业本科及研究生课程的教材,特别适合于有志于参加程序设计竞赛的学生学习和训练。

图书在版编目(CIP)数据

算法设计与分析/张德富编著. —北京:国防工业出版社,
2009. 8

(现代计算机科学与技术教材系列)

ISBN 978-7-118-06308-0

I. 算... II. 张... III. ①电子计算机—算法设计—高等学校—教材②电子计算机—算法分析—高等学校—教材
IV. TP301. 6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 062011 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

腾飞印务有限公司印刷

新华书店经售

*

开本 710×960 1/16 印张 21¼ 字数 416 千字

2009 年 8 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—4000 册 定价 36.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

《现代计算机科学与技术教材系列》

编审委员会

主	编	刘椿年	许满武		
执行副主编		陈国良	赵致琢		
编	委	王志英	康立山	刘大有	刘椿年
		许满武	宋方敏	林作铨	陈向群
		李师贤	陈国良	洪先龙	应明生
		陆汝占	傅育熙	赵致琢	唐常杰
		张明义	彭群生	朱 洪	周龙骧
		李立武	承恒达	李西宁	陈 溧
		阎瑞琪			

总 序

民众多好饮酒,中外概莫能外。酒馆和酿酒坊伴随饮酒客而起,人类对酒的喜爱造就了酒文化和一个庞大的产业。好酒能卖好价钱,能使文人诗兴大发,催生佳作,还能解人间百难。于是,酿天下名酒自然成为不少人的毕生追求。

怎样才能酿出好酒呢?国人的看法不尽相同。崇信洋酒的人主张引进国外的生产工艺,学习洋人的生产和经营理念,而喜欢国酒的人则主张走自己的路,但不排除借鉴国外先进的科学技术和管理经验。这样的争论或许永远不会终结,但外国人重视科学酿酒,这一点是值得我们学习和借鉴的。

计算机科学教育,如同酿酒工业的生产一样,科学办学迄今还只是部分学者的一种理想。与国内一样,国外的计算机科学教育并没有像他们的科学酿酒业一样,实现科学办学。也许科学办学要远比科学酿酒困难得多。譬如,怎么实现科学办学?甚至怎么推出一套科学的系列教材都是一篇大文章。

这套教材的创作始于教育部面向 21 世纪教育与教学改革 13-22 项目的研究。2000 年,在 13-22 项目研究工作即将完成之际,一些学者开始认识到面对计算机科学与技术的高速发展,我们亟需一套体现科学办学思想、反映内涵发展要求、服务教育与教学改革、参与构建学科人才培养科学体系的系列教材。强调系列教材是因为那时已经意识到计算机科学教育本质上是一项科学活动,但长期以来教师向学生传授科学技术知识的方式方法科学性不强。由于高等教育几百年来一直沿袭经验方式而非科学方式办学,大学教学的方式方法仍然还停留在古代作坊式的阶段,只不过今天使用的教学技术手段先进而已。在经验办学方式下,无论是研究型大学还是教学型大学,由于种种原因,教学活动的全过程存在着太多的漏洞和质量上的隐患。科学办学是对高等教育界传统的一个挑战,尽管在认识上,人们不难理解,科学办学是经验办学的最高形式,而经验办学应该成为科学办学的有益补充。

13-22 项目组积极探索,率先倡导科学办学理念,初步构建了一个体现科学办学思想,反映内涵发展要求的计算机科学一级学科人才培养科学理论体系,为学科专业教育探索新天地,走向科学办学和发展学科系列教材提供了一个认知基础。

长期以来,学术界一直在探索计算机专业教育的规律。ACM 和 IEEE/CS 的专家小组在走访了全美 400 多位著名计算机科学家的基础上,以学科方法论作

为切入点开展教学改革理论研究,于1989年发表了具有开创性意义的成果,尽管他们并未意识到自己的工作是以学科方法论的研究作为切入点,探讨内涵发展的道路。1990年前后,在迷宫中探索行走的专家小组经大师和精英群的指点实际上已经摸到了走出迷宫的大门,却没有打开并进入一个崭新的天地。这一点从他们在2000年网上公布的CC2001报告最先删除了CC1991报告中有关学科方法论的内容便不难看出(注:后经中国人的提醒又补充写入)。

