



志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿

YING ZAI KE TANG



赢在课堂



高中同步课标版

- ◎ 让每一节课堂时间都成为真正的**黄金**时间!
- ◎ 让每一节课堂的学习目标**完美实现**!
- ◎ 让每一位学子都在课堂中得到**发展**!

数学

【必修2】

配课标人教A版



志鸿优化系列丛书

YING ZAI KE TANG

赢在课堂

高中同步课标版

丛书主编 任志鸿

本册主编 田志强

副主编 罗井恩

编者 王银 范天华 曲彦辉

姜文菊 郭广业

数学

【必修2】

配课标人教A版

西苑出版社

图书在版编目(CIP)数据

赢在课堂:课标版.高中同步.数学.2:必修/任志鸿主编.一北京:西苑出版社,2008.8

(志鸿优化系列丛书)

ISBN 978-7-80210-403-7

I. 赢... II. 任... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 122528 号

赢在课堂高中同步课标版·数学(必修 2)

主 编 任志鸿

出 版 西苑出版社

通讯地址 北京市海淀区阜石路 15 号 邮政编码 100039

电话 88636417 传真 88637120

网 址 WWW.xycbs.com E-mail aaa@xycbs.com

总 发 行 山东世纪天鸿书业有限公司

印 刷 淄博德恒印刷有限公司

开 本 890 毫米×1240 毫米 1/16

版 次 2008 年 8 月第 1 版 2008 年 8 月第 1 次印刷

印 张 11.5

字 数 330 千字

书 号 ISBN 978-7-80210-403-7

定价:25.00 元

(凡西苑版图书如有缺漏页、残破等质量问题,本社邮购负责调换)

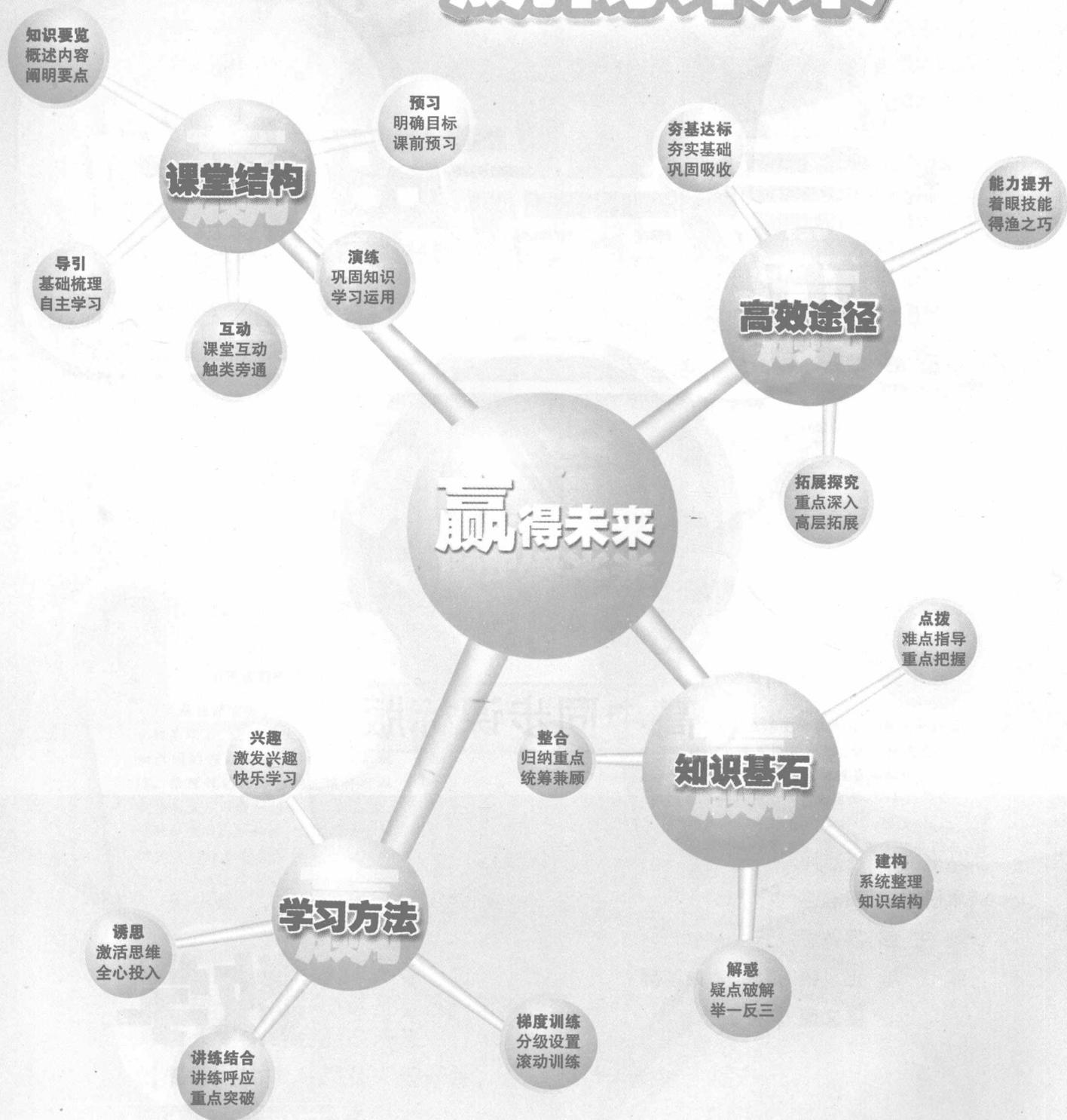
赢在课堂

栏目结构

这不是简单的物理变化，而是深刻的化学聚变。

赢的课堂结构+赢的学习方法+赢的知识基石+赢的高效途径

赢得未来



相信每一个人都向往着能够在—一个明媚的夏日化蛹成蝶，把十年漫长的蜕变结束在一片灿烂中。我也不例外。也许我是幸运者，能够顺利地破茧而出。在走进燕园之前，我如实记下这破茧的方法——



