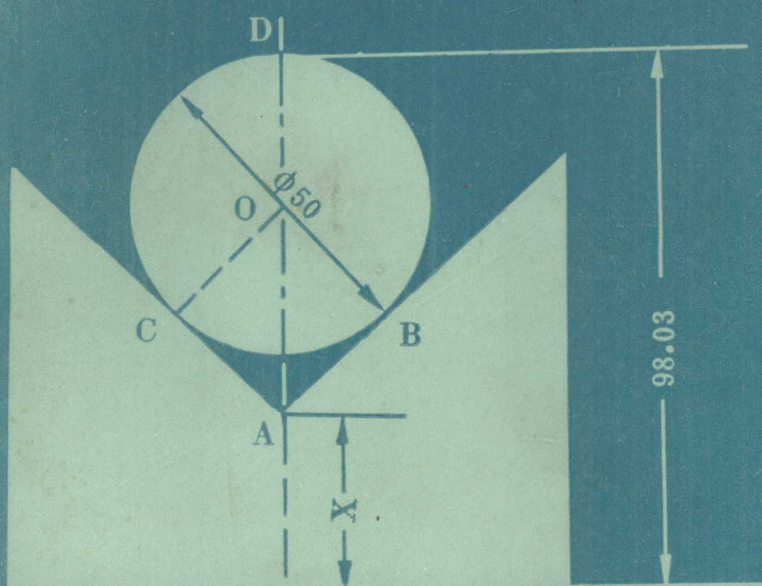


建筑工人技术丛书

建筑工人应用数学



山东科学技术出版社

建筑工人技术丛书

建筑工人应用数学

杨成国 郭维亮 丁美华编

山东科学技术出版社

一九八五年·济南

建筑工人技术丛书
建筑工人应用数学
杨成国 郭维亮 丁美华编

*

山东科学技术出版社出版
山东省新华书店发行
山东淄博印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 19.5印张 409千字
1983年10月第1版 1985年3月第2次印刷

印数：20,001—32,800
书号 15195·115 定价3.25元

出 版 说 明

建筑业在国民经济中占有重要地位，是国民经济的五大产业部类之一。充分发挥建筑业在国民经济中的作用，已成为我国经济建设的重要任务。建筑业的发展，是国民经济兴旺繁荣，人民安居乐业，国家富裕强盛的标志。

为了适应建筑业发展的需要，以及配合当前的职工教育，我们组织编写了这套《建筑工人技术丛书》。

这套丛书包括《建筑工人应用数学》、《建筑识图》、《建筑工程测量》、《建筑材料》、《建筑施工技术》等数种，今后将陆续出版。

这套丛书有以下几方面的特点：第一，以讲基础理论和技术知识为主，对理论问题不作过深的阐述；第二，从读者对象现有的文化程度和技术水平出发，尽可能联系实际，力求解决读者在施工中遇到的一些具体问题；第三，注意介绍一些比较适用的新技术、新工艺、新材料，以适应当前和今后一段时期的需要；第四，各分册在取材方面虽互有联系，但在内容方面各有其独立性，读者可根据需要进行选购和阅读；第五，内容深入浅出，文字通俗易懂，并附有插图，便于读者学习和理解。

这套丛书可供具有初中以上文化程度的建筑工人、技术员和现场施工管理人员学习和参考，也可以作为建筑职工教育和业余技术培训班的教材；同时，可供市政、交通、水利、桥梁、铁路等现场施工人员参考。

前 言

本书为《建筑工人技术丛书》之一。内容包括：算术、代数、三角、几何中的有关基本知识，并附有较多的图表、例题和练习题，力求解决在施工中经常遇到的一些计算问题，以达到实际应用的目的。

