

師範專科學校數學科

數學分析

試行教學大綱

中華人民共和國教育部



413.079
804

師範專科學校數學科

數學分析

試行教學大綱

中華人民共和國教育部編訂

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可証出字第〇五四號)

京華印書局印刷 新華書店總經售

書號574(教52) 開本 787×1092¹/₃₂ 印張 8¹/₁₆ 字數4,000

一九五六年三月北京第一版

一九五六年三月北京第一次印刷

印數1—3,500 定價(3) 0.04

師範專科學校數学科

數學分析試行教學大綱

(甲) 說明

(一) 本学科的設置目的和要求

數學分析是師範專科學校數学科的必修課程之一。其目的在提高學生的數學知識水平，擴大其知識領域，以滿足初級中等學校數學教學的需要。

本学科用實數作基礎，建立極限的最基本理論及方法，藉以研究單變數函數(主要是連續函數)的重要性質。由於函數、極限、連續等數學分析的基本概念，都直接關聯着中等學校的數學教學，所以通過它的學習，才能使初等數學中很多基本概念精確化，有些問題才能解決；同時也為學生進一步進修準備條件。

通過本学科的講授和習作，使學生：

(1) 對數學發展有正確認識，以幫助其樹立辯證唯物主義的觀點。

(2) 正確地掌握數學分析的基本概念和主要方法。

(3) 獲得有關基本運算的熟練技巧。

(4) 能初步地應用數學分析知識，來解決一定範圍內的實際問題，特別是中等學校的數學教學中所遇到的有關問題。

(二)本学科的主要内容及時數分配

本学科根据師範專科學校暫行教學計劃是一學年(第三學期、第四學期)的課程,每週講授四學時,習作二學時。主要内容及時數分配如下:

- | | |
|------------|-------|
| (1)基礎概念 | 10 週半 |
| (2)微分法与積分法 | 12 週半 |
| (3)無窮級數 | 6 週 |

(三)本大綱的主要精神

(1)本大綱是根据教育部頒發的師範專科學校暫行教學計劃,参考蘇聯師範專科學校高等數學(數學分析)教學大綱(1953),並結合我國的實際而制定的。

(2)注意与其他学科的联系:(a)關於實數的理論,在數學科設置的“算術及代數複習与研究”中將作系統講授,故在本学科中只作簡短的講述(2學時)。(b)初等函數在數學科另設專門課程,故在本大綱中只講授初等函數的連續性。

(3)函數、極限、連續是數學分析的基本概念,对中等學校數學教學有重要意义,故在大綱中所佔時數較多。

(4)制定本大綱時注意到下列幾點:

(a)尽量體現教學原則。如導數定積分等概念,都通过具體問題而引入。

(b)充分注意到应用。如幾何學上的应用及積分的近似計算等。

(c)尽量联系初等數學。如 e 、 π 的計算,三角函數及對數函數

值的計算，弧長、面積、體積等的計算。

(d)在貫徹愛國主義教育中，要注意介紹劉徽割圓術，祖沖之疏率及密率等。

(5)本大綱個別節目的順序與教學時數的分配，必要時可作適當的調動，但講授總時數應與教學計劃一致。

(乙)大綱內容

(一)實數及函數概念 (12學時)

引言；實數的性質(包括絕對值及不等式)；變量與常量；函數概念，定義域；函數的各種表示法(解析法、圖示法、列表法)；幾種特殊函數類(單調、有界、奇偶函數，週期函數)；函數的有理運算；複合函數；逆函數。

[附註]：

- i. 引言只須用一學時，說明數學與現實世界的關係，介紹恩格斯有關數學的名言，以及數學分析的學習方法。
- ii. 為了與“算術及代數複習與研究”取得密切配合，並為以後“有界數集上下確界存在定理”的證明作基礎，建議在講實數的性質及運算時，可根據諾窪塞洛夫著張永瑞等譯“代數與初等函數”一書36節實數的定義及43節所列舉的實數的性質，在此應強調指出實數的連續性。
- iii. 指出函數概念的普遍性及其定義域的制約。

(二)極限概念 (20學時)

數列的極限($\epsilon-N$ 定義)；無窮小量及其性質；無窮大量；數列極限的性質(不等式，有界性，保號性，有理運算)；有界數集上下確界存在定理；有界單調數列極限存在定理； $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ；函數的極限($\epsilon-\delta$ 定義)；函數極限的性質(不等式，有界性，保號性，有理

运算); $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ 。

[附註]:

- i. 指明實數連續性是確定極限存在的基礎。
- ii. 在 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ 的定義中, $f(a)$ 存在與否或 $f(a)$ 之值為何是不同的。

