2010年度武警院校招生统考

复习丛书·士兵本科（含士官大专）

数 学

武警总部司令部训练部统编

人民武警出版社

2010年度武警院校招生统考复习丛书

数　　学

士兵本科(含士官大专)

人民武警出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学. 5/武警总部司令部训练部编. -北京：人民武警出版社，2009. 10
（2010年度武警院校招生统考复习丛书. 士兵、士官大专本）
ISBN 978-7-80176-346-4

Ⅰ.数… Ⅱ.武… Ⅲ.数学-军事院校-入学考试-自学参考资料Ⅳ.G723.46

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第183951号

书名：数学(2010年度武警院校招生统考复习丛书. 士兵、士官大专本)

编著者：武警总部司令部训练部编
出版发行：人民武警出版社
（发行部电话:010-68795350　68471803）
社址：(100089)北京市西三环北路1号
印刷：定州市龙腾印刷厂
开本：787×1092 1/16
字数：48.64万字
印张：19.75印张
印数：1-14000
版次：2009年10月第1版
印次：2009年10月第1次印刷
书号：ISBN 978-7-80176-346-4
定价：全套5册95.00元

《武警院校招生统考复习丛书》编委会

主　　任　李勇刚

主　　编　刘全义

副主编　司　涛

编　　委　（以姓氏笔划为序）

马宏斌　王俊钦　王炳和　闫晓贤　李俏梅

陆思厚　张振营　赵汝勇　杨晓丹

前　　言

由武警总部司令部训练部统一组织编修的《2010 年度武警院校招生统考复习丛书》(以下简称《丛书》),通过历年统考命题各学科组专家教授的不断修改、补充、完善,已形成了学科门类齐全、内容系统全面、理论知识和实际训练相结合、深受广大考生欢迎的文化复习指导用书。

本《丛书》的编修依照国家、军队和武警部队院校招生有关政策规定,根据各科招生统考复习大纲的要求,贴近广大考生的实际,力求使其既能帮助考生夯实基础,又能在解题技巧、应试能力上有所提高,是考生参加武警院校招生统考复习惟一指定用书,也是统考命题的基本依据。

本《丛书》按报考类别分为士兵本科(含士官大专)和士官中专两类。士兵本科(含士官大专)类包括语文、英语、数学、综合四部分共五册,供报考武警院校的士兵考生(含报考士官大专专业考生)使用。士官中专类包括语文、政治、数学、物理四部分共四册,供报考武警院校士官中专专业的考生使用。《丛书》中还附有各科招生统考复习大纲,以指导广大考生复习应考。

对这套《丛书》的编写,武警部队首长和机关有关部门给予了有力指导,院校及部队广大考生对《丛书》的编写给予了大力的支持,在此一并表示谢意。

《丛书》虽几经修改,仍难免有疏漏之处,敬请广大读者批评指正。

编 委 会

二〇〇九年十月

说　明

本书是《2010 年度武警院校招生统考复习丛书》士兵本科（含士官大专）类《数学》分册，供部队具有高中或具备同等学力的考生报考武警院校复习使用。

全书分代数、立体几何和平面解析几何三大部分共十三章。每章内容按知识要点、例题解析、练习题、检测题、答案提示的顺序编排。其中，【知识要点】系统、扼要地叙述了本章的基本内容；【例题解析】结合本章内容精编了一些典型例题进行分析、求解；【练习题】与【检测题】是对考生是否掌握本章所学知识的检验，并附有【答案提示】。为了提高考生的应试能力，在历年招生统考试题中精选了涉及本章内容的部分考题，并且书末还附有综合练习、复习大纲和上年的招生统考试题。

标注 * 的内容，报考士官大专的考生仅作一般了解。

编　者

二〇〇九年十月

目 录

第一部分 代 数

第二部分　立体几何

第三部分　平面解析几何

第一部分　代　　数

第一章　集合与简易逻辑

§1-1　集　　合

【知识要点】

一、集合的概念

按某种属性能确定的一些对象的全体形成一个集合,集合里的各个对象叫做这个集合的元素.