本书内容简明扼要，比较通俗易懂，可供具有初中以上文化程度的建筑工人、技术人员和现场施工管理人员学习和参考，也可作为建筑职工教育和业余技术培训班的教材。

由于经验不足和水平所限，书中难免存在某些缺点和错误，希望广大读者批评指正。

编 者

1983年5月

目 录

第一章 百分数	1	第一节 线段与角及其度量	131
第一节 百分数的概念	1	第二节 两直线的位置关系	135
第二节 百分数和小数、分数的 互化	2	第三节 三角形	139
第三节 百分数的计算	3	第四节 四边形	151
第四节 百分数计算在建筑工程 中的应用举例	4	第五节 相似三角形	158
第二章 比和比例	9	第六节 圆	167
第一节 比的意义和性质	9	第七章 几何作图	192
第二节 比例的意义和性质	11	第一节 作垂线、平行线、等分线段	192
第三节 比和比例在建筑工程中 的应用举例	13	第二节 作等角、等分角，作 三角形和正方形	195
第四节 正比例和反比例	20	第三节 过已知三点作圆，求 已知圆的圆心，作已 知圆的切线	196
第三章 有理数的运算	23	第四节 等分圆周	198
第一节 有理数	23	第五节 连接	199
第二节 有理数的运算	26	第六节 椭圆的画法	202
第三节 有理数运算在建筑工程 中的应用举例	41	第八章 函数	207
第四章 代数式的运算	45	第一节 平面直角坐标系	207
第一节 代数式	45	第二节 变量与函数	213
第二节 整式的运算	50	第三节 反比例函数	218
第三节 因式分解	60	第四节 一次函数	220
第四节 分式	69	第五节 二次函数	224
第五节 根式运算	79	第六节 指数函数和对数函数	231
第六节 近似计算	89	第九章 解三角形	241
第五章 方程	96	第一节 三角函数	241
第一节 方程的概念及基本性质	96	第二节 直角三角形的解法 及其应用	250
第二节 一元一次方程	98	第三节 斜三角形的解法及其应用	258
第三节 一元一次不等式	105	第四节 利用对数解三角形	264
第四节 二元一次方程组	110	第十章 求积	271
第五节 一元二次方程	117	第一节 面积的计算	271
第六节 分式方程	126	第二节 体积的计算	285
第七节 根式方程	128	第三节 柱、锥、台的表面积 与侧面展开图	306
第六章 常用平面图形	131		

第一章 百分数

第一节 百分数的概念

分母是100的分数,叫做百分数。如 $\frac{1}{100}$ 、 $\frac{5}{100}$ 、 $\frac{13}{100}$ 、 $\frac{3.1}{100}$ ……都是百分数。百分数也叫百分比或百分率。百分数的具体意义就是把某一事物的数量分成100等份,其中所占的份数。如某建筑工地有300名工人,其中 $\frac{60}{100}$ 是瓦工,就是说把300人分成100等份,每份3人,瓦工人数占100份中的60份,为180人。

百分数通常用百分号%表示。例如,百分之六十写作60%;百分之三点七写作3.7%;百分之二百四十五写作245%。

由于百分数的分母都是100,所以,在生产和生活中进行调查统计和分析比较时,用起来比较方便。

例如,某市第一建筑公司1981年全员产值为5000元/人,1982年为6000元/人;第二建筑公司1981年全员产值为4000元/人,1982年为5000元/人。如果从增加的产值来看,两个建筑公司的全员产值都增加了1000元/人,但从增长率来看,第一建筑公司在全员产值5000元/人的基础上增加了1000元/人,其增长率为 $\frac{1000}{5000}=20\%$,而第二建筑公司的增长率为 $\frac{1000}{4000}=25\%$ 。显然,第二建筑公司的全员产值增长率比第一建筑公司高。

又如,某公司第一施工队全年竣工面积为13297平方米,其中全优工程面积为9308平方米;第二施工队全年竣工面积为15296平方米,其中全优工程面积为10248平方米。如果从全优工程面积来看,第二施工队比第一施工队多940平方米。但是从实际成优率来看,第一施工队的成优率为 $\frac{9308}{13297}=70\%$,第二施工队的成优率为 $\frac{10248}{15296}=67\%$ 。显然,第一施工队的成优率比第二施工队高。

