



中華文庫

初中第一集

算術捷徑

朱彥頻編

中華書局印行



算術捷徑目次

第一章 記數法 1—7

1. 數字的來歷 1
2. 我國的數字 2
3. 現在通用的數字 3
4. 極大數與極小數的記法 4
5. 數字寫法的注意點 5
6. 文字代數 6

第二章 運算符號 8—13

1. 運算符號的來歷 8
2. 加、減、乘、除號 9
3. 分數線 9
4. 等號 10
5. 括號 10
6. 各種符號組合的關係 11
7. 算式的寫法 12

第三章 數的性質 14-23

- 個數與整數 14

2. 名數與不名數	14
3. 奇數與偶數	14
4. 素數與複數	14
5. 約數、公約數、最大公約數	15
6. 倍數、公倍數、最小公倍數	16
7. 整數與分數	16
8. 小數與循環小數	17
9. 正數與負數	18
10. 有理數與無理數	18
11. 實數與虛數	18
12. 補數與過數	18
13. 各種因數檢察法	19

第四章 加的捷法 24-28

1. 加的通式——加法表	24
2. 加的別法——不用算草	24
3. 聚十相加	25
4. 分段相加	26
5. 利用補數相加	26
6. 利用完成數相加	26
7. 許多同數相加	26
8. 許多相近數相加	27

9. 等差各數相加.....27
10. 等比各數相加.....27

第五章 減的捷法29-31

1. 減的通式.....29
2. 利用完成數相減.....29
3. 還原法.....29
4. 提出零數法.....30
5. 變減作加法.....30
6. 連減變加法.....31

第六章 加減合演的捷法32-34

1. 同數對消法.....32
2. 前推後移法.....32
3. 同位同數對消法.....32
4. 利用正負數相消法.....33
5. 利用補數換加法.....33

第七章 乘的捷法35-43

1. 乘的通式——乘法表.....35
2. 乘數被乘數調換法.....36
3. 乘數爲10之冪或10之冪的倍數的乘法.....36

4. 乘數近於 10 之乘幂或 10 之幂的倍數的乘法	37
5. 乘數爲 5、25、125、625 等數的乘法	37
6. 乘數爲 75、175、275、375 等數的乘法	37
7. 利用因數分解的乘法	38
8. 乘數中各位數字有自成倍數者的乘法	38
9. 利用因數變形的乘法	39
10. 諸數連乘適當結合法	39
11. 乘數首位是 1 的捷法	40
12. 以 11 乘的捷法	40
13. 有分數的乘法	41
14. 乘數爲 $33\frac{1}{3}$ 、 $87\frac{1}{2}$ 等數的乘法	41
15. 鋪地錦法	41
16. 利用二數平方差的乘法	42

第八章 除的捷法 44 50

1. 除的通式	44
2. 意大利除法	44
3. 除數爲 10 之幂或 10 之幂的倍數的除法	45
4. 利用因數分解的除法	45
5. 利用除數變形的除法	45
6. 除數與被除數同時變形的除法	46
7. 含有分數的除法	47

8. 連除的捷法	47
9. 乘除合算的捷法	48
10. 求許多相近數的平均數法	49

第九章 省略算法..... 51-61

1. 近似值	51
2. 近似值的用處	51
3. 誤差與四捨五入法	52
4. 絕對誤差與相關誤差	52
5. 有效數字	53
6. 省略算	53
7. 省略加法	53
8. 省略減法	54
9. 省略乘法	55
10. 省略除法	58

第十章 驗算法..... 62-70

1. 重算法	62
2. 還原法	62
3. 換序法	62
4. 9 餘驗算法	63
5. 11 餘驗算法	66

6. 一般驗算法	68
----------------	----

第十一章 算術上易犯的錯誤..... 71-74

1. 數與數字混淆的錯誤	71
2. 算式的錯誤	71
3. 帶分數加法的錯誤	71
4. 名數的錯誤	71
5. 求面積的錯誤	72
6. 分數敘述的錯誤	72
7. 百分法的錯誤	73
8. 敘述的錯誤	74
9. 呼唱的錯誤	74
10. 書寫的錯誤	74

算 術 捷 徑



第一章 記 數 法

1. 數字的來歷 人類最初大概是靠十個手指來幫助計算。至今我們還是屈指一五一十地數着。不過最早的數碼是什麼却無從推定。古人用來表示數碼的東西，也許是十個手指，也許是一堆石子，也許是一捆小棒，也許是一根棒上的許多刻痕。不過Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ等等的記號一定很早就用來表數的，而且直到現在，這些記號依舊在計算上利用着。例如用Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ來表1、2、3、4、5等就是。

最早的書寫數碼，據說是巴比倫的數碼，那是一種楔形的符號。直立的楔形“Ⅴ”表“一”，橫臥的楔形“<”表“十”，橫直並用的楔形“Ⅴ<”表“百”。其他種種數目，是由這三個數碼為種種不同的結合而組成的。