集合可分为有限集和无限集,含有有限个元素的集合叫做有限集,含有无限个元素的集合叫做无限集.不含任何元素的集合叫做空集(记做 $\varnothing$).

二、集合的表示

1.集合的表示法

(1)列举法:把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法;

(2)描述法:把集合中的元素的公共属性描述出来,写在大括号内表示集合的方法.

2.特殊数集的表示:N—自然数集,N_* 或 N^*—正整数集,Z—整数集,Q—有理数集,R—实数集,C—复数集等.

三、集合与元素的关系

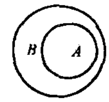
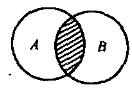
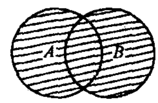
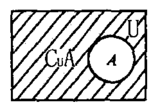
集合中的元素具有确定性、互异性和无序性.

确定性:对于一个给定的集合,集合中的元素是确定的.任何一个对象或者是它的元素,或者不是它的元素,两者必居其一.a 是集合 A 的元素记做 $a \in A$,读作 a 属于集合 A,a 不是集合 A 的元素记做 $a \notin A$,读作 a 不属于集合 A.

互异性:集合中的任何两个元素都是不同的对象.

无序性:集合中不必考虑元素之间的顺序.两个集合只要它们所含的元素完全相同,就是同一个集合.

四、集合与集合的关系

名 称	记 号	意 义	性 质	示意图
子 集	$A\subseteq B$	A 中任一元素都属于 B	$A\subseteq A$;$\varnothing\subseteq A$; 若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$, 则 $A=B$	
真子集	$A\subsetneqq B$	$A\subseteq B$,且 B 中至少有一元素不属于 A		
交 集	$A\cap B$	$\{x\mid x\in A$,且 $x\in B\}$	$A\cap A=A$; $A\cap\varnothing=\varnothing$; $A\cap B=B\cap A$	
并 集	$A\cup B$	$\{x\mid x\in A$,或 $x\in B\}$	$A\cup A=A$; $A\cup\varnothing=A$; $A\cup B=B\cup A$	
补 集	C_UA	$\{x\mid x\in U$,且 $x\notin A\}$ U 表示全集	$A\cap C_UA=\varnothing$; $A\cup C_UA=U$; $C_U(C_UA)=A$	

【例题解析】

例 1 选择题

(1)集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$ 的子集个数是( )

$A.32$ $B.31$ $C.16$ $D.15$

解 含有 n 个元素的集合的子集数为 $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots\cdots+C_n^n=2^n$. $\because M$ 含有 5 元素,$\therefore$ M 的子集数为 $2^5=32$,故选 A.

(2)设集合 $M=\{x\mid 0\leqslant x<2\}$,$N=\{x\mid x^2-2x-3<0\}$,则集合 $M\cap N=$( )

$A.\{x\mid 0\leqslant x<1\}$ $B.\{x\mid 0\leqslant x<2\}$

$C.\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$ $D.\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$

解 $\because x^2-2x-3<0$ 的解为 $-1<x<3$, 即 $N=\{x\mid -1<x<3\}$,

$\therefore M\cap N=\{x\mid 0\leqslant x<2\}$,故选 B.

注 解本题的关键是掌握交集、并集的有关概念,会用数形结合的方法去寻找结果.

(3)已知全集 $U=\{1,3,5,7,8\}$,设集合 $M=\{1,3,7\}$,$N=\{3,7,8\}$.

则 $C_U(M\cap N)=$( )

$A.\{1,5,8\}$ $B.\{1,3,5,7,8\}$ $C.\{1,3,5,7\}$ $D.\{3,5,7,8\}$

解 $\because$ $M\cap N=\{3,7\}$,再在全集 U 中求得 $C_U(M\cap N)=\{1,5,8\}$, $\therefore$选 A.