在实际应用中,有时也有用“成”来表示数量之间的关系。几成就是十分之几。例如,某年某厂产品产量比往年增产三成,就是增产十分之三,改写成百分数就是30%。同样,五成就是50%,七成五就是75%。在建筑企业,有的公司规定超额30%以上,公司和施工队实行超额三、七分成,即公司占30%,施工队占70%。

折扣和成一样,都是百分数的一种。例如,二折为20%,对折为50%,八折为80%等。

第二节 百分数和小数、分数的互化

为了便于比较和计算,有时需要把小数或分数化成百分数;有时需要把百分数化成小数或分数。

例1 把0.25、0.625、1.3、4化成百分数。

解 $0.25 = 25\%$;

$$0.625 = 62.5\%;$$

$$1.3 = 130\%;$$

$$4 = 400\%.$$

例2 把70%、27%、1.25%、4%化成小数。

解 $70\% = 0.7$;

$$27\% = 0.27;$$

$$1.25\% = 0.0125;$$

$$4\% = 0.04.$$

把小数化成百分数,只要把小数点向右移动两位,同时在后面加上百分号;把百分数化成小数,只要把百分号去掉,同时把小数点向左移动两位即可。

例3 把 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{47}{125}$ 、 $1\frac{2}{3}$ 化成百分数。

解 $\frac{3}{4} = 0.75 = 75\%$;

$$\frac{1}{8} = 0.125 = 12.5\%;$$

$$\frac{47}{125} = 0.376 = 37.6\%;$$

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3} \approx 1.667 = 166.7\%.$$

式中符号“ $\approx$ ”表示“近似等于”。

例4 把20%、1.5%、13%、125%化成分数。

解 $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$;

$$1.5\% = \frac{1.5}{100} = \frac{3}{200};$$

$$13\% = \frac{13}{100};$$

$$125\% = \frac{125}{100} = 1\frac{1}{4}.$$

把分数化成百分数,通常先把分数化成小数(以分母除分子),再化成百分数;把百分数化成分数,先把百分数改写成分数,能约分的要约成最简分数。

第三节 百分数的计算

比较复杂的百分数应用题，都可以转化为以下三种基本类型进行计算。

一、求一个数是另一个数的百分之几用除法

例1 某施工队原计划16个月建成一座新厂房，实际仅用了12个月，问实际建房时间为原计划的百分之几？

解
$$\frac{12}{16} = 0.75 = 75\%.$$

答：实际建房时间为原计划的75%。

例2 某施工队1981年每人每日平均砌墙为1.21立方米，1980年为1.1立方米。1981年每人每日砌墙量比1980年提高了百分之几？

解 求1981年每人每日砌墙量比1980年提高了百分之几，就是求1981年每人每日砌墙量比1980年增加的数量是1980年的百分之几。所以

$$\frac{1.21 - 1.1}{1.1} = \frac{0.11}{1.1} = 0.1 = 10\%.$$

答：1981年每人每日砌墙量比1980年提高了10%。

二、求一个数的百分之几用乘法

例3 某工程需用钢筋86吨，其中 $\phi 10$ 占全部钢筋的56%， $\phi 8$ 占全部钢筋的35%， $\phi 6$ 占全部钢筋的9%，问这几种钢筋各为多少吨？