与此同时,中外教材建设也一直没有停止探索,国内外出版社先后出版了种类繁多的计算机类专业教材。这些教材中不乏精品和上乘之作,但难觅具有鲜明特色、真正一体化设计并且符合科学办学要求的系列教材。多数丛书和系列教材基本上还只是出版社对出自作者个人创作的教材通过冠名“丛书”或“系列”的方法结集出版以求强势效应。尽管如此,不少优秀作者和学者理所当然地进入了编审委员会的视线。西方发达国家在计算机科学学科的领先优势曾使许多人不自觉地将目光转向海外,试图从世界名牌大学使用的教材中去寻找蓝本。遗憾的是与国内一样,经验办学并没有使西方大学在教材建设方面摆脱“各自为政,各行其是”的阴影。此时,我们如梦初醒,毕竟科学办学是前无古人的一项创举。随着学科的不断深入,在迈向深蓝知识海洋的今天,外国人未必比中国人在科学办学方面占有更多天时地利的优势。不经意中的发现使我们惊喜和激动,同时深感责任重大且平添担忧:即使能够写出系列教材的一体化设计,我们是否真能确认这项改革的正确性?真能推出科学的系列教材?可是,除了实践和试验,我们别无捷径可循。

从20世纪50年代起,我国几代学者苦苦追赶了西方发达国家半个世纪,依靠引进、学习、跟踪、改进、创新的高新技术发展思维定式曾使我们付出了高昂的学费和沉重的代价。固然,在高新技术领域,依靠“引进”和“泊来”,取得了长足的发展和进步,填补了不少国内的“空白”,但在水准上始终与发达国家保持着一段距离,一种在行业内部看来时长时短、难于逾越的差距。这种差距主要表现在对高精尖学科的发展我们缺乏思想、概念、理论、方法、技术、制度、规范和设计的原始创新和发展模式的全面创新,研究工作总是跟在别人后面亦步亦趋。我们缺乏在发展中另辟蹊径,走自己道路的机制和氛围,迷信洋人,盲目追随西方学术发展道路的习惯思维方式几乎导致国人失去了创新的机能,这是一个国家和民族发展高新技术学科和产业致命的硬伤。

高新技术领域竞争的成败,关键取决于人才与文化。现代科学技术的创新,已不单纯是一个学术问题,还是一个与文化、人文密切相关的问题。科学教育求真求是,技术教育求实求精,人文教育求灵求善,艺术教育求美求新。没有科学技术知识,人的认识和生活难免停留在原始社会,而没有人文精神和艺术的陶冶,科学技

术的创新必然失去力量的源泉。可见,走自己的道路,发展中国的科技创新体系,在某种程度和意义上,成败的关键在于大学能否真正培养一大批高素质的人才。高等学校要实现培养大量高素质计算机专业人才培养的目标,需要在前进中不断地进行系统的、科学的总结和深刻的反省,需要对遇到的问题进行科学的分析和判断,作出正确的决策。

工欲善其事,必先利其器。倘若教师不能在思想上摆脱陈旧的思维定式,用先进的理念武装头脑,勇于探索前人没有走过的发展道路,那么,即使采用了世界一流大学的全套教材,恐怕也难于培养出世界一流的人才。中西文化、人文传统之间的差异之大,中外教育思想之间的差异之大使得中国教育的现代化决不是一个引进和模仿就可以轻易解决的问题。教师的职业不是贩卖知识。授业、传道、启蒙、解惑技能的高低,不仅取决于教师知识的广博和深厚,更重要的在于远见、卓识、探索、创新、敬业、求真的本领和身先垂范。

身处 21 世纪,面对国家的期望,处在科学技术发展浪潮之巅的计算机教师,任重道远。我们就像茫茫林海中的探险者,环顾苍翠的群山,犹如身陷迷宫一样。计算机科学教育,敢问路在何方? 其实,我们的出路或许只有一条,那就是系统总结前人的经验和教训,设法努力登上山峰,居高眺望,探寻走出林海的希望之路。

2001 年初,《现代计算机科学与技术教材系列》编审委员会正式成立,一年后,计算机科学一级学科系列教材一体化设计研究报告的第一部分在《计算机科学》杂志第 6 期长篇发表。编审委员会为系列教材的出版制定了严格、详细的操作程序,并通过多种渠道,选择了第一批教材的作者。在体制创新方面本次教材出版设立了学术编审人,跟踪编审教材的创作内容,力求教材的尽善尽美。可以预期,《现代计算机科学与技术教材系列》将是一套基于计算机科学一级学科人才培养科学理论体系,体现内涵发展和科学办学要求,反映一体化设计的系列教材建设的一个尝试。然而,就像任何新生事物一样,她难免存在缺点和不足,我们诚恳地希望关心和使用本套系列教材的师生、读者,在使用中将批评或建议留下来,帮助改进教材建设工作,修正存在的不足之处。