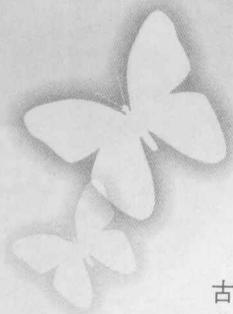
韦薇，女，1988年出生，山东省淄博市实验中学毕业。2006年高考中以679的高分成为山东省状元，现就读于北京大学。

破茧而出

(代前言)

在谈及真正的学习方法之前，我想借用米卢的一句话：态度决定一切。尽管中国队的世界杯之旅依然令人不堪回首，但绿茵场内的汗水和绿茵场外的泪水第一次诠释了足球的含义，这是它让人神魂颠倒群情振奋的原因。同样，寒窗下的生活是暗无天日苦不堪言，还是妙趣横生引人入胜，决定者是自己的态度。我一直相信，学习中不缺少乐趣，而是缺少发现。我也一直相信，兴趣是最好的老师，所以我不断地发现学习中点滴的乐趣，并刻意地去强化这种乐趣，这使我对每一学科都抱着极大的热情。比如，我很喜欢数学测验时的充实和紧张，喜欢完成一个较难题目后通身舒畅的惬意感觉，就因此喜欢数学课；我还喜欢化学的所有内容。这也可能与一个人的世界观人生观有关，就像看到一枝玫瑰，有人赞叹花的美丽，有人却只注重花下的尖刺。每个人都应把自己培养成前者。

除了兴趣之外，方法更是重中之重。然而学习方法不能用一句话概括，也不能一天养成，各学科的方法也不尽相同。我认为悟透每一学科的“灵魂”非常重要。比如语文要求的是一个人的文学素养，这就需要大量的积累。在我下定决心高考作文写议论文之后，我看书时就 very 注意搜集论据，而不是走马观花敷衍了事；翻过一遍《现代汉语词典》，成语也就掌握了大概。有目的就有成功。至于数学，培养数学思想比较关键，比如：转化函数，数形结合等等。这一般是在平时做题目之后多思考总结，多与同学交流积累起来的。现在有一句话很流行：“你有一个苹果，我有一个苹果，我们相互交换，每人还是一个苹果；你有一种思想，我有一种思想，我们相互交换，每一个人都有了两种思想。”可见同学间相互交流讨论的好处。英语方面我一直注意加大词汇量，平时出现频率较高的词汇就主动掌握下来，高考时做阅读理解就游刃有余了，毕竟读懂是理解的前提。最后是理综中的三科：理、化、生，理解就显得更重要了，物理定律情景、化学反应实质、生物原理都要求理解而不只是记住。遇到不懂的问题，要及时地钻研解决，实在不行的话，再问问老师，不能因一时的懒惰而束之高阁；另外，这方面做题也要适量，重点是总结题型，掌握方法，不要深陷题海。

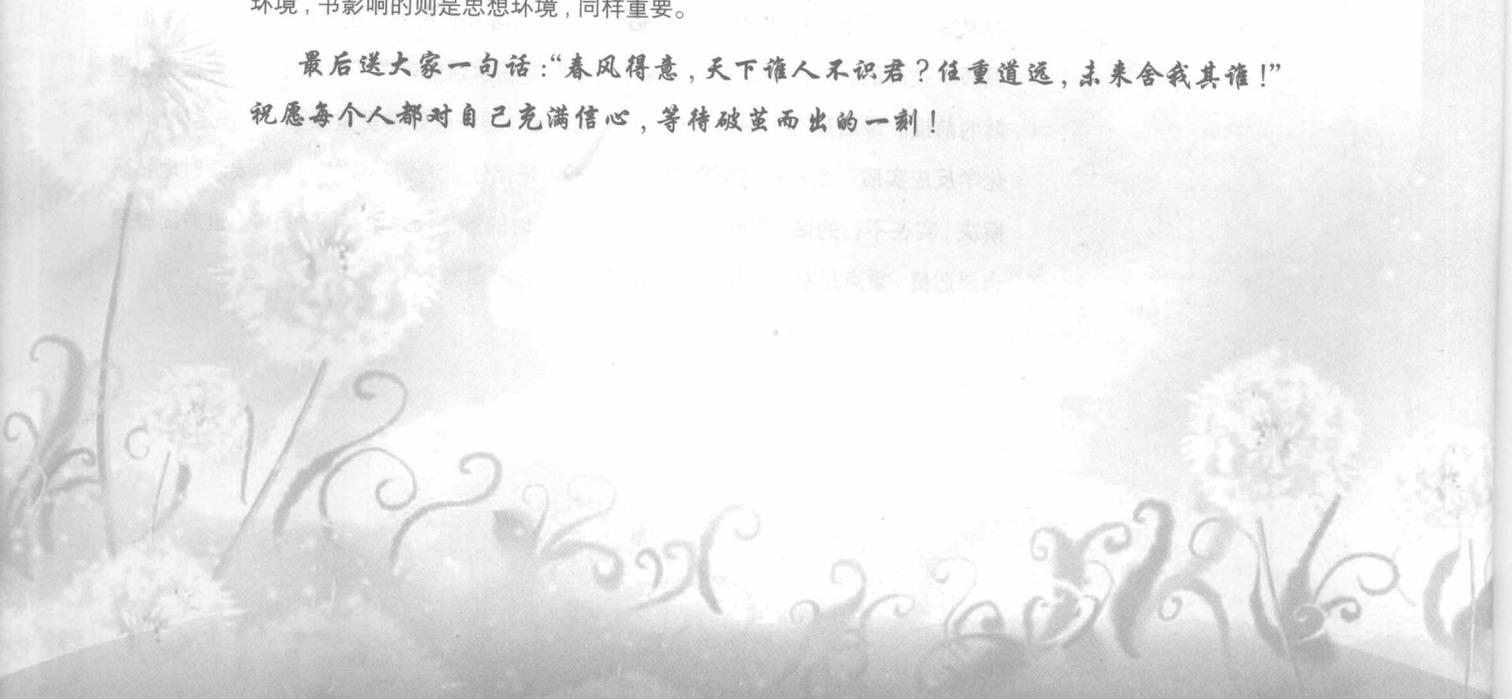


古人有句话流传至今：“书山有路勤为径，学海无涯苦作舟。”对此，我只能同意前半句。但我所理解的“书”不是教科书的代名词，它还包括文学书、科普书等等；“勤”也不是指焚膏继晷闻鸡起舞，而是在应该学习的时候绝不懒惰。就是说上课的时候尽量控制自己的思想，及时对知识进行整理；课后，结合使用“志鸿优化”深入思考；自习前做一个简单的计划，保证一节课紧张有序，不至于忙得焦头烂额或是无所事事。再就是勤复习，我只是一个普通的人，没有过目不忘的本领，所以我也只能用最普通的记忆方法，多看文、理综教辅书，隔一定的时间再重新温习。只要在学校中做到“勤”，回家后又何必三更睡五更起啊？