解 $\phi 10$ 为 $86 \times 56\% = 48.16$ (吨)；

$$\phi 8 \text{ 为 } 86 \times 35\% = 30.1 \text{ (吨)};$$

$$\phi 6 \text{ 为 } 86 \times 9\% = 7.74 \text{ (吨)}.$$

答： $\phi 10$ 钢筋为48.16吨； $\phi 8$ 钢筋为30.1吨； $\phi 6$ 钢筋为7.74吨。

例4 某施工队原计划第一季度完成68000平方米的建筑任务，经过全体工人的努力，超额完成原计划的25%，第一季度共完成了多少平方米？

解 若把原计划完成数看作1，即100%，则超额完成原计划的25%，就是实际完成原计划的 $(1+25\%)$ 倍。所以

$$\text{实际完成数} = \text{原计划完成数} \times (1+25\%).$$

于是，得：

$$68000(1+25\%) = 85000 \text{ (米}^2\text{)}.$$

答：第一季度共完成了85000平方米。

三、已知一个数的百分之几是多少，求这个数用除法

例5 某建筑工地上全部土地的35%建筑办公室，办公室用地为 $2\frac{4}{5}$ 公顷，问建筑工地共有土地多少公顷？

解

$$2\frac{4}{5} \div 35\% = 8 \text{ (公顷)}.$$

答：建筑工地共有土地 8 公顷。

例 6 某木工厂运到木材一批，第一次做门窗用去全部的 23%，第二次做桌凳用去全部的 12%，两次共用去 1050 立方米，问共运到木材多少立方米？

解 已知第一次用去全部木材的 23%，第二次用去全部木材的 12%，则两次共用去全部木材的 $23\% + 12\% = 35\%$ 。即 35% 等于 1050，于是

$$1050 \div (23\% + 12\%) = 1050 \div 35\% \\ = 3000(\text{米}^3).$$

答：共运到木材 3000 立方米。

第四节 百分数计算在建筑工程中的应用举例

例 1 某建工局 1981 年计划竣工面积为 642313 平方米，实际竣工面积为 679578 平方米，求完成原计划的百分数？

解
$$\text{计划完成百分数} = \frac{\text{实际完成数}}{\text{计划数}} \times 100\%,$$

所以
$$\frac{679578}{642313} = 105.8\%.$$

答：完成原计划的 105.8%。

例 2 某建筑公司 1981 年竣工面积为 69499 平方米，而施工面积为 110316 平方米，求其竣工率。

解
$$\text{竣工率} = \frac{\text{竣工面积}}{\text{施工面积}} \times 100\%,$$

所以
$$\frac{69499}{110316} = 63\%.$$

答：竣工率为 63%。

例 3 某单位建筑机械设备的净值，1971 年末为 854 元，1981 年末为 1480 元，求机械设备净值的发展速度和增长速度。

分析 发展速度说明客观事物在不同时间内发展变化的百分数，反映事物发展快慢的程度。所以

$$\text{发展速度} = \frac{\text{比较期数值}}{\text{基期数值}} \times 100\%.$$

用来作为比较的基数称为基期数值，用于比较的数值称为比较期数值。

增长速度说明客观事物的增长程度，反映事物在原来的基础上增加了百分之几。所以

$$\text{增长速度} = \frac{\text{增长量}}{\text{基期数值}} = \frac{\text{比较期数值} - \text{基期数值}}{\text{基期数值}} = \text{发展速度} - 1.$$

解 机械设备净值的发展速度
$$= \frac{1480}{854} = 173.3\%,$$

$$\text{增长速度} = 173.3\% - 1 = 73.3\%,$$

或
$$\text{增长速度} = \frac{1480 - 854}{854} = \frac{626}{854} = 73.3\%.$$

答：机械设备净值的发展速度为 173.3%；增长速度为 73.3%。

例 4 某建筑公司全员劳动生产率为 6000 元/人，计划每年比上一年增长 10%，问第三年的全员劳动生产率为多少？

解 若将第一年的全员劳动生产率看作 1，即 100%，在此基础上增长 10%，第二年全员劳动生产率可达

$$6000 \times (1 + 10\%).$$

同理，若再把第二年的全员劳动生产率看作 1，在此基础上又增加 10%，第三年便可达

$$6000(1 + 10\%)(1 + 10\%) = 6000 \times 1.1^2 = 7260 (\text{元/人}).$$

答：第三年这个公司的全员劳动生产率为 7260 元/人。

这类应用题所给条件的特点是每年比上一年增长或降低的百分数相同，因而在计算方法上有一定的规律：

若所给条件是增长，则：

$$\text{第 } n \text{ 年数量} = \text{第一年数量} \times (1 + \text{增长百分数})^{n-1};$$

若所给条件是降低，则：

$$\text{第 } n \text{ 年数量} = \text{第一年数量} \times (1 - \text{降低百分数})^{n-1}.$$

例 5 在通常情况下，钢筋经过冷拉可以提高强度，增加长度。经测定，某种钢筋冷拉伸长率为 4%，如实际需要 2.6 米长的钢筋，问应下料多少米？

解 伸长率就是钢筋在做拉力试验时，拉断后伸长的长度除以原来长度所得的百分率。若用 L_1 表示伸长值， L_0 表示原长，则：

$$\text{伸长率} = \frac{\text{伸长值 } L_1 - \text{原长 } L_0}{\text{原长 } L_0} \times 100\%.$$

