

'SUPER'

人教版·新课标

无敌®

Pocket
Book

绝对暗记

必修2

高中数学

- 小小口袋书 惊喜处处
- 从学习之门轻松出发
- 惊艳知识淬炼之美
- 感受快乐学习
- 幸福面对升学应考

● ●
紧贴学
年教学
进度
随时
随地
强化
记忆



外文出版社
FOREIGN LANGUAGES PRESS

光 照 学 海
知 识 无 敌





无
敌
®

图书在版编目(CIP)数据

无敌绝对暗记. 高中数学. 2: 必修 / 赵平易等编著. —北京:
外文出版社, 2009
ISBN 978-7-119-06083-5

I. 无… II. 赵… III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字 (2009) 第185024号

绝
对
暗
记

高中数学·必修
2

2009年11月第1版

2009年11月第1版第1次印刷

◆ 出 版 外文出版社·北京市西城区百万庄
大街24号·邮编: 100037

责任编辑 吴运鸿

◆ 经 销 新华书店/外文书店
印 刷 北京市京津彩印有限公司
印 次 2009年11月第1版第1次印刷
开 本 1/48, 787×1092mm, 2.5印张
书 号 ISBN 978-7-119-06083-5
◆ 定 价 9.80元

◆ 总 监 制 张志坚
作 者 赵平易 李晓辉
总 编 辑 吴锴鋈
主 编 陈 茜
执行责编 王占景 金会芳
美术编辑 李可欣 王晓京
美术设计 Kaiyun 李子奇

◆ 行销企划 北京光海文化用品有限公司
北京市海淀区车公庄西路乙19号
北塔六层 邮编: 100048

集团电话 (010) 88018838 (总机)
发 行 部 (010) 88018956 (专线)
订购传真 (010) 88018952
读者服务 (010) 88018838转53、10 (分机)
选题征集 (010) 88018958 (专线)
网 址 <http://www.super-wudi.com>
E - mail service@super-wudi.com

- “无敌”商标专用权经国家工商行政管理局商标局核准由北京光海文化用品有限公司享有。
- 本书图文与版型设计非经书面授权不得使用; 版权所有, 侵权必究。

‘SUPER’



人
教
版

绝对暗记

高中数学

必修
②

 外文出版社
FOREIGN LANGUAGES PRESS



contents 目录

高中数学·必修②

第1章 立体几何初步 005

1.1 空间几何体 006


1.2 点、线、面之间的位置
关系 036

第2章 平面解析几何初步 069

2.1 直线的方程 070

2.2 圆的方程 098

2.3 空间直角坐标系 117



第



章



立体几何初步



- 本章内容：1.1 空间几何体
1.2 点、线、面之间的位置关系

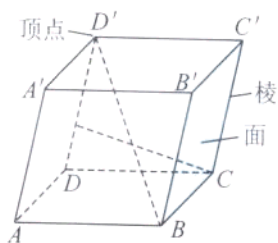
1.1 空间几何体

棱柱、棱锥和棱台的结构特征

必记知识

【必记知识1】多面体的概念

- 由若干个多边形围成的空间图形叫多面体；每个多边形叫多面体的面，两个面的公共边叫多面体的棱，棱和棱的公共点叫多面体的顶点，连结不在同一面上的两个顶点的线段叫多面体的对角线。



【必记知识2】凸多面体的概念

- 把多面体的任一个面展成平面，如果其余的面都位于这个平面的同一侧，这样的多面体叫凸多面体。如图1的多面体就是凸多面体，图2则不是凸多面体。我们今后学习的多面体都是凸多面体。