一些学者对于一级学科人才培养科学理论体系的能行性表示怀疑。带着这个问题,在贵州大学和国内部分高等学校和一大批知名学者的支持下,从 1999 年夏天起在贵州大学连续举办了“计算机科学与技术高级研讨班”,向(博士)研究生和中青年教师陆续开设了研究生核心学位课程“高等计算机体系结构”、“并行算法设计基础”、“分布式算法设计基础”、“高等逻辑基础”和“形式语义学基础”,后来又进一步开设了本科生重点课程“算法设计与分析”、“数理逻辑基础”、“可计算性与计算复杂性”、“形式语言与自动机理论”等一系列课程。5 年来,高级研讨班受

到全国广泛关注、响应和支持,先后吸引了几十所大学三百多人次的师生参加听讲和学习,目前已经发展为由教育部批准资助、15所大学联合主办的高级研讨班。实践证明,高级研讨班为中国高等学校计算机科学教学改革和教育质量的提高正在发挥其独特的作用,并得到国内外一大批学者的充分肯定和好评。高级研讨班正在成为按照一级学科办学和教学改革的要求,对计算机科学系教师进行高起点、高标准、正规化研究生学位课程和本科重点课程培训的一个师资培训模式,有可能对未来计算机科学教育产生深远的影响。试想,如果高等学校的教师和培养的研究生普遍具有高级研讨班所开设的3门~4门课程的基础,不仅科学办学面临的主要困难迎刃而解,各大学科研学术队伍的素质也将得到显著提高。

一些学者对高起点研究生学位课程的必要性提出疑问:是否这些课程都要学习?我们认为,应该看到在高等教育界从来就存在着两种不同的教育观,一种是专才教育观,一种是通才教育观。持这两种教育观的人尽管都主张基础知识的重要性,但在对学以致用原则的理解和解释方面存在差异。一般地说,专才教育观主张在一定的基础上,通过深入钻研某一方向的学问,逐步扩展和加深自己的知识,缺什么基础补什么知识,学以致用,逐步成长为一个学科的专家。通才教育观则不同,它不主张在具备一定的基础后,就匆忙沿着某一方向钻研学问,单线独进,而是主张在一级学科的范围内,通过尽可能系统地掌握从事本学科各个重要方向的研究所需要的基础知识,能够站在学科的各个至高点上,沿着学科的一个方向,以单线独进、多线并进或整体推进的观点,逐步扩展和加深一级学科的知识,融会贯通,学以致用,逐步成长为一个学科的专家。两种教育观都有其代表人物。迄今为止,高等教育中研究生教育主要以培养专才为主,专才教育观是主流。但是,两种不同的教育观各有其特点。一般地说,当一个学科的发展处于早期时,专才教育比较容易跟上学科的发展步伐,比较容易出成果,也比较容易迅速地达到较深的学术层面。而当一个学科的发展比较成熟,发展速度比较平稳时,通才教育的优势就比较明显。因为,通才教育培养的人才可以在一级学科的范围内比较容易地向任何一个方向转向。特别是在胜任高难度重大创新人才的培养方面,在出综合性的大成果方面,在创立一套科学理论和开辟一个研究方向方面,通才教育的多种优势往往是专才教育所不具备的。当然,两种教育观谁优谁劣迄今并无定论,根据两种教育观的特点和现实情况,选择哪一种教育观实际仅反映了师生的一种选择策略。不过,实践告诉我们,尽管通才教育观的操作实现比较困难,但作为师资补充的来源,通才教育培养的人才更容易适应大学教学与科研的双重要求,理应更多地受到研究大学的青睐。在科学技术日益深化、高度分化又高度综合的今天,放眼未来,在高精尖学科中,通才教育观无疑有着更为宽广而美

好的发展前景。

伴随着学科教学改革理论与实践探索的推进,社会热切地期待着一套与教学改革方案相配套的高质量系列教材问世。总结过去教材建设成功和失败的经验和教训,使我们清楚地认识到:教材建设必须建立在科学研究基础之上,按照科学的运作程序,动员在第一线从事科学研究、功底深厚、学有所长的优秀教师参与到教材的创作中来,才有可能推出高质量并符合学科发展要求的系列教材。我们的主张是:“让大学中的科学家来创作教材。”