至于考试，我认为心态是关键，对平时的小测验，要有气度，有道是“宠辱不惊，看庭前花开花落，去留无意，望天上云卷云舒”。考试的目的绝不是看得了多少分，排在第几名，而是为了找出学习中的不足之处。每一次拿到试卷，我所关心的是我哪道题错了，错误的原因是什么，用什么方法来补救；整理错题时也绝不仅仅是写上正确答案，而是点明做题时的障碍，并考虑其他特殊的解法。对于高考，我想说的是：“宜未雨而绸缪，勿临渴而掘井。”考试之前的挑灯夜战是徒劳无益的，知识的积累、能力的培养应当贯穿在整个学习生涯中。高考之前要做的，只是树立信心，减轻压力，这样可从降低目标来实现。在平时的学习中，我把目标定在清华、北大，但在考试前，我把它修改为浙大。我对自己说无论如何，就算发挥得再差，浙大也是没有问题的，因此置身于同考场众多的严肃面孔中，我相信我的表情一定轻松而随意，这可能是我在同水平的竞争者中胜出的原因吧。

最后我想谈一谈课外书的问题。有时我发现身边不少同学随便找本书看得津津有味，甚至抛下作业不做，自习课变成阅读课。我不反对大量涉猎课外知识，但我有一个原则，先保证必须的功课。我一般是在做完一整套题后感觉累了，才看课外书，或者在晚上回家后看。书的选择也有标准，我觉得有三种书值得我们去读：一种是有思想的，像余秋雨的散文，浓郁的历史厚重感充盈其中；一种是有美感的，像《大明宫词》，无论场景还是语言都美不胜收；再一种是有知识的，像一些历史性的、科技性的书。其实这些对一个人的文风甚至于心态都是有影响的。正如古语所说：“与善人居，如入芝兰之室，久而不闻其香；与恶人居，如入鲍鱼之肆，久而不闻其臭。”如果说人影响的是生活环境，书影响的则是思想环境，同样重要。

最后送大家一句话：“春风得意，天下谁人不识君？任重道远，未来舍我其谁！”
祝愿每个人都对自己充满信心，等待破茧而出的一刻！





目录 CONTENTS

第一章 空间几何体	1
1.1 空间几何体的结构	1
1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征	1
1.1.2 简单组合体的结构特征	1
1.2 空间几何体的三视图和直观图	5
1.2.1 中心投影与平行投影	5
1.2.2 空间几何体的三视图	5
1.2.3 空间几何体的直观图	10
1.3 空间几何体的表面积与体积	14
1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积	14
1.3.2 球的体积和表面积	18
整合提升	21
第二章 点、直线、平面之间的位置关系	25
2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系	25
2.1.1 平面	25
2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系	30
2.1.3 空间中直线与平面之间的位置关系	35
2.1.4 平面与平面之间的位置关系	35
2.2 直线、平面平行的判定及其性质	39
2.2.1 直线与平面平行的判定	39
2.2.2 平面与平面平行的判定	39
2.2.3 直线与平面平行的性质	43
2.2.4 平面与平面平行的性质	43
2.3 直线、平面垂直的判定及其性质	47
2.3.1 直线与平面垂直的判定	47
2.3.2 平面与平面垂直的判定	50
2.3.3 直线与平面垂直的性质	55
2.3.4 平面与平面垂直的性质	55
整合提升	59
第三章 直线与方程	63
3.1 直线的倾斜角与斜率	63
3.1.1 倾斜角与斜率	63
3.1.2 两条直线平行与垂直的判定	67
3.2 直线的方程	70
3.2.1 直线的点斜式方程	70

3.2.2 直线的两点式方程	73
3.2.3 直线的一般式方程	76
3.3 直线的交点坐标与距离公式	80
3.3.1 两条直线的交点坐标	80
3.3.2 两点间的距离	83
3.3.3 点到直线的距离	85
3.3.4 两条平行直线间的距离	85
整合提升	89
第四章 圆与方程	96
4.1 圆的方程	96
4.1.1 圆的标准方程	96
4.1.2 圆的一般方程	100
4.2 直线、圆的位置关系	104
4.2.1 直线与圆的位置关系	104
4.2.2 圆与圆的位置关系	108
4.2.3 直线与圆的方程的应用	108
4.3 空间直角坐标系	112
4.3.1 空间直角坐标系	112
4.3.2 空间两点间的距离公式	112
整合提升	116

活页测试卷·参考答案

第一章过关检测	121
第二章过关检测	125
第一、二章滚动训练	129
第三章过关检测	133
第一、二、三章滚动训练	137
第四章过关检测	141
第一、二、三、四章滚动训练	145
模块综合测试	149
单元过关检测参考答案	153
学生用书参考答案	156

第一章 空间几何体



本章知识要览

内容提要

本章内容主要分为三大部分:第一部分主要介绍一些常见的几何体;第二部分介绍几何体的三视图、直观图和一些有关投影的知识;第三部分介绍如何求常见几何体的表面积和体积.

在本章学习中要重视空间想象能力、化归转化能力的培养.

学法建议

对于空间想象能力,尤其是认识图、理解图、应用图的能力,应长期坚持培养,做题时多画、多看、多想,在训练中有时还应变换图形的位置角度,克服“标准图”带来的思维定式,真正树立空间观念.化归转化思想贯穿空间几何始终,是处理空间几何问题的基本数学思想,在学习中应注意培养化归转化意识.