埃及人用象形的符號來表數，就是用動物或物件的種種形式的圖像來表種種所要表出的數目。例如“一”是用一根直立的小棒“Ⅰ”來表；“十”是用馬蹄形的符號“Ω”來表；“百”是用一種曲線形“e”來表；“百萬”是用一人伸手作驚詫狀的圖形來表；其餘還有種種。用這等記號並列連寫，作適當的組合而相加，便可以表出種種其他的數來。

希臘人用他們拼字的字母來作數碼，並且也像巴比倫人那樣把這些數碼組合起來，造成其他各種數碼。羅馬人也用字母來做數碼，而且這些數碼至今還沿用着，像 I、II、III、IIII (IV)、V、X、L(50)、C(100)、D(500)、M(1000)等等。

古代的人，沒有能早早就使用“零”或“無”的數碼的，所以都覺得麻煩和困難。

現在一般文明民族間所通行的數字，是起源於印度的。阿拉伯人從印度人那裏學得了這一套數字；後來他們在八世紀時征服了歐洲的西班牙，就把這套數字傳到歐洲。因此，這套數字現在通稱為阿拉伯數字。

數字 1 只是一個簡單的記號 |。數字 2 是由聯結兩根橫劃如“Z”而成。數字 3 是由聯結三根橫劃如“3”而成。至於 4、5、6、7、9 等數字，却是紀元前不多世紀時北印度人所用語言中各個相當數名的第一字母；8 大概也是，但不能確定。阿拉伯人用符號“O”來表“無”。印度人言“無”說“sifra”，因此西洋人現在還喚“零”的符號為“Cipher”。

2. 我國的數字 我國現在通行的數字，大概可分三種如下：

第一種小寫數字：一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、廿、百、千、萬等，普通書寫時用之。

第二種大寫數字：壹、貳、叁、肆、伍、陸、柒、捌、玖、拾、念、佰、仟、萬等。這些字大多由假借而來；因為它們筆劃較繁，不易

塗改，所以公牘帳據上都用它。

第三種數碼：|、||、|||、X、8、上、亠、𠂇、文、十、廿、卅、𠂆、ノ等。這些是簡筆字，商業上及一時暫記都用它。

我國古史上說，隸首作算數。隸首是黃帝的臣下，可見黃帝時已行計算，數字也從那時候起就創造了。

講到數碼，就聯想到古時的籌算。籌算用籌記數，其式有縱橫兩種：

縱式如 |、||、|||、||||、|||||、丁、𠂇、𠂆、𠂇 等；

橫式如 一、二、三、四、五、上、亠、𠂇、𠂇 等。

縱式用作單、百、萬、百萬等位，橫式用作十、千、十萬、千萬等位。例如六千七百零八記作上 𠂇 𠂇 𠂇；七千六百八十二，記作亠 丁 𠂇 || 就是。後世的數碼，形體大部與此相似，自然是從此脫化出來的。據說：|、||、|||、X、8、上、亠、𠂇、文這九個數碼，是創始於湖州地方的，所以大家叫它做湖州記法；大概是湖州地方的人首先變化籌算的記數法而創造出來的。這其間有大可注意的一點，便是籌算法和湖州法中，都還沒有表“零”的符號。

相傳隸首創三數十等之法。十等是億、兆、京、垓、秭、壤、溝、澗、正、載。三數是上、中、下三種進法：下數十進，如億爲十萬，兆爲十億；中數萬進，如億爲萬萬，兆爲萬億；上數自乘而進，如億爲萬萬，兆爲億億。現在通用的，以採用中數爲最多。

3. 現在通用的數字 各種數字，用起來最簡明最便利的，要推阿拉伯數字。所以現在差不多全世界的文明各國都採用

它。在我國，現在也已到處通用了。

阿拉伯數字最方便的地方，就是只消用九個基數的符號：

1、2、3、4、5、6、7、8、9，再加上一個 0，一共只有十個符號，便不論十、百、千、萬、億、兆等等，什麼數都可以記出來了。

阿拉伯數字的記數，其定位法是自右而左，最右的一位是個位；每向左進一位便大十倍，順次是十、百、千、萬等等；記起來非常便利，看起來也非常便利。又為易於看清位數起見，常從個位起，每前進三位加上一個撇號“，”，例如 1,000，34,400，5,602,000 等等。

我國向來用慣隸首的中數記法，是萬進的，就是以四位作一段落的，所以上面所說阿拉伯數字記法以三位為一段落的情形，與我國人習慣上不相融合。因此從我國人看來，每隔三位加一“，”號的記法往往反覺不便，不過看得多了，用得慣了，便也不以為異了。