冬去春来,年复一年。当我们终于从跟踪、学习、盲从西方大学教程的发展模式中走出时,感受到了一种从未有过的释然与激动,一种走自己的发展道路,独立自主的自豪与喜悦。这条道路虽然艰难,但前景光明。连续5年在贵州大学举办的全国计算机科学与技术高级研讨班的成功实践更进一步地坚定了对内涵发展模式与科学办学之路的认识与追求。

今天,经过编审委员会、作者和出版社的共同努力,《现代计算机科学与技术教材系列》终于开始陆续出版发行。在新年即将到来的时候,我们怀着喜悦的心情,向祖国和人民,向计算机科学界献上一份完全由华夏学者按照他们对高等教育和计算机科学的理解与认识,倾力创作的新年贺礼,一份建立在科学研究基础之上的教育与教学改革最新成果。

新的世纪已经到来,愿《现代计算机科学与技术教材系列》的出版能够为新一代的莘莘学子攀登现代科学技术的高峰成就未来。

《现代计算机科学与技术教材系列》编审委员会
2006年10月

前 言

算法是计算机科学的灵魂,Turing 奖获得者,算法大师 Donald E. Knuth 说过计算机科学的研究就是算法的研究。的确,计算机科学的每个领域,不管是软件、硬件还是具体的应用,例如集成电路的设计、操作系统的内存调度,计算机网络的路由问题、计算机图形用户界面等,都与算法密不可分。在某个领域算法上的突破,直接关系到该领域的突破和进展。到 2008 年底为止,在 55 名 Turing 奖(图灵奖,被称为计算机科学界的诺贝尔奖)获得者中,因为算法方面的贡献而获奖的就有 30 多个。可见算法的研究对推动计算机科学的发展起着至关重要的作用。

在厦门大学算法设计与分析课程的教学过程中,作者曾选用 Introduction to algorithms 以及 Algorithms Design Techniques and Analysis 这两本经典而且权威的英文教材,同时吸收其他算法教材的优点,这奠定了本书的内容和风格。本书将目前计算机科学领域出现的一些经典以及新颖的算法设计和分析技术合理地组织起来,进行一个全面的介绍,旨在帮助读者掌握基本的算法设计与分析技术,提高解决问题和分析问题的能力,进而对实际问题设计出简单有效的算法。

本书的主要内容如下:

第 1 章从问题入手,介绍了算法的基本概念及性质,计算模型的概念,以及如何具体分析一个算法的时间复杂度和算法正确性的证明方法,最后介绍如何衡量算法的效率,以及问题下界的概念,以便使读者能够明白,一个算法能否继续改进,何时才能达到最优。第 2 章介绍了分析算法复杂度所需要用到的渐近符号及其直观含义。第 3 章介绍了算法分析方法,具体介绍常用的概率分析以及新近出现的分摊分析和实验分析方法。第 4 章介绍了递归算法的设计以及递归算法的证明方法,并介绍求解递归算法时间复杂度的方法。第 5 章介绍了分治算法及其在排序、快速 FFT 等问题中的应用。第 6 章介绍了动态规划算法的基本过程及性质,其中最优子结构性质是一个问题能够用动态规划算法求解的必要条件;而重叠子问题性质是提高动态规划算法效率的关键。第 7 章通过任务选择问题引入贪心算法,介绍了贪心算法的过程,以及贪心选择性质的分析方法。第 8 章介绍了基本的图算法,图算法是网络流和匹配算法的基础。重点强调了分摊分析在图算法时间复杂度分析中的应用以及图算法正确性的证明方法,同时进一步巩固贪心算法以及动态规划算法的应用。第 9 章是图算法的进一步扩展,介绍了网络流中最大流问题、最小费用流问题以及匹配问题的求解算法。第 10 章介绍了计算机、经济以及

管理领域中经常用到的线性规划问题及其单纯形求解算法。第 11 章介绍了 NP 完全理论,具体介绍了 P、NP 和 NPC 的定义以及问题的分类,NP 完全问题的证明方法。第 12 章介绍了求解 NP-hard 问题的回溯算法,通过回溯算法在具体问题中的应用,特别是剪支函数的设计,分析了提高回溯算法效率的关键。第 13 章介绍了基于宽度优先,同时借鉴回溯算法优点的分支限界算法,特别是剪支函数的设计。第 14 章介绍了一些启发式搜索算法的设计,特别详细介绍了 A* 搜索以及博弈搜索。第 15 章介绍了数论的基础知识、基本的数论算法及其应用。第 16 章介绍了计算几何的常用算法,例如线段交叉算法、凸包算法以及较新的内容 Voronoi 图及其应用,其中许多算法都利用了分治算法的思想。