变形，得：

$$\text{伸长值 } L_1 = \text{原长 } L_0 \times (1 + \text{伸长率}),$$

$$\text{原长 } L_0 = \text{伸长值 } L_1 \div (1 + \text{伸长率})$$

$$= 2.6 \div (1 + 4\%) = 2.5 (\text{米}).$$

答：钢筋应下料 2.5 米。

例 6 普通粘土砖的比重为 2.5 克/厘米³，容重为 1800 公斤/米³，求密实度和空隙率。

分析 密实度是指材料体积内固体物质所充实的程度，通常用字母 d 来表示。

$$d = \frac{\gamma'}{\gamma} \times 100\%.$$

其中， γ' 表示材料的容重； γ 表示材料的比重。

空隙率是指材料体积内空隙体积所占的百分数，通常用 $V_{\text{空}}$ 来表示。则：

$$V_{\text{空}} = \frac{V_1 - V}{V_1} \times 100\% = \left(1 - \frac{V}{V_1}\right) \times 100\%$$

$$= (1 - d) \times 100\% = \left(1 - \frac{\gamma'}{\gamma}\right) \times 100\%.$$

其中, V_1 表示材料在自然状态下的体积; V 表示材料在绝对密实状态下的体积。

d 与 $V_{\text{空}}$ 在数值上两者之和为 1 或 100%。

解 $\gamma' = 1800 \text{ 公斤/米}^3 = 1.8 \text{ 克/厘米}^3$,
 $\gamma = 2.5 \text{ 克/厘米}^3$,

$$\therefore d = \frac{1.8}{2.5} = 72\%,$$

$$V_{\text{空}} = 1 - 72\% = 28\%.$$

答: 密实度为 72%, 空隙率为 28%。

例 7 按计算, 混凝土搅拌机每罐需加入干砂 200 公斤, 如砂子含水率为 3%, 需要多少公斤湿砂?

解 $W_{\text{含}} = \frac{G_{\text{含}} - G_{\text{干}}}{G_{\text{干}}} \times 100\%.$

其中, $W_{\text{含}}$ 表示材料的含水率(%); $G_{\text{含}}$ 表示材料含水时的重量(克); $G_{\text{干}}$ 表示材料烘干至恒重时的重量(克)。

将上式变形, 得:

$$G_{\text{含}} = G_{\text{干}}(1 + W_{\text{含}}),$$

$$\therefore G_{\text{含}} = 200 \times (1 + 3\%) = 200 \times 103\% = 206 \text{ (公斤)}.$$

答: 需要 206 公斤湿砂。

例 8 已知土方工程的实物工程量:

挖土 100 立方米 其中机械完成 70 立方米

运土 50 立方米 其中机械完成 40 立方米

回填土 80 立方米 其中机械完成 40 立方米

已知场内装卸和运输的实物工程量:

装 500 吨 其中机械完成 350 吨

运 500 吨 其中机械完成 400 吨

卸 500 吨 其中机械完成 0 吨

求: (1) 单项机械化程度;

(2) 土方工程的综合机械化程度及场内装卸和运输的综合机械化程度;

(3) 土方工程和场内装卸运输的综合机械化程度。

解 某工种机械化程度 = $\frac{\text{某工种利用机械完成的实物工作量}}{\text{某工种完成全部实物工程量}} \times 100\%;$

$$\text{综合机械化程度} = \frac{\text{各工种工程用机械完成的实物工程量} \times \text{各该工种的定额工日系数之和}}{\text{各工种工程完成的实物工程量} \times \text{各该工种的定额工日系数之和}} \times 100\%.$$