1.1 空间几何体的结构

1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征

1.1.2 简单组合体的结构特征

预习·导引

激趣诱思

我们经常观察周围各种各样的物体,并且不断地学着区分物体形状之间的差异.从儿童时代起,我们就通过观察、玩各种玩具,通过父母和老师的启蒙教育,认识了各种各样的物体的形状.比如说:“水立方”是长方体,国家大剧院则近似的可以看成半球形等等.我们看到的各种各样的建筑物,大都是由几种几何体组成.本节我们先从分析常见立体图形的几何结构开始.

新知预习

一般地,我们把由若干个_____围成的几何体叫做多面体,_____叫做多面体的面,_____叫做多面体的棱,_____叫做多面体的顶点.

1. 棱柱:有两个面_____,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都_____,由这些面所围成的多面体叫做棱柱.棱柱中,两个互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底;其余各面叫做棱柱的侧面;相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱;侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点.

2. 棱锥:有一个面是_____,其余各面都是有一个公共顶点的_____,由这些面所围成的几何体叫做棱锥.

3. 圆柱:以_____的一边所在的直线为旋转轴,其余三边旋转形成的_____所围成的几何体叫做圆柱.

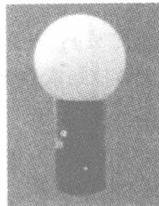
4. 圆锥:以_____的_____所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆锥.

5. 棱台:用一个_____棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分叫做棱台.

6. 圆台:用一个_____圆锥底面的平面去截圆锥,底面与截面之间的部分叫做圆台.

7. 球:以_____的_____所在的直线为旋转轴,_____旋转一周形成的几何体叫做球.

8. 现实世界中,我们看到的物体大多由具有____、____、____等几何结构特征的物体组合而成的.如下图所示的几何体是由_____和_____组成的.

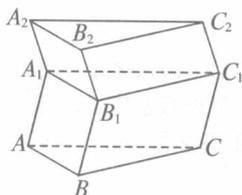


自主探究

1. 多面体与旋转体的主要区别是什么?

答:多面体是由多个多边形围成的几何体,旋转体是由平面图形绕轴旋转而形成的几何体.

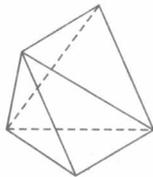
2. 如图所示,是由两个相同形状的三棱柱叠放在一起形成的几何体,请问这个几何体是棱柱吗?



答:这个几何体不是棱柱.这是因为虽然上、下面平行,但是四边形 ABB_1A_1 与四边形 $A_1B_1B_2A_2$ 不在一个平面内.所以多边形 $ABB_1B_2A_2A_1$ 不是一个平面图形,它更不是一个平行四边形,因此这个几何体不是一个棱柱.

3. 各个面都为三角形的多面体一定是棱锥吗?

答:不一定.如果底面为三角形,其余各面都是有—个公共顶点的三角形,由它们所围成的多面体是三棱锥.如果其余各面虽然都是三角形,但它们没有公共顶点,这时由它们围成的多面体就不是棱锥,如图所示.



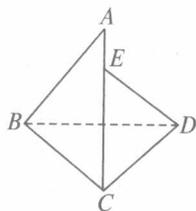
4. 如何根据几何体特征的描述判断几何体形状(答案不唯一,请同学们尽量总结)

答:根据几何体的结构特点判断几何体的类型,首先要熟练掌握各类几何体的概念,把握好各类几何体的性质,其次要有一定的空间想象能力.

重难点拨

一、柱、锥、台、球的结构特征

【例1】判断如下图所示的几何体是不是棱锥,为什么?



思路分析:用棱锥的定义判断.

解:因为棱锥定义中要求:各侧面有一个公共顶点,但图中各侧面没有公共顶点,故该物体不是棱锥.

点拨提示:棱锥是多面体中重要的一种,它有两个本质特征:①有一个面是多边形;②其余的各面是有一个公共顶点的三角形,二者缺一不可.因此棱锥有一个面是多边形,其余各面都是三角形,但是也要注意:“有一个面是多边形,其余各面都是三角形”的几何体未必是棱锥.

自我检测

1. 下列命题中正确的是 ()

- A. 有两个面平行,其余各面都是四边形的几何体叫棱柱
- B. 有两个面平行,其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱
- C. 一个棱柱至少有五个面、六个顶点、九条棱
- D. 棱柱的侧棱长不都相等

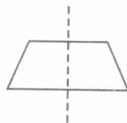
2. 棱台的各侧棱延长后 ()

- A. 相交于一点
- B. 不交于一点
- C. 仅有两条相交于一点
- D. 以上都不对

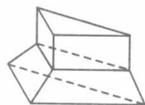
3. 三棱锥又称四面体,则在四面体 $A-BCD$ 中,可以当作棱锥底面的三角形有 ()

- A. 1个
- B. 2个
- C. 3个
- D. 4个

4. 以等腰梯形的对称轴为轴旋转一周,所形成的旋转体是



5. 指出图中的图由哪些简单的几何体构成.



①



②

触类旁通

1-1 判断如图所示的几何体是不是台体,并说明理由.



①



②



③

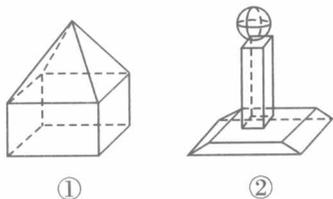


④

1-2 根据下列对几何体结构特征的描述,说出几何体的名称.由八个面围成,其中两个面是互相平行且全等的正六边形,其他各面都是矩形.