本书具有如下特色:

(1) 本书基本上涵盖了 ACM 国际大学生程序设计竞赛所要考查的内容。

(2) 算法的正确性是软件可靠性的保证,本书为每种类型的算法给出其正确性的证明思路,这在大多数算法书中是看不到的。

(3) 本书精选了大量的习题,读者可以有选择性地练习。同时,精选了 ACM 国际大学生程序设计竞赛的一些习题,作为课后实验,读者可以登录厦门大学 XOJ: acm.xmu.edu.cn 以及北京大学 POJ: acm.pku.edu.cn 进行练习。

(4) 本书所讲解的算法以及大部分应用实例,都已经作为 acm.xmu.edu.cn 上的题目。

(5) 本书不仅注重算法的应用设计,而且注重算法时间复杂度的分析,大部分算法都提供了具体例子,并详尽分析,以帮助对算法的理解。

(6) 本书还提供英文课件,便于双语教学。中英文课件及各章习题的参考答案可从 <http://59.77.16.229> 上下载。

本书编写过程中,得到了同事赵致琢教授的关注。在 2008 年 ACM 杭州赛区现场,华南师范大学的师兄陈卫东副教授从专业的角度为本书提供了宝贵的建议。武汉大学著名 ACM 教练董文永教授从竞赛培训的角度提供了一些建议。本书内容曾在厦门大学计算机系 2002 级、2003 级、2004 级、2005 级、2006 级本科生中试用,也作为研究生选修课程试用。有些本科生、研究生为本书内容的完善提出了一些有益的建议。还有我的研究生魏丽军、陈青山、彭煜、陈竞驰、刘永凯、蓝旗花、周细岳、郑捷敏、林阳斌、吴博、华娴,ACM 队员张真真、项光特以及沈健也阅读了部分章节,并进行了校对。魏丽军、彭煜、陈竞驰、张驰、叶志梅、林阳斌、项光特、沈健、张真真等,都是我的 ACM 队员,他们都上过我的算法课程,参加 ACM 国际大学生程序设计竞赛,获得了 2 金 5 银的好成绩,为厦门大学获得了荣誉,也为本书实验题目的选择提供了帮助。叶志梅、项光特、林阳斌还分别为本书的实验写了标程,陈锦辉写了部分 ACM 题目的解题报告。特别是项光特同学为本书的实验付出了辛勤的汗水,使得实验课程得以在厦门大学 OJ 系统 acm.xmu.edu.cn 上顺利进行。本书的习题解答也得到了本课程助教刘艳娟、陈小芬、李琳、曾丽群等研究生

们的整理。在此对他们一并表示感谢。我还要特别感谢我的妻子罗淀,她对书稿中的文字进行了录入和校对,还建议书不要写得太深奥复杂,这奠定了本书通俗易懂的风格。没有她的帮助,本书不可能顺利出版。

此外,本书的建设还得到厦门大学第二批双语教学项目“算法设计与分析课程”的资助。

限于水平和经验,书中难免有不妥和错误之处,还望广大读者指正,在此先表感谢。

谨以此书献给所有关心、鼓励和帮助过我的人们。

张德富
厦门大学计算机科学系
hustzdf@sina.com

目 录

第1章 入门	1
1.1 问题	1
1.2 算法的概念	1
1.3 算法的正确性	3
1.4 算法的效率	5
1.5 问题的下界	9
1.6 小结	10
习题	11
实验题	12
第2章 渐近符号	13
2.1 Θ 符号	13
2.2 O 符号	15
2.3 Ω 符号	16
2.4 渐近符号的性质	17
2.5 常用函数的直观含义	18
2.6 小结	18
习题	19
第3章 算法分析方法	20
3.1 概率分析	20
3.2 分摊分析	22
3.2.1 合计方法	23
3.2.2 记账方法	25
3.2.3 势能方法	27
3.3 实验分析	29
3.4 小结	30
习题	31
第4章 递归	32
4.1 算法思想	32
4.1.1 递归算法的应用	33
4.1.2 递归与迭代	40