(4)设集合 $P=\{0,1,-1\}$,$Q=\{-1,1\}$,则( )

$A.P\subsetneqq Q$ $B.Q\subsetneqq P$ $C.P=Q$ $D.Q\in M$

解 这是鉴别两个集合间该用何种关系符的选择题.显见 $P\neq Q$,又"$\in$"只适用于元素与集合间的关系,故 C、D 予以排除,再看 A、B,易知 Q 包含于 P 中,故选 B.

(5)若集合 A 满足 $\{a,b\}\subseteq A\subsetneqq\{a,b,c,d,e\}$,则集合 A 的个数是(　　)

$A.4$　　　$B.7$　　　$C.8$　　　$D.10$

解　$\because\{a,b\}\subseteq A\subsetneqq\{a,b,c,d,e\}$,$\therefore$集合 A 可能是:$\{a,b\}$,$\{a,b,c\}$,$\{a,b,d\}$,$\{a,b,e\}$,$\{a,b,c,d\}$,$\{a,b,c,e\}$,$\{a,b,d,e\}$.故应选 B.

(6)(2001 年统考题)设集合 $A=\{2,a^2-3a+5\}$,$B=\{1,a^2-6a+10,3\}$,且 $A\cap B=\{2,3\}$,则 a 的值是(　　)

$A.1$　　　$B.2$　　　$C.3$　　　$D.4$

解　$\because A\cap B=\{2,3\}$,$\therefore 3\in A$.有 $a^2-3a+5=3$,解得 $a=1$ 或 $a=2$.当 $a=2$ 时,$B=\{1,2,3\}$,此时,$A\cap B=\{2,3\}$满足题意.当 $a=1$ 时,$B=\{1,5,3\}$,这时 $A\cap B=\{3\}$,与已知矛盾.故选 B.

(7)(2002 年统考题)已知集合 $M=\{a,b,c\}$,则满足 $M\cup N=M$ 的集合 N 的个数是(　　)

$A.1$　　　$B.7$　　　$C.8$　　　$D.10$

解　$\because M\cup N=M$,　$\therefore N\subseteq M$.　而 M 含有 3 个元素,　$\therefore M$ 的子集个数为 $2^n=2^3=8$.

$\therefore$选 C.

(8)已知集合 $S=\{a,b,c\}$中的三个元素可构成$\triangle ABC$ 三边的长,那么$\triangle ABC$ 一定不是(　　)

A.锐角三角形　　B.钝角三角形　　C.直角三角形　　D.等腰三角形

解　由集合元素的互异性知,$a\neq b\neq c$,$\therefore$选 D.

(9)已知 $P=\{x\mid x<\sqrt{5}\}$,$Q=\{\sqrt{5}\}$,$a=\sqrt{5}$,则下列关系中正确的是(　　)

$A.\ a\in P$　　$B.\ \{a\}\subsetneqq P$　　$C.\ a=P\cap Q$　　$D.\ a\in P\cup Q$

解　$\because a$ 元素与集合的关系只能是$\in$或$\notin$,因此,C 予以排除,又$\because P$ 不含$\sqrt{5}$,$\therefore$否定 A、B,故选 D.

(10)(2003 年统考题)设 U 为全集,非空集合 M、N 满足 $M\subsetneqq U$,$N\subsetneqq U$,$M\cap N=N$,则(　　)

$A.\ C_UM\supseteq C_UN$　　$B.\ M\subseteq C_UN$

$C.\ C_UM\subseteq C_UN$　　$D.\ M\supseteq C_UN$

解　$\because M\cap N=N$,　$\therefore N\subseteq M$,　$\therefore C_UM\subseteq C_UN$,　故选 C.

例 2　已知集合 $A=\{(x,y)\mid 2x-y+4=0\}$,$B=\{(x,y)\mid x+y-1=0\}$,

(1)求 $A\cap B$;

(2)写出 $A\cap B$ 的所有子集.