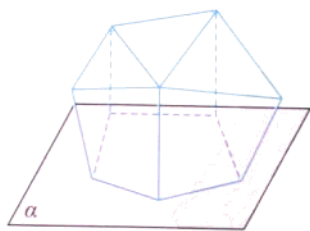


图1

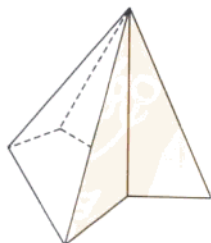


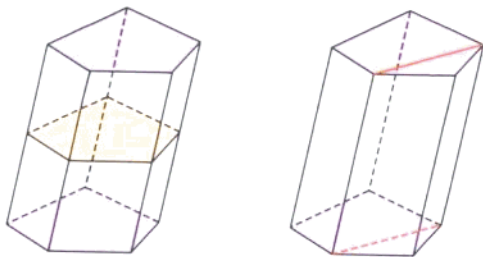
图2

【必记知识3】凸多面体的分类

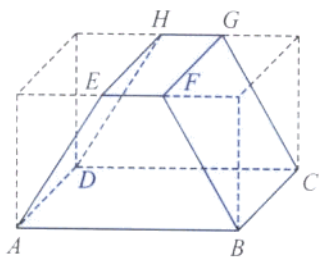
- 多面体至少有四个面，按照它的面数分别叫四面体、五面体、六面体等。

【必记知识4】棱柱的主要结构特征

- 有两个面互相平行；
- 其余各面都是平行四边形；
- 每相邻两个四边形的公共边互相平行。



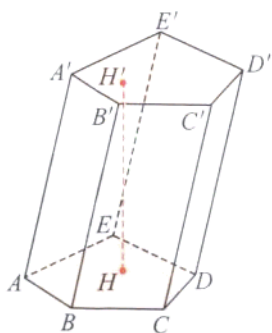
例1 如图的几何体 $ABCD-EFGH$ 是棱柱吗？



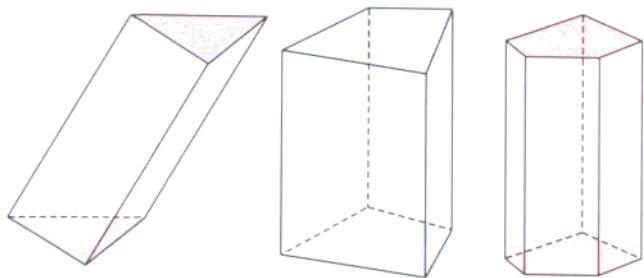
★ 答是。

【必记知识5】棱柱相关概念

- 棱柱的底面、侧面、高：两个互相平行的面叫棱柱的底面(简称底)；其余各面叫棱柱的侧面；两侧面的公共边叫棱柱的侧棱；两底面所在平面的公垂线段叫棱柱的高(公垂线段长也简称高)。

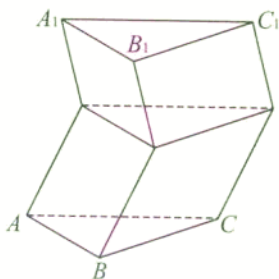


- 从侧棱与底面的关系来分可分为：斜棱柱、直棱柱、正棱柱；从底面多边形的边数来分可分为：三棱柱、四棱柱、五棱柱等。



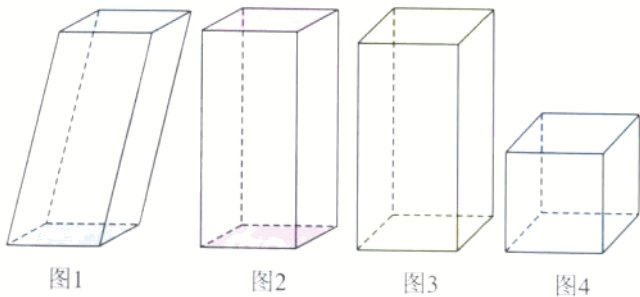
注意

有两个面平行, 其余各面都是四边形的几何体不一定是棱柱, 如下图所示.



【必记知识6】特殊的棱柱及其相互联系

- 1 平行六面体——底面是平行四边形的四棱柱.
- 2 直平行六面体——侧棱与底面垂直的平行六面体.
- 3 长方体——底面是矩形的直平行六面体.
- 4 正方体——棱长都相等的长方体.
- 5 底面为正多边形的直棱柱为正棱柱.



【必记知识7】棱锥的主要结构特征

- 1 有一个面是多边形;
- 2 其余各个面都是三角形.