4.2	递归方程的求解	41
4.2.1	替换方法	41
4.2.2	递归树方法	43
4.2.3	公式法	45
4.3	多项式求值实验	47
4.4	小结	48
	习题	48
	实验题	49
第5章	分治算法	50
5.1	算法思想	50
5.2	合并排序	51
5.3	快速排序	53
5.4	大整数乘法	56
5.5	矩阵乘法	58
5.6	残缺棋盘游戏	59
5.7	快速傅里叶变换(FFT)	62
5.8	小结	63
	习题	63
	实验题	65
第6章	动态规划	66
6.1	算法思想	66
6.2	装配线调度问题	68
6.3	矩阵链乘法问题	73
6.4	最长公共子序列问题	77
6.5	0/1 背包问题	81
6.6	最优二叉搜索树问题	84
6.7	动态规划的基本性质	88
6.8	小结	92
	习题	92
	实验题	94
第7章	贪心算法	95
7.1	算法思想	95
7.2	任务选择问题	95
7.3	背包问题	100
7.4	哈夫曼编码问题	102
7.5	缓存维护问题	106

7.6 任务选择问题实验	108
7.7 小结	109
习题	109
实验题	111
第8章 图算法	112
8.1 图的搜索问题	113
8.1.1 宽度优先搜索	113
8.1.2 深度优先搜索	117
8.2 最小生成树问题	121
8.2.1 Kruskal 算法	122
8.2.2 Prim 算法	124
8.3 最短路径问题	125
8.3.1 单个源点的最短路径问题	128
8.3.2 所有点对的最短路径问题	131
8.4 小结	134
习题	135
实验题	137
第9章 网络流与匹配	138
9.1 最大流问题	138
9.1.1 FordFulkerson 方法	140
9.1.2 最短路径增广算法	145
9.1.3 Dinic 算法	148
9.1.4 MPM 算法	151
9.1.5 最大流问题的变形	152
9.2 最小费用流问题	153
9.2.1 消除回路算法	154
9.2.2 最小费用路算法	156
9.2.3 最小费用路算法的改进	158
9.3 匹配问题	160
9.3.1 二分图匹配	163
9.3.2 一般图的匹配	167
9.4 小结	172
习题	172
实验题	174
第10章 线性规划	175
10.1 线性规划问题	175

10.1.1	线性规划问题的标准形式	176
10.1.2	线性规划问题的松弛形式	178
10.2	求解算法	180
10.2.1	图解法	180
10.2.2	单纯形算法	181
10.3	对偶	188
10.4	小结	192
	习题	192
	实验题	193
第 11 章	NP 完全理论	194
11.1	判定问题	195
11.2	P 和 NP	197
11.3	NPC	201
11.3.1	NPC 的定义	201
11.3.2	电路可满足性问题	203
11.4	NPC 的证明	206
11.4.1	可满足性问题	206
11.4.2	3-CNF 可满足性问题	208
11.4.3	团问题	210
11.4.4	顶点覆盖问题	212
11.5	其他 NP 完全问题	213
11.6	小结	215
	习题	215
第 12 章	回溯	218
12.1	算法思想	218
12.2	装载问题	222
12.3	0/1 背包问题	226
12.4	着色问题	228
12.5	n 皇后问题	230
12.6	旅行商问题	232
12.7	流水作业调度问题	234
12.8	零件切割问题	236
12.9	小结	238
	习题	238
	实验题	240

第 13 章	分支限界	241
13.1	算法思想	241
13.2	装载问题	243
13.3	0/1 背包问题	251
13.4	可满足性问题	254
13.5	旅行商问题	256
13.6	流水作业调度问题	258
13.7	0/1 背包问题实验	260
13.8	小结	261
	习题	262
	实验题	263
第 14 章	启发式搜索	264
14.1	算法思想	264
14.2	A* 搜索	265
14.2.1	最短路径问题	267
14.2.2	8 数字问题	268
14.3	博弈搜索算法	271
14.3.1	α 和 β 剪支	273
14.3.2	分硬币游戏	275
14.3.3	井字博弈	275
14.4	小结	281
	习题	281
	实验题	283
第 15 章	数论	284
15.1	数论基础	284
15.2	最大公约数	287
15.3	同余	289
15.4	模幂运算	294
15.5	数论的应用	295
15.5.1	Hash 函数	295
15.5.2	RSA 公钥加密系统	296
15.6	小结	299
	习题	299
	实验题	300
第 16 章	计算几何	301
16.1	叉积及其应用	301