解　(1)由题意,解方程组$\begin{cases}2x-y+4=0,\\x+y-1=0,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-1,\\y=2.\end{cases}$

$\therefore A\cap B=\{(-1,2)\}$.

(2)$A\cap B$ 的子集为$\varnothing$,$\{(-1,2)\}$两个.

注　第(1)小题中所得$(-1,2)$应是集合$\{(-1,2)\}$中的一个元素.注意$\{(-1,2)\}$与$\{-1,2\}$是不一样的,也不能把$\{(-1,2)\}$写成$\{(2,-1)\}$.

在写出集合的子集时,应注意空集是任何集合的子集,此外,还应该明确子集、真子集、非空真子集之间的联系与区别.

例 3　已知 $A=\{x\mid 2x^2+x+m=0\}$,$B=\{x\mid 2x^2+nx+2=0\}$,若 $A\cap B=\{\frac{1}{2}\}$,求实数

m,n 的值及 $A\cup B$.

分析 因为 $A\cap B=\{\frac{1}{2}\}$，知 $\frac{1}{2}\in A$，$\frac{1}{2}\in B$，可以分别把 $\frac{1}{2}$ 代入集合 A、B 所表示的方程中的 x，便可求出 m,n 的值，然后用韦达定理或因式分解的方法分别求出方程的另一个根，再确定 $A\cup B$.

解 把 $x=\frac{1}{2}$ 代入方程 $2x^2+x+m=0$，得 $m=-1$.

把 $x=\frac{1}{2}$ 代入方程 $2x^2+nx+2=0$，得 $n=-5$.

设集合 A 方程中的另一根为 x_A，据韦达定理，有

$$\frac{1}{2}+x_A=-\frac{1}{2}\Rightarrow x_A=-1.$$

设集合 B 方程中的另一根为 x_B，据韦达定理，有

$$\frac{1}{2}+x_B=\frac{5}{2}\Rightarrow x_B=2.$$

$\therefore A=\{-1,\frac{1}{2}\}$，$B=\{2,\frac{1}{2}\}$.

因此，$A\cup B=\{-1,\frac{1}{2},2\}$.

注 韦达定理：对方程 $ax^2+bx+c=0$ 若有两根 x_1、x_2，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$.

例 4 已知方程 $x^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实根，M 是方程的解集.

$A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{1,4,7,10\}$，且 $M\cap A=\varnothing$，$M\cap B=M$. 试求 b、c 的值.

解 依题意知，M 中含有两个元素. 由 $M\cap A=\varnothing$ 可知，1,3,5,7,9 都不属于 M，又 $M\cap B=M$，$\therefore M=\{4,10\}$.

由韦达定理知，$b=-(4+10)=-14$，$c=4\times 10=40$.

例 5 已知 $U=R$，$A=\{x\mid x^2\geqslant 4\}$，$B=\{x\mid \frac{6-x}{1+x}\geqslant 0\}$，$C=\{x\mid |x-1|<3\}$. 求：

(1) $A\cap B$，$A\cup C$；

(2) 用列举法表示 C_UA 中的整数的集合 D，B 中能被 3 整除的数的集合 E，C 中的非负整数的集合 F；

(3) $A\cap C_U(B\cap C)$

解 先解不等式，得 $A=\{x\mid x\geqslant 2 \text{ 或 } x\leqslant -2\}$，

$B=\{x\mid -1<x\leqslant 6\}$，

$C=\{x\mid -2<x<4\}$.

(1) 借助数轴（图略），可得 $A\cap B=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 6\}$，$A\cup C=R$.

(2) $D=\{-1,0,1\}$，$E=\{0,3,6\}$，$F=\{0,1,2,3\}$.

(3) $\because B\cap C=\{x\mid -1<x<4\}$，$U=R$，有 $C_U(B\cap C)=\{x\mid x\leqslant -1 \text{ 或 } x\geqslant 4\}$.