(三)連續函數 (10 學時)

連續函數的概念(在一點、在開區間、在閉區間連續的定義)及其幾何解釋;間斷點;連續函數的有理運算;閉區間上連續函數的基本性質(有界性,有最大值最小值性,介值性——不加證明);複合函數的連續性;單調連續函數的逆函數的連續性;初等函數的連續性。

[附註]:

- i. 注意闡明當函數在一點為連續時,就有可能根據此點的函數值對附近的函數值作初步的局部估計。
- ii. 說明閉區間及函數的連續性對於最大值、最小值及介值性定理所起的作用。

(四)導數及其應用 (22 學時)

引入問題——切線或速度,導數的定義;可微性與連續性;和、積、商的導數公式;複合函數的導數;逆函數的導數;初等函數的導數;微分及其幾何意義;高階導數;洛爾定理;拉格蘭日定理;切線及法線;對曲線性質研究的应用(包括曲線的上升下降,極大極小,上下凹,拐點,圖象等)。

[附註]:

- i. 注意闡明導數是一種極限,所有關於導數的定理都根據於有關的極限定理。
- ii. 注意闡明當函數在一點的導數為已知時,就有可能對該點函數變化作近似線性的估計。
- iii. 講極大極小時,應注意在實際問題上的应用。

(五)不定積分 (10 學時)

原函數及不定積分概念；基本積分表；線性定理($\int (f+g)dx = \int fdx + \int gdx, \int kfdx = k \int fdx$)；代換積分法；部分積分法；舉例(包括簡單的有理函數積分法，幾種無理函數積分法及超越函數積分法的例題)。

[附註]：

- i. 注意闡明不定積分概念與不定積分公式的來源(微分法)。
- ii. 強調形式積分法的局限性。

(六)定積分及其應用 (18 學時)

引入問題(面積)，定積分的定義(積分和的極限)；連續函數的定積分的存在定理(不加證明)；定積分的基本性質(包括第一中值定理)；關於連續函數的原函數的定理；牛頓——萊布尼茲公式；代換積分法；部分積分法；簡單平面圖形的面積；弧長；旋轉體體積；定積分的近似計算法(梯形公式，辛普森公式)。

[附註]：

- i. 注意說明定積分(作為一種極限)與不定積分在概念上的區別及其關係。
- ii. 講定積分近似計算時，簡單介紹劉徽的割圓術。

(七)無窮級數 (24 學時)

無窮級數概念；正項級數的收斂判別法(比較判別法，達朗貝爾判別法)；交錯級數；絕對收斂級數；泰勞公式及其餘式(拉格蘭日餘式及哥西餘式)；泰勞級數及馬格勞臨級數； e^x 的展開式； $\sin x$ 及 $\cos x$ 的展開式，牛頓二項式(可以不証)； $\log(1+x)$ 的展開式； $\arctg x$ 的展開式；對 π 、 e 的近似計算的應用；對三角函數及對數函數計算的應用。

[附註]：

- i. 講無窮級數概念時，應包括級數收斂的必要條件($u_n \rightarrow 0$)。
- ii. 介紹祖沖之對 π 的近似計算的貢獻。

(丙) 參考資料

1. 維諾格拉陀夫著, 傅尙民譯, 高等數學簡明教程。

С. П. Виноградов, Краткий курс высшей математики.

2. 烏瓦連柯夫, 馬爾列爾著, 李榮凍譯, 分析引論。

И. М. Уваренков, М. Э. Маллер, Введение в анализ.

3. 斯米尔諾夫著, 孫念增譯, 高等數學教程卷 I。

В. И. Смирнов, Курс высшей математики, том I.

4. 辛欽著, 北京大學數學系譯, 數學分析簡明教程。

А. Я. Хинчин, Краткий курс математического анализа.

5. 達維鐸夫著, 李榮凍譯, 數學分析習題集。

Н. А. Давыдов, П. П. Коровкин, В. Н. Никольский, Сборник задач по математическому анализу.

6. 諾窪塞洛夫著, 張禾瑞等譯, 代數與初等函數。

С. И. Новоселов, Алгебра и элементарные функции.

7. 格列本卡, 羅涅舍諾夫著, 楊从仁譯, 數學分析教程卷 I。

М. К. Гребенча, С. И. Новоселов, Курс математического анализа. том I.

8. 別爾曼特著, 張理京等譯, 數學解析教程。

А. Ф. Бермант, Курс математического анализа.

9. 李儼著, 中國算學史。