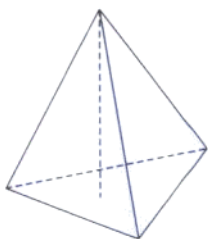


图1

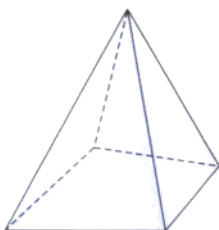


图2

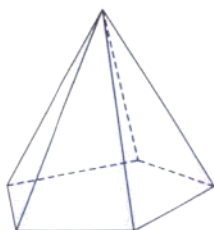
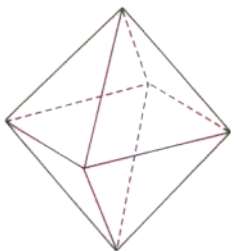


图3

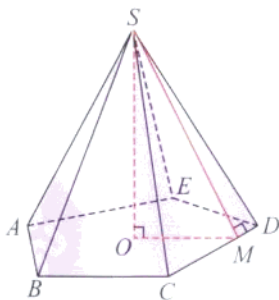
注意

具有上述结构特征的多面体不一定是棱锥, 如下图所示.



【必记知识8】棱锥相关概念

- 1 棱锥的底面、侧面、高、斜高: 有公共顶点的三角形叫棱锥的侧面; 多边形叫棱锥的底面或底; 各侧面的公共顶点, 叫棱锥的顶点; 顶点到底面所在平面的垂线段, 叫棱锥的高(垂线段的长也简称高).
- 2 如果一个棱锥的底面是正多边形, 并且顶点在底面内的射影是底面中心, 这样的棱锥叫做正棱锥.
- 3 棱锥的分类(按底面多边形的边数): 分别称底面是三角形, 四边形, 五边形……的棱锥为三棱锥, 四棱锥, 五棱锥……(如图).



【必记知识9】棱台的结构特征

- 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥, 在截面和底面之间部分的几何体, 叫做棱台. 由正棱锥截得

的棱台叫做正棱台.棱台上下底面平行,其余各面是梯形,且侧棱延长交于一点.

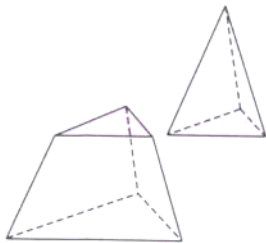


图1

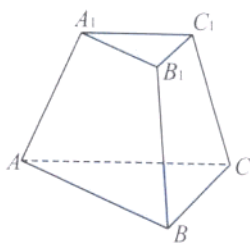
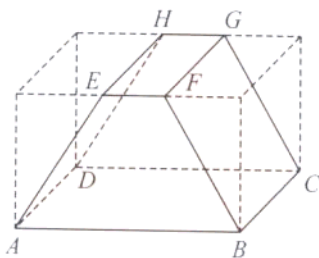


图2

例2 如图的几何体 $ABCD-EFGH$ 是棱台吗?



★ 答 不是.因为侧棱延长不交于一点.

常见规律

【常见规律1】

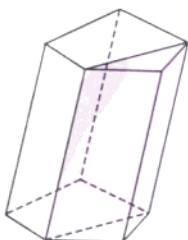
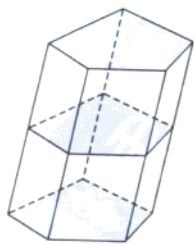
■ 平行六面体 $\xrightarrow{\text{侧棱垂直底面}}$ 直平行六面体 $\xrightarrow{\text{底面是矩形}}$ 长方体 $\xrightarrow{\text{底面是正方形}}$ 正四棱柱 $\xrightarrow{\text{棱长都相等}}$ 正方体.

例3 正方体集合记为 A ,长方体集合记为 B ,直棱柱集合记为 C ,棱柱集合记为 D ,写出这四个集合之间的关系.

★ 解 $A \subsetneq B \subsetneq C \subsetneq D$.

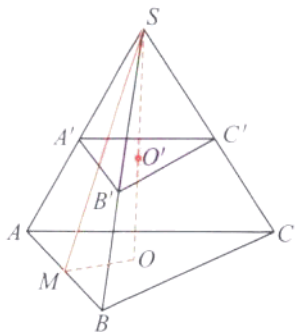
【常见规律2】棱柱的截面

- 1 棱柱两个底面与平行于底面的截面是全等的多边形.
- 2 过棱柱不相邻的两条侧棱的截面是平行四边形.