小於 1 的數，用十進記法的，叫小數記法。小數記法在個位的後面加一小數點“.”，小數點後依次為分、厘、毫、絲、忽、微等位，都是十進的。如二分五厘四毫寫作 0.254。

4. 極大數與極小數的記法 極大的數，像 1,000,000,000 那樣，在 1 之後帶着 9 個 0，常常寫成 10^9 。這 10 字右上角的小 9 字表明在 1 後所帶 0 的個數。同樣，2,500,000 是 $2\frac{1}{2}$ 的百萬，或是 $2.5 \times 1,000,000$ ，可以寫成 2.5×10^6 ；又 3897000000 可以寫成 3.897×10^{10} ；其餘照此類推。

用小數來記的極小數，像 .0000007 那樣，有時可以寫成 $.0_67$ 。這 0 之右下角的小 6 字表明小數點與第一個有效數字間所有 0 的個數。這個又常常記爲 $.7 \times 10^{-6}$ 或 7×10^{-7} 。同樣，.00000000425 可以記爲 $.0_8425$ 或 $.425 \times 10^{-8}$ ，也可以記做 4.25×10^{-9} ；.00726 可以記成 7.26×10^{-3} ；其餘照此類推。

這種在 10 的右上角記一或正或負的小數字，用來寫出極大數或極小數的方法，是利用那 10 的乘幂的記法。那個右上角的小數字是叫做 10 的指數。這種記法，在科學上的計算中非常有用。

5. 數字寫法的注意點 寫起阿拉伯數字來，其筆順可照下列箭頭所示的次序寫去：

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

5 字也有照  的次序一筆連寫的。不照這樣的筆順寫，便算錯誤的。

要希望數值計算的正確，便須把數字寫得清楚。筆劃牽連不分的字體，過分細長不顯明的字體，別人固然看不分明，就是自己也易發生錯誤。像 7 與 9，2 與 Z 等最宜注意。7 字的折角寫圓了，便易誤爲 9 字；2 字的筆姿寫方了，便易誤爲 Z 字。

行加減乘除的運算時，文字的配列要適合規則；寫橫式不好上下歪斜，寫豎式不好左右交錯。尤其在行加減乘的運算時，同位的數字須留心排列得上下成一直線。

每三位分一段落的“，”號，須與小數點“.”寫得十分分明。

“,”號須寫在數字之間的下方,並且必須拖出尾巴;小數點卻要寫在數字與數字之間的中下部位,不好過於落低,更不好拖出尾巴。
如 $123,456.789$

的式樣,才算合式。

6. 文字代數 在說明原理及公式的時候,用文字代數,有非常便利之處。譬如買每斤四十元的豬肉四斤,其總價可由重量乘單價而求得為(40元 $\times$ 4=)160元。一般的說來,可用下式表示:

$$\text{總價} = \text{單價} \times \text{重量}.$$

若以 c 代總價, p 代單價, w 代重量,則該式變為

$$c = p \times w.$$

如果以 A 代矩形的面積, L 代其長, W 代其闊,則因

$$\text{面積} = \text{長} \times \text{闊},$$

而可有 $A = L \times W.$

又如以 N 代一數, n 代另一數,以 Q 代後一數除前一數的商,則有

$$Q = \frac{N}{n} = N \div n;$$

又任意二數的和等於第三數,可寫為

$$a + b = c;$$

其餘照此類推。

文字代數的方法,原是代數學中的基本方法,不過為便利起見,算術中正也不妨相機採用。對於科學及工程的原理與計算,更是時時脫不了這種方法,所以在學算術時也該留意到這方法。

習題一

1. 用阿拉伯數字記出下列各數.

四萬六千萬(我國人口)

一千零零二萬三千四百十九方公里(我國土地)

四百四十九萬四千二百九十(民國三十七年初上海人口)

二千零零九萬一千零四十七又五分

八毫

2. 用我國數碼記下列各數:

967, 231, 504, 2028.

3. 用 4, 5, 9, 8, 7, 1 六個數字記出最大與最小的六位數;又記出四位整數兩位小數的最大數及最小數.

4. 用 10 的正或負幂來記下列各數:

十億, 四百兆,

300, 200, 000, 000, 3.002, 0.000000002.

5. 說明下列二式的意義:

甲. $a=c$, $b=c$, 則 $a=b$.

乙. 華氏寒暑表度數爲 F , 攝氏寒暑表度數爲 C , 則

$$F = C \times \frac{9}{5} + 32, \quad C = (F - 32) \times \frac{5}{9}.$$

6. 寫出下列各式來:

甲. a 與 b 的差乘以 c .

乙. a 加 b , 除以 c , 從 d 中減去, 再乘以 e .