二、简单组合体的结构

【例2】观察下列几何体，分析它们是由哪些基本几何体组成的，并说出主要结构特征。



思路分析：由题目可获取以下主要信息：

- ① 图示这两个几何体是组合体；
- ② 应把这两个几何体分解成柱、锥、台、球；

解答本题时应先看图形结构，再与本节的柱、锥、台、球的基本结构相连接起来。

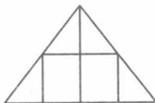
解：图①是由长方体及四棱锥组合而成的，图②是由球、棱柱、棱台组合而成的。

点拨提示：组合体的结构特征有两种组成：(1)是由简单几何体拼接而成；(2)是由简单几何体截去一部分构成。要仔细观察组合体的组成，柱、锥、台、球是最基本的几何体。

三、组合体的应用

【例3】圆锥的底面半径为 R ，高为 H ，一正方体的一个面在圆锥的底面内，它所对的面四个顶点都在圆锥的侧面上，求正方体的棱长。

思路分析：该题目的关键是选好恰当的角度，用一个平面去截这个组合体，将其主要的已知与未知元素集中在一个平面图形内，即化立体问题为平面问题。



解：如上图，过正方体的对角面作一个截面，截正方体为一个矩形，截圆锥为一个等腰三角形，设正方体的棱长是 a ，则这个矩形的长是

$$\sqrt{2}a, \therefore \frac{\sqrt{2}a}{2R} = \frac{H-a}{H}. \text{ 解得 } a = \frac{2RH}{\sqrt{2}H+2R}.$$

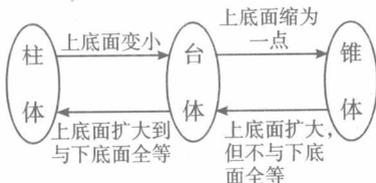
点拨提示：对组合体的计算，注意分析由哪几个几何体组成，然后将空间问题平面化，找好度量关系。轴截面有助于找出各种量之间的关系，因此，在解答有关组合体的问题时，应先作出组合体的轴截面。

思悟升华

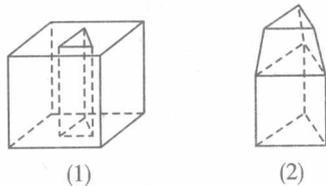
1. 圆柱、圆锥、圆台之间有什么联系？对于一般的柱体、锥体、台体呢？

圆柱、圆锥、圆台都是旋转体，当圆台的一个底面变为与另一个底面同样大时，圆台变为圆柱；当圆台的一个底面缩为一个点时，圆台变为圆锥。

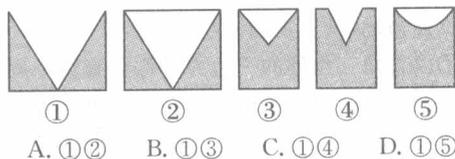
对于一般的柱体、锥体、台体之间的联系如下：



2-1 下列组合体是由哪些几何体组成的？

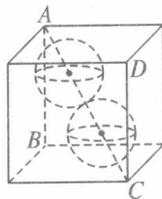


2-2 图示最左边的几何体由一个圆柱挖去一个以圆柱的上底面为底面，下底面圆心为顶点的圆锥而得。现用一个竖直的平面去截这个几何体，则所截得的图形可能是 …………… ()



3-1 用一个平行于圆锥底面的平面截这个圆锥，截得的圆台上、下底面半径的比是 $1:4$ ，截去的圆锥的母线长是 3 cm ，求圆台的母线长。

3-2 如图所示，在棱长为 1 的正方体内有两个球相外切且又分别与正方体内切，求两球半径之和。



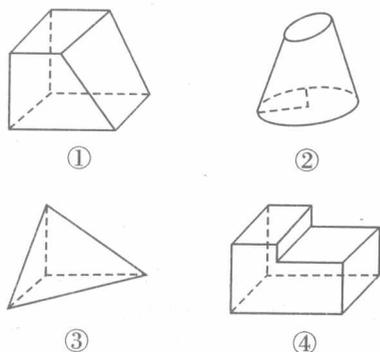


2. 用一个平行于底面的平面去截棱柱、棱锥、棱台所得截面与底面的关系如何？对于圆柱、圆锥、圆台呢？
 对于棱柱与圆柱，所得截面与底面是全等的几何图形；
 对于棱锥，截面与底面相似；
 对于棱台，截面与底面也相似；
 对于圆锥与圆台，截面均是与底面半径不等的圆。

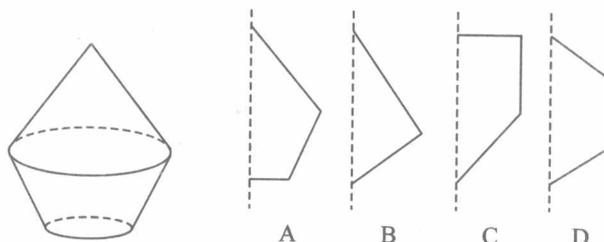
演练提升

夯基达标

1. 下列命题，其中正确命题的个数是 ()
 ①圆柱的轴截面是过母线的截面中最大的一个 ②用任意一个平面去截球体得到的截面一定是一个圆面 ③用任意一个平面去截圆锥得到的截面一定是一个圆
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
2. 下列命题，其中正确命题的个数是 ()
 ①以直角三角形的一边为对称轴旋转一周所得的旋转体是圆锥 ②以直角梯形的一腰为对称轴旋转一周所得的旋转体是圆台 ③圆柱、圆锥、圆台的底面都是圆 ④一个平面去截一个圆锥得到一个圆锥和一个圆台
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
3. 有下列命题：
 ①在圆柱的上、下底面的圆周上各取一点，则这两点连线是圆柱的母线；
 ②圆锥顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线；
 ③在圆台上、下底面圆周上各取一点，则这两点的连线是圆台的母线；
 ④圆柱的任意两条母线所在的直线是互相平行的。
 其中正确的是 ()
 A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ②④
4. 观察下列四个几何体，其中判断正确的是 ()



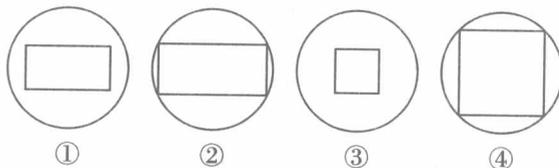
- A. ①是棱台
 B. ②是圆台
 C. ③是棱锥
 D. ④不是棱柱
5. 左下图所示的几何体最有可能是由下面哪个平面图形旋转得到的 ()



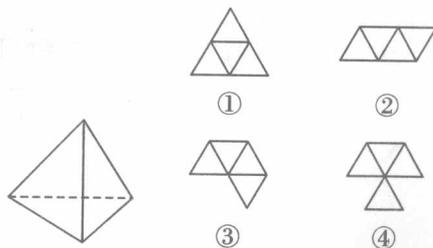
6. 轴截面是直角三角形的圆锥的底面半径为 r ，则其轴截面面积为 _____。