(1) 单项机械化程度为:

$$\text{挖土} = \frac{70}{100} = 70\%; \quad \text{装} = \frac{350}{500} = 70\%;$$

$$\text{运土} = \frac{40}{50} = 80\%; \quad \text{运} = \frac{400}{500} = 80\%;$$

$$\text{回填土} = \frac{40}{80} = 50\%; \quad \text{卸} = \frac{0}{500} = 0\%.$$

(2) 综合机械化程度为:

$$\text{土方} = \frac{70 \times (1) + 40 \times (1) + 40 \times (0.7)}{100 \times (1) + 50 \times (1) + 80 \times (0.7)} \times 100\% = 67\%;$$

$$\begin{aligned} \text{场内装卸和运输} &= \frac{350 \times (1) + 400 \times (1.5)}{500 \times (1) + 500 \times (1.5) + 500 \times (1)} \times 100\% \\ &= 54.3\%. \end{aligned}$$

(3) 土方工程和场内装卸运输的综合机械化程度

$$\begin{aligned} &= \frac{70 \times (1) + 40 \times (1) + 40 \times (0.7) + 350 \times (1) + 400 \times (1.5)}{100 \times (1) + 50 \times (1) + 80 \times (0.7) + 500 \times (1) + 500 \times (1.5) + 500 \times (1)} \times 100\% \\ &= 55.6\%. \end{aligned}$$

注: 上例中括号内数字为定额工日系数, 其值可查劳动定额表。

习 题

1. 某工地年生产任务为 25000 平方米, 已完成 16500 平方米, 问已完成全年生产任务的百分之几? 还有百分之几没有完成?

2. 如用灰量不变, 可掺入减水剂提高混凝土的强度。现已知每立方米用 320 公斤 325 号矿渣水泥混凝土, 不掺减水剂, 28 天强度为 220 公斤/厘米², 掺入 0.5% 建-1 减水剂(按水泥重量计), 28 天强度为 287 公斤/厘米², 问掺入减水剂的混凝土强度比不掺的提高百分之几?

3. 某班组砌砖墙 734 立方米, 其中 3 立方米不合格格, 求合格率。

4. 某木材加工厂上半月生产门 1400 扇, 下半月生产门 1600 扇。问上半月、下半月各完成全月生产任务的百分之几?

5. 经测定, 某种钢筋的冷拉伸长率为 5%, 如实际需要 4.2 米钢筋, 问应下料多少米?

6. 某预制构件厂扩建厂房, 原计划投资 20 万元, 实际投资节约了 1.8 万元, 问节约了百分之几?

7. 某建筑公司一月份完成建筑安装工作量为 100 万元, 二月份为 90 万元, 三月份为 120 万元, 而年度计划为 1200 万元, 问该公司第一季度完成年度计划的百分之几?

[提示: 计划执行进度 = $\frac{\text{累计完成量}}{\text{本期计划数}} \times 100\%$]

8. 某建工局某年竣工工程面积为 588872 平方米, 创全优工程 141 个, 共 299893 平方米, 求成优率。[提示: 成优率 = $\frac{\text{成优面积}}{\text{竣工面积}} \times 100\%$]

9. 某建筑公司竣工面积为 228300 平方米, 其中优良工程面积为 197298 平方米, 求竣工优良品率。[提示: 竣工优良品率 = $\frac{\text{优良工程面积}}{\text{竣工面积}} \times 100\%$]

10. 某工人一天共生产 250 个零件, 经检验有 225 个为一级品, 求一级品率。[提示:

$$\text{一级品率} = \frac{\text{一级品数}}{\text{产品总数}} \times 100\%$$

11. 某施工队某月实有平均人数为 300 人, 其中非生产人员 40 人, 病号 6 人, 探亲 10 人, 求出工率和出勤率. [提示: 出工率 = $\frac{\text{实际参加施工人数}}{\text{本单位实有平均人数}} \times 100\%$. 出勤率 = $\frac{\text{实际出勤人数}}{\text{本单位实有平均人数}} \times 100\%$]

12. 某单位某月完成土方工程量 10 万立方米, 其中采用机械施工完成 7 万立方米, 求其土方机械化程度.