$\therefore A\cap C_U(B\cap C)=\{x\mid x\leqslant -2 \text{ 或 } x\geqslant 4\}$.

注 解本题时应注意以下三点：

(1) 熟练掌握不等式的解法，并会在数轴上表示解. 特别是把开区间、闭区间，$\geqslant$、$>$、$\leqslant$、$<$，以及在数轴上是用实心点“.”还是用空心点“。”三者对应起来，把握好端点的属性；

(2) 解题时，一般要先把已知条件所给集合的描述法或隐式变成列举法或显式；

(3)综合计算交集、并集、补集时,必须正确确定运算的先后顺序,不能颠倒.

例6 已知集合 $A=\{x\mid x^2-ax+a^2-19=0\}$, $B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$, $C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}$,且 $A\cap B\neq\varnothing$, $A\cap C=\varnothing$ 同时成立.求实数 a 和集合 A.

解 由已知条件得

$$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}=\{2,3\},$$
$$C=\{x\mid x^2+2x-8=0\}=\{-4,2\}.$$

由 $A\cap C=\varnothing$ 知 $2\notin A$, $-4\notin A$,又 $A\cap B\neq\varnothing$, $\therefore 3\in A$.即3为方程 $x^2-ax+a^2-19=0$ 的一个根.

$\therefore 9-3a+a^2-19=0$,解得 $a=5$ 或 $a=-2$.

当 $a=5$ 时, $A=\{2,3\}$ 与 $2\notin A$ 矛盾,不合题意,舍去.

当 $a=-2$ 时, $A=\{3,-5\}$,符合题意.

$\therefore$ 满足条件的 a 值为 -2,集合 $A=\{3,-5\}$.

注 此题在解出 $a=5$ 或 $a=-2$ 时,就回答 a 的值为5或 -2,就会导致错误,这一点是解决有关集合问题时应特别注意的.

例7 已知集合 $M=\{2,a,b\}$, $N=\{2a,2,b^2\}$,且 $M=N$.求 a、b 的值.

解 $\because M=N$,

$\therefore$ ① $\begin{cases}a=2a,\\ b=b^2;\end{cases}$ 或 ② $\begin{cases}a=b^2,\\ b=2a.\end{cases}$

由①得 $\begin{cases}a=0,\\ b=0;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=0,\\ b=1.\end{cases}$

由②得 $\begin{cases}a=0,\\ b=0;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

$\because$ 集合中元素互异, $\therefore \begin{cases}a=0,\\ b=0.\end{cases}$ 解舍去.

故所求 a、b 的值为 $\begin{cases}a=0,\\ b=1;\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\dfrac{1}{4},\\ b=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

* §1—2　简易逻辑

【知识要点】

一、逻辑联结词

1. **命题**:可以判断真假的语句叫做命题.

2. **逻辑联结词**:“或”、“且”、“非”这些词叫做逻辑联结词.

二、简单命题与复合命题

不含逻辑联结词的命题叫做简单命题;由简单命题和逻辑联结词构成的命题叫做复合命题.

表达形式:用小写字母 p,q,r,s 来表示简单命题.

复合命题有三类:p 或 q;p 且 q;非 p.

三、真值表

表示命题真假的表叫做真值表,真值表是判断由简单命题构成的复合命题的真假的依据。

1. 非 p 复合形式

p	非 p
真	假
假	真

2.p 且 q 复合形式

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

3.p 或 q 复合形式

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

四、四种命题及其关系

1. 四种命题

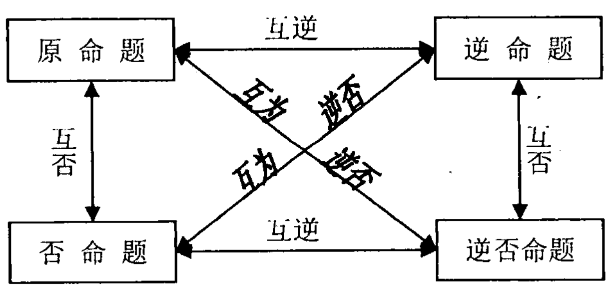
原命题:若 p 则 q　$(p\Rightarrow q)$

逆命题:若 q 则 p　$(q\Rightarrow p)$

否命题:若非 p 则非 q　(非 $p\Rightarrow$ 非 q)