能力提升

7. 以一个等边三角形底边所在的直线为对称轴旋转一周所得的几何体是 ()
 A. 一个圆柱 B. 一个圆锥
 C. 两个圆锥 D. 一个圆台
8. 一个正方体内接于一个球，过球心作一个截面，则截面的可能图形为 ()



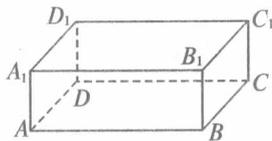
- A. ①③ B. ②④
 C. ①②③ D. ②③④
9. 下列三个命题，其中正确的有 ()
 ①用一个平面去截棱锥，棱锥底面和截面之间的部分是棱台
 ②两个底面平行且相似，其余各面都是梯形的多面体是棱台
 ③有两个面互相平行，其余四个面都是等腰梯形的六面体是棱台
 A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个
10. 在下面4个平面图形中，哪几个是下面左边各侧棱都相等的四面体的展开图？其序号是 _____。（把你认为正确的序号都填上）



11. 边长为 5 的正方形 $EFGH$ 是圆柱的轴截面, 求从点 E 沿圆柱的侧面到相对顶点 G 的最短距离.

拓展探究

12. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=3, AD=2, CC_1=1$, 一条绳子从点 A 沿表面拉到点 C_1 , 求绳子的最短路.



1.2 空间几何体的三视图和直观图

1.2.1 中心投影与平行投影

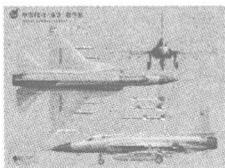
1.2.2 空间几何体的三视图

预习·导引

激趣诱思

在日常生活中, 物体在灯光或日光的照射下, 会在地面、墙面或其他物体表面上产生影子. 这种影子常能在某种程度上显示出物体的形状和大小. 在工程上, 人们把上述自然规律加以抽象, 就形成了投影. 并把物体的影子称为投影; 投影所在的面, 称为投影面; 形成投影的直线, 称为投射射线; 这种应用投射射线, 在投影面上得到投影的方法, 称为投影法.

以下两个图形就是用某种投影方法得到的. 它们分别从三个角度展示了“枭龙”战斗机与 99 式主战坦克. 我们通过观察从三个不同角度得到的图象, 在脑海中就可以形成完整的战斗机与坦克图象. 本节我们就一齐研究如何从三个角度, 画出几何体的图象.



新知预习

- _____ 形成的投影, 叫做中心投影. 中心投影的投影线_____.
- _____ 形成的投影, 叫做平行投影, 平行投影的投影线是_____.
- 空间几何体的三视图是指_____、_____、_____.
- 三视图的排列规则是_____ 放在正视图的下方, 长度与正视图一样, _____ 放在正视图的右面, 高度与正视图一样, 宽度与俯视图的宽度一样.
- 三视图的正视图、俯视图、侧视图分别是_____、_____、_____ 观察同一个几何体, 画出的空间几何体的投影图.
- 球的三视图都是_____, 长方体的三视图都是_____.
- 圆柱的正视图、侧视图都是_____, 俯视图是_____.
- 圆锥的正视图、侧视图都是_____, 俯视图是_____.
- 圆台的正视图、侧视图都是_____, 俯视图是_____.
- 我们画几何体的三视图就是运用_____ 的方法.

自主探究

自我检测

1. 中心投影与平行投影有哪些相同点与不同点? 平行投影有哪些性质? 正投影具有哪些特殊性质? (尽量总结)

答: (1) 中心投影与平行投影的比较

空间图形经过中心投影后, 平行线可能变成了相交的直线, 如照片中由近到远, 物体之间的距离越来越近, 最后相交于一点. 中心投影后的图形与原图形相比虽然改变较多, 但直观性强, 看起来与人的视觉效果一致, 最像原来的物体, 所以在绘画时, 经常使用这种方法. 平行投影, 即所有投影线互相平行, 或投影中心在无限远处, 当投影线和投影面成适当的角度或改变图形相对于投影面的位置时, 一个空间图形在投影面上的平行投影(平面图形)可以形象地表示这个空间图形.

(2) 平行投影的性质

当图形中的直线或线段不平行于投影线时, 平行投影都具有如下性质:

- ① 直线或线段的平行投影仍是直线或线段;
- ② 平行直线的平行投影是平行或重合的直线;
- ③ 平行于投影面的线段, 它的投影与这条线段平行且等长;
- ④ 与投影面平行的平面图形, 它的投影与这个图形全等;
- ⑤ 在同一直线或平行直线上, 两条线段平行投影的比等于这两条线段的比.

(3) 正投影除具有平行投影的性质外, 还有如下性质:

- ① 垂直于投射面的直线或线段的正投影是点;
- ② 垂直于投射面的平面图形的正投影是直线或直线的一部分.

2. 画三视图按照怎样的方法与步骤进行? 应注意什么问题?

(1) 画三视图的一般方法步骤是:

① 选择确定正前方, 确定投影面, 正前方应垂直于投影面, 然后画出这时的正投影——正视图.

② 当正前方确定的情况下, 自左至右的方向也随之而定, 然后确定投影面, 自左向右的方向垂直于投影面, 画出这时的正投影——侧视图.

③ 自上而下的方向是确定的, 在物体下方确定一个水平面作为投影面, 画出正投影——俯视图.

④ 三种视图的安排位置, 一般是正视图、侧视图分别在左、右两边, 俯视图在正视图的下面.

(2) 画三视图应注意以下问题:

首先, 确定正视、俯视、侧视的方向, 同一物体放置的位置不同, 所画的三视图可能不同.

其次, 简单组合体是由哪几个基本几何体组合而成的, 并注意它们的组成方式, 特别是它们的交线位置.

3. 在平行投影中与投影面平行的平面图形, 它的影子与这个图形有何关系? 在中心投影之下呢?

答: 在平行投影中, 原图形与它的影子全等, 在中心投影中, 原图形与它的影子相似.

4. 甲、乙两位同学分别站在同一个几何体的左右两侧, 他们画的三视图一样吗?

答: 不一定一样. 选择不同的视角, 所得三视图可能不同, 但有些几何体的三视图一样. 如长方体三视图不同, 而正方体三视图相同.