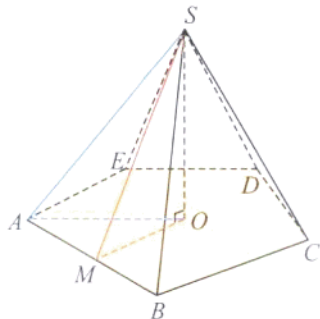
【常见规律3】棱锥的截面

- 如果棱锥被平行于底面的平面所截, 那么截面和底面相似, 并且它们面积的比等于截得的棱锥的高与已知棱锥的高的平方比(即相似比的平方). 截得的棱锥与原棱锥的体积比为对应高的立方比(即相似比的立方).



【常见规律4】正棱锥相关性质

- 正棱锥各侧棱相等, 各侧面都是全等的等腰三角形, 各等腰三角形底边上的高相等, 它叫做正棱锥的斜高.
- 棱锥的高、斜高和斜高在底面内的射影组成一个直角三角形(如图中 $\text{Rt}\triangle SMO$); 棱锥的高、侧棱和侧棱在底面内的射影也组成一个直角三角形(如图中 $\text{Rt}\triangle SAO$).



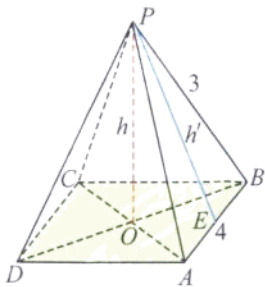
● 注意 ●

如上图所示, 正棱锥的计算主要集中在四类直角三角形中: $\text{Rt}\triangle SMO$ 、 $\text{Rt}\triangle SAO$ 、 $\text{Rt}\triangle SAM$ 、 $\text{Rt}\triangle MAO$.

- 例4** 正四棱锥底面边长为4, 侧棱长为3, 求其高与斜高.

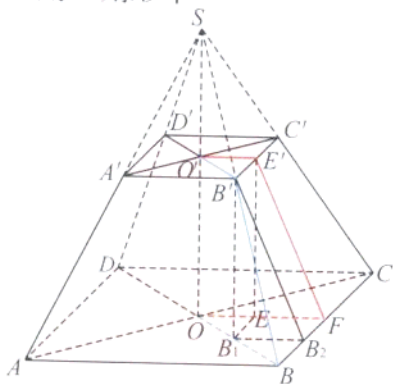
- 解** 如图, 在 $\text{Rt}\triangle OPA$ 中, 因为 $PA=3$, $OA=2\sqrt{2}$, 所以正四棱锥的高为

$$h = \sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 1,$$
 在 $\text{Rt}\triangle EPA$ 中, 斜高 $h' = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$.



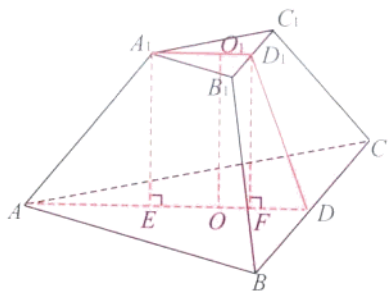
【常见规律5】

- 正棱台的计算主要集中在直角梯形 $OO'B'B$ 、直角梯形 $OO'E'F$ 、直角梯形 $BB'E'F$ 、直角梯形 B_1BFE 及它们包含的直角三角形中.



- 例5 正三棱台 $A_1B_1C_1-ABC$ 的侧面与底面成 45° 角, 求侧棱与底面所成角的正切值.

解 如图, 设 O_1 、 O 为上下底面正三角形的中心, 连结 O_1O , A_1O_1 交 B_1C_1 于 D_1 , AO 交 BC 于 D . 连结 D_1D . 易证 $A_1O_1 \perp B_1C_1$, AD



$\perp BC$, $D_1D \perp BC$, 过 A_1 、 D_1 分别作 $A_1E \perp$ 底面 ABC , $D_1F \perp$ 底面 ABC , 易证 E 、 F 在 AD 上. 因为正三棱台 $A_1B_1C_1-ABC$ 的侧面与底面成 45° 的二面角, 所以 $\angle D_1DA = 45^\circ$. 因此 $A_1E = O_1O = D_1F = FD$. 设该正三棱台