逆否命题:若非 q 则非 p　(非 $q\Rightarrow$ 非 p)

2. 四种命题的关系



3. 一个命题的真假与其它三个命题的真假有如下四条关系:

(1)原命题为真,它的逆命题不一定为真;

(2)原命题为真,它的否命题不一定为真;

(3)原命题为真,它的逆否命题一定为真;

(4)逆命题为真,它的否命题一定为真.

五、充要条件

1. **充分条件**:当“若 p 则 q”为真时,称 p 为 q 的充分条件;

2. **必要条件**:当“若 q 则 p”为真时,称 p 为 q 的必要条件;

3. **充要条件**:当“若 p 则 q”与“若 q 则 p”均为真时,称 p 为 q 的充分必要条件.

4. **充分不必要条件**:当“若 p 则 q”为真且“若 q 则 p”为假时,称 p 为 q 的充分不必要条件.

5. **必要不充分条件**:当“若 q 则 p”为真且“若 p 则 q”为假时,称 p 为 q 的必要不充分条件.

【例题解析】

例 1　选择题

(1)已知命题 $p:\varnothing\subseteq\{0\}$, $q:\{1\}\in\{1,2\}$,由它们构成的“p 或 q”,“p 且 q”,“非 q”这三个复合命题中,真命题有(　　)

A.0 个　　B.1 个　　C.2 个　　D.3 个

解　由于 p 为真,q 为假,所以“p 或 q”为真,“p 且 q”为假,又由于集合与集合之间只有包含关系,所以“非 q”为假,所以三个复合命题中,真命题只有一个,故选 B.

(2)有下列四个命题:

①“若 $xy=1$,则 x,y 互为倒数”的逆命题;

②“面积相等的三角形全等”的否命题;

③“若 $m\leqslant1$,则方程 $x^2-2x+m=0$ 有实根”的逆否命题;

④“若 $A\cap B=B$,则 $A\subseteq B$”的逆否命题.

其中真命题是(　　)

A.①②　　B.②③　　C.①②③　　D.③④

解　可根据题目要求写出相应的命题,然后对命题进行真假判断,淘汰不需要的选项.

①逆命题:若 x,y 互为倒数,则 $xy=1$,真命题;

②否命题:面积不相等的三角形不全等,真命题;

③逆否命题:“若方程 $x^2-2x+m=0$ 无实根,则 $m>1$,真命题;

④逆否命题:若 A 不包含于 B,则 $A\cap B\neq B$,假命题.

综上,确定①②③为真命题,故选 C.

(3)$\begin{cases}x>2\\y>3\end{cases}$是$\begin{cases}x+y>5\\xy>6\end{cases}$,成立的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分也非必要条件

解　显然,若$\begin{cases}x>2\\y>3\end{cases}$则$\begin{cases}x+y>5\\xy>6\end{cases}$,故为充分条件,但当$\begin{cases}x+y>5\\xy>6\end{cases}$成立时,不一定有$\begin{cases}x>2\\y>3\end{cases}$,如取 $x=1,y=7$ 满足$\begin{cases}x+y>5\\xy>6\end{cases}$,但$\begin{cases}x>2\\y>3\end{cases}$却不成立,故非必要条件,从而选 A.

(4)设集合 $A=\{x\mid x>3\}$, $B=\{x\mid x<4\}$,那么“$x\in A$ 或 $x\in B$”是“$x\in A\cap B$”的(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件　　C. 充要条件