第二章 運算符號

1. 運算符號的來歷 算學上有了各種符號，才覺得非常便利，而且才易於進步。不過在上古之世，人們都不懂得運用各種符號。我國古時，對於各種運算，多用詞語敘述，不知道用符號來代表，所以很覺累贅而不顯明，譬如“雞翁每增四，雞母每減七，雞雛每益三，”（見張邱建算經）；又如“以差實減弦實，半其餘，以差爲從法，開方除之，復得勾矣；加差於勾卽股。”其語都隱晦難明，遠不如現代算學書上利用符號來開立算式的明白易曉。在西洋，古時也是用詞語來敘述算法的；有時把幾個數並寫在一起，便表明是這幾數相加。

據西洋人的傳說，好像是在1489年時，有一個叫維特曼的，在德國印行一部關於算術的書，首先應用“+”號和“-”號；他用這兩個符號來表示“超過”和“不足”的意思。不過不久之後，這兩個符號便被採用爲“加”和“減”的運算符號了。“ $\times$ ”號是在1631年時由英國的維廉屋脫萊特用來表示“乘”的意義。阿拉伯人早就以分數的形式來表“除”。到1669年，有一個叫臘恩的在一本題名爲代數的書中，用“ $\div$ ”號來表“除”；橫線上的點表被除數或分子，橫線下的點表除數或分母。英國的洛勃脫萊考特在1557年時首先引用等號“=”。這些符號，現在是應用到算學的各部門，而且通行於各處了。

我國現代的算學，差不多全盤西化了，所以西洋的各種運算

符號也全部採用了。

2. 加、減、乘、除號 算術中最有用的運算符號是加號“+”、減號“-”、乘號“ $\times$ ”和除號“ $\div$ ”。茲分述其意義和作用如下：

加號“+” 將此號記在任意二數之間，便是表示要求該二數的和。例如 $4+3$ 便是表示 4 與 3 相加，而求其和，應讀為“4 加 3”。帶分數是整數與分數相併的數，整數與分數之間省去加號，例如 $5\frac{3}{4}$ ，其實便是 $5+\frac{3}{4}$ ，這一點須加注意。

減號“-” 將此號記在任意二數之間，便是表示要求該二數的差。記在符號之前的是被減數，記在符號之後的是減數。例如 $8-3$ ，便是自 8 減 3 的意思。

乘號“ $\times$ ” 將此號記在任意二數之間，便是表示要求該二數的積。有時也用點“ $\cdot$ ”來表乘。例如 $2\times 3\times 4$ ，也可寫作 $2\cdot 3\cdot 4$ 。在用“ $\cdot$ ”號表乘時，其號應寫在二數間剛剛自上至下的半腰部位上，並且該二數應寫得略開，以免與小數點相混。

除號“ $\div$ ” 將此號記在任意二數之間，便是表示要求該二數的商。記在該符號前的是被除數，記在該符號後的是除數。例如 $27\div 3$ ，便是 27 以 3 去除的意思。

3. 分數線 分數的記法是在橫線之上記分子，橫線之下記分母。這分數中的橫線也表示除的意思，分子是被除數，分母是除數。所以像 $\frac{12}{4}$ ，是四分之十二，也就是 $12\div 4$ ，其結果是 3，所以 $\frac{5\times 4}{2\times 2}$ 就是 $\frac{20}{4}$ ，就是 5；詳細說來，便是 5×4 的積用 2×2 的

積來除。

分數中的橫線也表比的意思，分子是比的前項，分母是比的後項。所以 $\frac{12}{4}$ 就是 12:4，其值都是 3。

4. 等號 等號是兩條等長的短橫線並寫，如“=”，表示相等的意思。記在等號前面或左邊的一組數或一組算式，一定產生記在等號後面或右邊的那個數或結果。例如

$$12+4=16, 12-4=8, 12\times 4=48, 12\div 4=3.$$

有人用天平的橫桿來比喻等號。天平一邊的重量一定與另一邊的砝碼等重，橫桿才能平衡；等號一邊的數量一定和另一邊相等，等號才能成立。這比喻確是十分恰當。

天平一邊的砝碼不與另一邊的重物等重，橫桿便要傾斜；這好比等號兩邊的數量有了多少，等號便不能成立。等號不能成立時，這兩邊的數量不等。不等的意思用“ $\neq$ ”的符號來表示，這叫做不等號。例如

$$12+4\neq 17, 12-4\neq 7, 12\times 4\neq 47, 12\div 3\neq 5.$$

5. 括號 最簡的括號如“()”。括號內的一組數或算式應認為是一個單一的數來運算。例如 $3\times (4+2)$ 應該認做是 3×6 ，因為括號內的 $4+2$ 是等於 6。同樣，

$$8-(3+2)=8-5=3;$$

$$7+(4\times 8)=7+32=39; \frac{(5\times 4)}{(2\times 2)}=\frac{20}{4}=5;$$

其餘照此類推。