13. 某工程项目, 厂房面积为 28455 平方米, 占建筑面积的 75%, 求该建筑的总面积.

14. 现有木料 150 立方米, 其中 15×15 粗的屋架料占全部木材的 34%, 7×15 粗的檩木占 27%, 2 厘米厚木板占 39%, 问屋架、檩木、木板各为多少立方米?

15. 某仓库有材料 900 吨, 第一天运走总数的 20%, 第二天运走总数的 30%, 问还剩余材料多少吨?

16. 某水泥库用去全部水泥的 60% 以后, 还剩 3000 袋, 问该仓库原有水泥多少袋?

17. 原有木材 260 立方米, 做窗棂子用去 40%, 做门框尚需 155 立方米, 问剩下的木材够不够做门框?

18. 某建筑队原计划完成 18000 平方米的建筑任务, 由于全体职工的努力, 超额完成原计划的 15%, 问共完成多少平方米?

19. 房屋建筑部门决心在三年内使住房面积扩大 50%, 如果每年建筑面积持续增长 17%, 这个奋斗目标能不能达到? 可能扩大百分之几?

20. 一根 ϕ_{12} 的 IV 级钢筋, 其长度为 30 米, 采用双控冷拉, 根据规范规定, 其冷拉率不得超过 4%, 求这根钢筋冷拉后的全长最大值.

第二章 比和比例

第一节 比的意义和性质

一、比的意义

在实践中，常常需要对两个数量进行比较。

数量的比较有两种方法：一种是二者相减，看差是多少；一种是二者相除，看一个数量是另一个数量的几倍或几分之几。

例如，炉渣砖的规格为：长 240 毫米、宽 115 毫米、厚 53 毫米，若求长是宽的几倍，宽是长的几分之几，可以这样计算：

$$240 \div 115 = \frac{48}{23} = 2\frac{2}{23};$$

$$115 \div 240 = \frac{23}{48}.$$

也就是说，长是宽的 $2\frac{2}{23}$ 倍，宽是长的 $\frac{23}{48}$ 。

此例也可称为：

长和宽的比为 48 比 23；

宽和长的比为 23 比 48。

又如，配制 1 立方米混凝土，需水 140 公斤，水泥 280 公斤，则用水量为水泥用量的 $\frac{1}{2}$ ($140 \div 280 = \frac{1}{2}$)，水泥用量为用水量的 2 倍 ($280 \div 140 = 2$)。此例也可称为：

水与水泥的比为 1 比 2；

水泥与水的比为 2 比 1。

从以上两例可以看出：两个数相除又可称为两个数的比。

48 比 23 可以写作 48:23；

23 比 48 可以写作 23:48；

1 比 2 可以写作 1:2；

2 比 1 可以写作 2:1。

“:”称为比号，读作“比”。比号前面的数称比的前项，比号后面的数称比的后项。比的前项除以后项，所得的商叫做比值。例如：

$$3:4 = 3 \div 4 = \frac{3}{4}$$

前项
后项

比
值

从此式可以看出：比、除法、分数三个不同概念有以下关系，见表 2—1。

表 2—1

比和除法、分数的关系

比	前 项	: (比 号)	后 项	比 值
除 法	被 除 数	÷ (除 号)	除 数	商
分 数	分 子	— (分数线)	分 母	分 数 值

因为比的后项相当于除数，所以比的后项不能等于零。

比式可以写成除式，也可以写成分数，但除式和分数不一定可以写成比式。因为只有同名数才能相比，不同名数不能相比，而不同名数则可以相除。例如，将 300 公斤散装水泥平均装入 6 袋，可写成除式(300 公斤 ÷ 6)或写成分数 $\left(\frac{300}{6}\text{公斤}\right)$ ，但不能写成比式(300 公斤:6 袋)。可见，除法和比在概念上是有区别的。