1. 有下列说法:

- ① 从投影的角度看, 三视图是在平行投影下画出来的空间图形;
- ② 平行投影的投影线互相平行, 中心投影的投影线相交于一点;
- ③ 空间几何体在平行投影与中心投影下有不同的表现形式;
- ④ 我们平时所看到的照片、美术作品等具有中心投影的特点, 工程建设及机械制造设计图具有平行投影的特点.

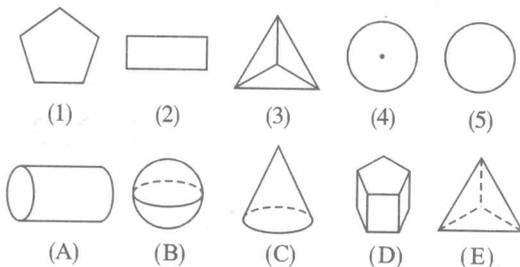
其中正确命题的个数为..... ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 一图形的投影是一条线段, 则这个图形不可能是..... ()

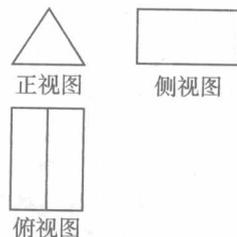
- A. 线段 B. 直线 C. 圆 D. 梯形

3. 根据如图所示的俯视图, 找出对应的物体.

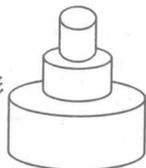


- (1) 对应 _____; (2) 对应 _____;
- (3) 对应 _____; (4) 对应 _____;
- (5) 对应 _____.

4. 如图所示的是某个立体图形的三视图, 则该立体图形的名称是 _____.



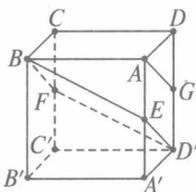
5. 画出图形的三视图.



重难点拨

一、平行投影的概念

【例1】在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, E, F 分别是 $A'A, C'C$ 的中点, 则下列判断正确的是 _____.



① 四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 内的投影是正方形

② 四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影是菱形

③ 四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影与在面 $ABB'A'$ 内的投影是全等的平行四边形

思路分析: 由题目可获取以下主要信息:

① 本题原图形及投影面都有;

② 考查的是平行投影.

解答本题可先根据平行投影的定义知投影线垂直于投影面, 从而确定四边形 $BFD'E$ 四点在各投影面的位置. 再把各投影点连线成图.

解: ① 四边形 $BFD'E$ 的四个顶点在底面 $ABCD$ 内的投影分别是点 B, C, D, A , 故投影是正方形, 正确;

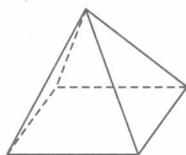
② 设正方体的边长为 2, 则 $AE=1$, 取 $D'D$ 的中点 G , 则四边形 $BFD'E$ 在面 $A'D'DA$ 内的投影是四边形 $AGD'E$, 由 $AE \parallel D'G$, 且 $AE=D'G$, \therefore 四边形 $AGD'E$ 是平行四边形. 但 $AE=1, D'E=\sqrt{5}$, 故四边形 $AGD'E$ 不是菱形. 对于③由②知是两个边长分别相等的平行四边形, 从而③正确.

答案: ①③

点拨提示: 本类型问题多为填空题或选择题, 应抓住已知图形中的端点, 确定端点在投影面的位置, 进而确定投影图形.

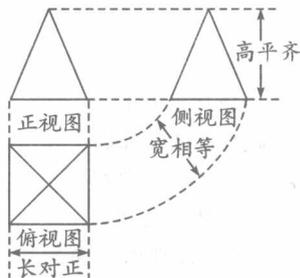
二、画出简单组合体的三视图

【例2】画出如下图所示的四棱锥的三视图.



思路分析: 立体图形的三视图包括正视图、侧视图和俯视图三种, 而侧视图分左视图和右视图两种. 在画图时, 要注意做到“长对正、高平齐、宽相等”.

解: 四棱锥的三视图如下:



三、识别三视图所表示的空间几何体

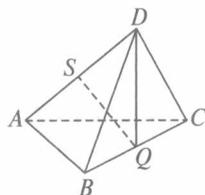
【例3】根据三视图, 画出几何体(如图).

1-1 两条相交直线的平行投影是 ()

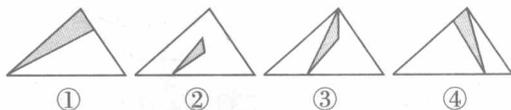
- A. 两条相交直线
- B. 一条直线
- C. 一条折线
- D. 两条相交直线或一条直线

1-2 正四面体(四

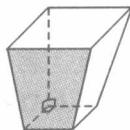
个面是全等的等边三角形, 每个顶点在底面的投影是这个等边三角形的中心), S 为 AD 的中点, Q 为 BC



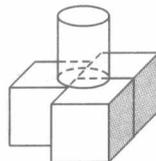
上异于中点和端点的任一点, 则 $\triangle SQD$ 在四个面的射影可能是 _____. (把你认为正确的序号都填上, 正四面体及在四个面的射影如下图所示, 射影为①②③④中阴影部分三角形)



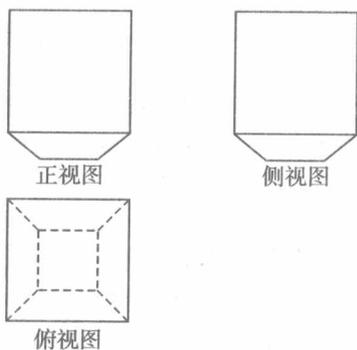
2-1 画出右图所示几何体的三视图.(阴影面为视角正面)



2-2 画出右图所示几何体的三视图.(阴影面为视角正面)

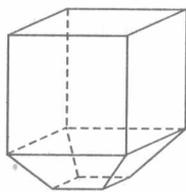


3-1 已知一个几何体的三视图如下图所示, 试根据三视图想象物体的原形, 并试着画出实物草图.

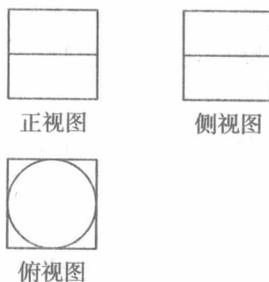


思路分析:这显然是一个组合体的三视图,可以分解为基本几何体,如上图三个大小全等的正方形,应对应一个正方体.