上下底面的边长为 a 、 b , 则 $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}b$, $A_1D_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

所以 $A_1E = O_1O = D_1F = FD$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}b - \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{6}(b-a);$$

$$AE = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}b - \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}(b-a).$$

$$\text{所以 } \tan \angle A_1AE = \frac{A_1E}{AE} = \frac{1}{2}.$$

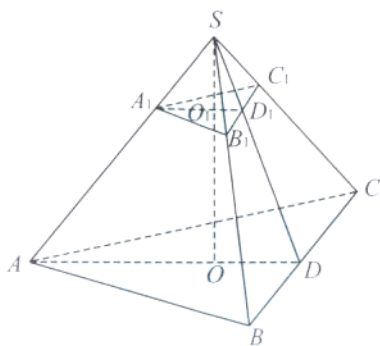
常用方法

【常用方法1】还台为锥

- 棱台的概念与性质是由棱锥发生、发展而来，理解棱台有关知识关键在于棱锥.

▶ **例6** 正三棱台 $A_1B_1C_1-ABC$ 的侧面与底面成 45° 角，求侧棱与底面所成角的正切值.

★ **解** 如图，延长 AA_1 、 BB_1 、 CC_1 ，则 AA_1 、 BB_1 、 CC_1 相交于一点 S .显然点 S 在 DD_1 的延长线上.由例5得知， $\angle SDA$ 为二面角 $S-BC-A$ 的平面角，故 $\angle SDA=45^\circ$.所以在 $\text{Rt}\triangle SOD$ 中， $SO=OD$ ，因为



$$AO=2 \cdot OD, \text{ 所以 } \tan \angle SAO = \frac{SO}{AO} = \frac{OD}{AO} = \frac{1}{2}.$$

注意

由此例可以看出，在解决棱台的问题时，“还台为锥”，利用棱锥的性质解决棱台问题是一种快捷方便的方法.

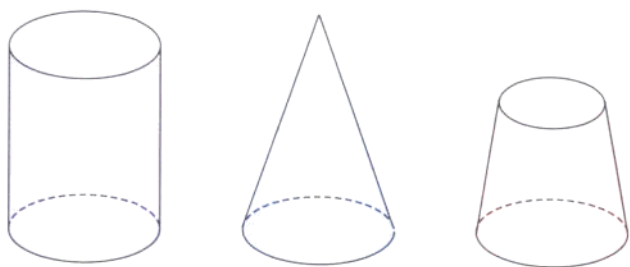
圆柱、圆锥、圆台和球

必记知识

【必记知识1】圆柱、圆锥、圆台的概念

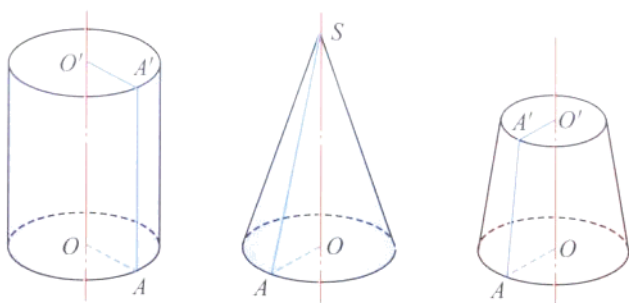
- 圆柱、圆锥、圆台是分别以矩形一边、直角三角形一直角边、直角梯形直角边所在直线为轴，将矩形、直

角三角形、直角梯形分别旋转一周而形成的曲面所围成的几何体.



【必记知识2】 相关概念: 轴、底面、侧面、母线

- 旋转轴叫做所围成的几何体的轴, 垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做底面, 不垂直于轴的边旋转而成的曲面叫做侧面, 无论旋转到什么位置, 这条边都叫做侧面的母线.



【必记知识3】 圆柱的结构特征

- 1 圆柱的轴通过上、下底面的圆心, 并且垂直于底面;
- 2 圆柱的母线长都相等, 并且等于圆柱的高;
- 3 平行于圆柱底面的平面截圆柱所得的截面是与底面相等的圆;
- 4 经过圆柱轴的平面截圆柱所得的截面是全等的矩形, 这样的截面称为圆柱轴截面.