同种类不同单位的两个数量相比，必须化成相同单位，其比值是个没有单位的数。如 1 米比 10 厘米应写成：

$$100 \text{ 厘米}:10 \text{ 厘米}=100 \text{ 厘米} \div 10 \text{ 厘米}=10$$

或

$$1 \text{ 米}:0.1 \text{ 米}=10.$$

二、比的性质

利用比和分数的关系，由分数的基本性质可得到比的基本性质：比的前项和后项同乘以(或除以)一个不为零的数，比值不变。

应用这个性质可以把比化成最简单的整数比，即比的前项和后项都是互质的比。具体化简方法如下：

整数比化简：可以把比的前项和后项同除以它们的最大公约数。如：

$$25:15=(25 \div 5):(15 \div 5)=5:3.$$

小数比化简：根据比的基本性质，先把小数比化成整数比，能化简的再化简。如：

$$0.018:0.006=(0.018 \times 1000):(0.006 \times 1000)=18:6=3:1.$$

分数比化简：先用这两个分数分母的最小公倍数去乘比的前项和后项，化成整数比，能化简的再化简。如：

$$\frac{3}{20}:\frac{3}{4}=\left(\frac{3}{20} \times 20\right):\left(\frac{3}{4} \times 20\right)=3:15=1:5.$$

例 1 搅拌一盘混凝土，用 100 公斤水泥，60 公斤水(假设砂石都是干的)，求混凝土的水灰比。

解 水与水泥的重量之比，工程上称为水灰比，用符号 $\frac{W}{C}$ 表示。根据水灰比的意义，得：

$$\begin{aligned}\frac{W}{C} &= \text{水的重量}:\text{水泥的重量} \\ &= \frac{\text{水的重量}}{\text{水泥的重量}} = \frac{60}{100} = 0.60.\end{aligned}$$

答：混凝土的水灰比为 0.60。

例 2 已知水灰比为 0.63，如果每立方米混凝土用水量为 184 公斤，问每立方米混凝土用水泥多少公斤？

解 由题意知：

$$\text{水量}:\text{灰量}=0.63$$

或

$$\frac{\text{水量}}{\text{灰量}}=0.63$$

利用乘除转化关系，上式可改写为：

$$\text{灰量}=\frac{\text{水量}}{0.63}.$$

把水量 = 184 公斤代入上式，得：

$$\text{灰量}=\frac{184}{0.63}=292(\text{公斤}).$$

答：每立方米混凝土用水泥 292 公斤。

习 题 2

1. 求下列各比的比值：

$$(1) 3:15; \quad (2) 0.6:1.2; \quad (3) \frac{1}{4}:2; \quad (4) 2.7:1\frac{4}{5}; \quad (5) 2\frac{1}{3}:3\frac{1}{2};$$

$$(6) 20 \text{ 吨}:500 \text{ 公斤}; \quad (7) 0.996 \text{ 米}^3:60 \text{ 厘米}^3.$$

2. 化简下列各比：

$$(1) 42:126; \quad (2) \frac{72}{32}; \quad (3) 1.35:9; \quad (4) \frac{1}{6}:\frac{2}{9}; \quad (5) 1\frac{1}{2}:3\frac{3}{4}.$$

3. 求下列各比中未知项 x 的值。

$$(1) 9:x=28; \quad (2) x:9=\frac{2}{3}; \quad (3) x:1\frac{1}{3}=\frac{1}{3}; \quad (4) 17\frac{1}{2}:x=3\frac{1}{3};$$

$$(5) 0.32 \text{ 公斤}:x=0.4; \quad (6) x:1.5 \text{ 米}=\frac{2}{3}.$$

4. 已知水灰比为 0.75，如果每立方米混凝土用水量为 175 公斤，问每立方米混凝土用水泥多少公斤？

第二节 比例的意义和性质

一、比例的意义

在日常生活和工农业生产实践中，有时会遇到两个比的值相等。

例如，配制 1 立方米混凝土需水 180 公斤，水泥 240 公斤；配制 3 立方米混凝土需水 540 公斤，水泥 720 公斤，具体配合比见表 2—2。

表 2—2 水和水泥的重量配合比

水 (公斤)	180	540
水泥 (公斤)	240	720