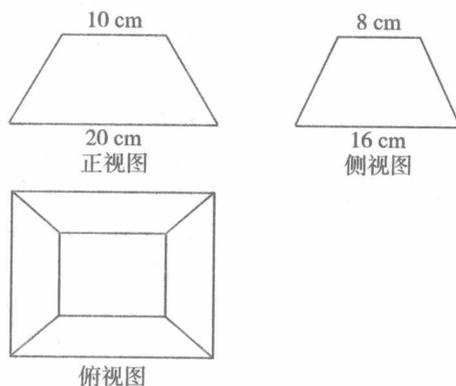
解:其直观图如图所示.



点拨提示:由三视图到立体图形,要仔细分析和认真观察三视图,充分想象立体图的样子,看图和想图是两个重要步骤.



3-2 某几何体的三视图如下图所示,该几何体是棱台吗?



思悟升华

1. 三视图的正视图、侧视图、俯视图分别是几何体的正前方、正左方、正上方观察几何体画出的轮廓线.画几何体的三视图的要求是正视图、俯视图长对正,正视图、侧视图高平齐,俯视图、侧视图宽相等.画出的三视图要检验是否符合“长对正、高平齐、宽相等”的基本特征.

由三视图想象几何体时也要根据“长对正、高平齐、宽相等”的基本特征,想象视图中每部分对应的实物部分的形象.特别注意几何体中与投影面垂直或平行的线及面的位置.

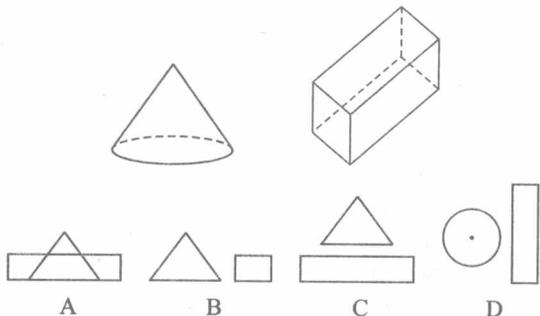
对于简单几何体的组合体,首先要分清它是由哪些简单几何体组成的,然后再画出它的三视图.

2. 联系例 1 和变式提升 1 注意平行投影的性质,尤其注意图形中的直线或线段不平行于投影线的情况.

演练·提升

夯基达标

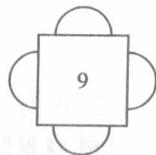
1. 如图,桌面上放着一个圆锥和一个长方体,其俯视图是 ()



2. 对几何体的三视图,下面说法正确的是 ()

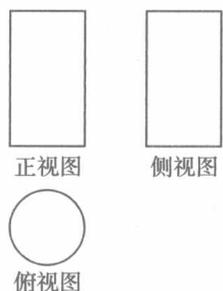
- A. 正视图反映物体的长和宽
- B. 俯视图反映物体的长和高
- C. 侧视图反映物体的高和宽
- D. 正视图反映物体的高和宽

3. 甲、乙、丙、丁四人分别面对面坐在一张四边形桌子旁边,桌上一张纸上写着数字“9”,如图所示.甲说他看到的是“6”,乙说他看到的是“∞”,丙说他看到的是“∞”,丁说他看到的是“9”,则下列说法正确的是 ()

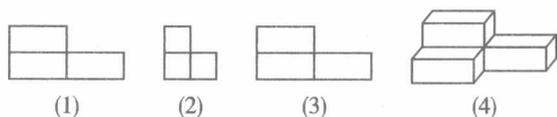


- A. 甲在丁的对面,乙在甲的左边,丙在丁的右边

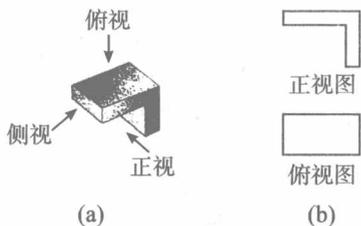
- B. 丙在乙的对面,丙的左边是甲,右边是丁
 C. 甲在乙的对面,甲的右边是丙,左边是丁
 D. 甲在丁的对面,乙在甲的右边,丙在丁的右边
4. 已知某物体的三视图如下图所示,那么这个物体的形状是 ()



- A. 长方体 B. 圆柱 C. 立方体 D. 圆锥
5. 如图,图(1)(2)(3)是图(4)表示的几何体的三视图,其中图(1)是 _____, 图(2)是 _____, 图(3)是 _____.(说出视图名称)



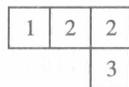
6. 如图所示,图(b)是图(a)中实物画出的正视图和俯视图,你认为正确吗? 如果不正确,请找出错误并改正,然后画出它的侧视图.



视图都是矩形,则这个几何体是长方体 ④如果一个几何体的正视图和侧视图都是等腰梯形,则这个几何体是圆台

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

10. 如图所示的是由几个小立方体所搭成的几何体的俯视图,小正方形中的数字表示该位置小立方体的个数,请画出该几何体的正视图和侧视图.

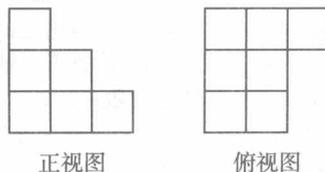


11. 如图是截去一角的长方体,画出它的三视图.



拓展探究

12. 用小方块搭一个几何体,使得它的正视图和俯视图如图所示,这样的几何体只有一种吗? 它至少需要多少个小立方块? 最多需要多少个小立方块?



能力提升

7. 一个几何体的某一方向的视图是圆,则它不可能是()
 A. 球体 B. 圆锥 C. 圆柱 D. 长方体
8. 一个角 A 在平面 α 内的投影不可能是下列图形中的.....
 ()
 A. 点 B. 射线 C. 直线 D. 平面
9. 给出下列命题,其中正确命题的个数是 ()
 ①如果一个几何体的三视图是完全相同的,则这个几何体是正方体 ②如果一个几何体的正视图和俯视图都是矩形,则这个几何体是长方体 ③如果一个几何体的三