【必记知识4】 圆锥的结构特征

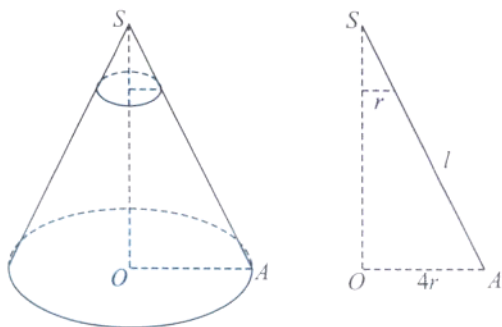
- 1 圆锥的轴过顶点和下底面的圆心, 并且垂直于底面;
- 2 圆锥的母线长都相等, 并且相交于一点;
- 3 平行于圆锥底面的平面截圆锥所得的截面是圆面;

4 经过圆锥的轴的平面截圆锥所得的截面是全等的等腰三角形, 这样的截面称为圆锥轴截面.

【必记知识5】圆台的结构特征

- 1 圆台的轴通过上、下底面的圆心, 并且垂直于底面;
- 2 圆台的所有母线长都相等;
- 3 平行于圆台底面的平面截圆台所得的截面是圆面;
- 4 经过圆台轴的平面截圆台所得的截面是全等的等腰梯形, 这样的截面称为圆台轴截面.

例1 用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥, 截得圆台上下底面半径的比是1:4, 截去的圆锥的母线长是3 cm, 求圆台的母线长.



★解 设圆台的母线为 l , 截得的圆锥底面与原圆锥底面半径分别是 r 和 $4r$, 根据相似三角形的性质得

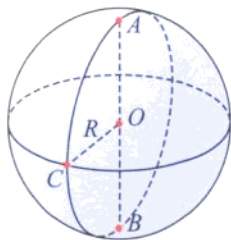
$$\frac{3}{3+l} = \frac{r}{4r},$$

解得 $l=9$.

所以圆台的母线长为9 cm.

【必记知识6】球的概念

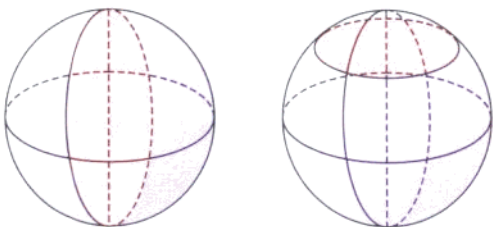
■ 半圆以它的直径为旋转轴, 旋转所成的曲面叫做球面. 球面也可看成是空间中与定点距离等于定长的点的集合. 球面所围成的几何体叫做球体. 形成球的半圆



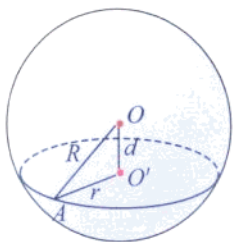
的圆心叫球心；连接球面上点和球心的线段叫球的半径；连接球面上两点且通过球心的线段叫球的直径. 如上图：点 O 为球心， OA 为球的半径， AB 为球的直径.

【必记知识7】球的结构特征

- 1 以过球心的平面截球面，截面圆叫大圆；以不经过球心的平面截球面，截面圆叫小圆.



- 2 球心和截面圆心的连线垂直于截面，截面圆半径与球心到截面的距离的平方和等于球半径的平方， $R^2 = r^2 + d^2$.



- 3 球面距离是球面上过两点的大圆在这两点之间的劣弧的长度. 它是球面上两点之间的最短距离.

注意

由平面图形的圆面与圆的概念和性质可以类比得出空间图形的球面与球的概念和性质，这样更方便理解.

例2 我国首都靠近北纬 40° 纬线，求北纬 40° 纬线的长度等于多少km？（地球半径大约为6 370 km）

解 如图， A 是北纬 40° 圈上一点， AK 是它的半径，

$$\therefore OK \perp AK.$$

设 c 是北纬 40° 的纬线长.

$$\therefore \angle AOB = \angle OAK = 40^\circ,$$

$$\therefore c = 2\pi \cdot AK = 2\pi \cdot AO \cdot \cos \angle OAK$$

