普通高等院校“十一五”规划教材

概率论与数理统计（第3版）

The Theory of Probability and Statistics

李裕奇 赵联文 王沁 刘赪 编

国防工业出版社
National Defense Industry Press

普通高等院校“十一五”规划教材

概率论与数理统计

（第 3 版）

李裕奇　赵联文　王　沁　刘赪　编

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书内容丰富，概念清晰，浅显易懂，实用性强。全书分为9章，分别介绍了概率论的基本概念、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理等概率论基本知识；以及数理统计的基本概念、样本分布、参数估计、假设检验、线性回归与方差分析等数理统计的基本知识。

本书每章节末都配有大量的思考题、基本练习、综合练习与自测题，并附有参考答案，能够帮助读者循序渐进地牢固掌握概率论与数理统计知识。

本书是专门为高等院校学生学习概率论与数理统计课程编写的教材，也可以作为从事概率论与数理统计相关工作的科研与工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/李裕奇等编．—3版．—北京：国防工业出版社，2009.5

普通高等院校"十一五"规划教材

ISBN 978-7-118-06247-2

Ⅰ．概…　Ⅱ．李…　Ⅲ．①概率论－高等学校－教材②数理统计－高等学校－教材　Ⅳ．021

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第033793号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号　邮政编码100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710×960　1/16　**印张** 28　**字数** 538千字

2009年5月第3版第1次印刷　**印数** 1—4000册　**定价** 36.00元

国防书店：(010)68428422　　发行邮购：(010)68414474

发行传真：(010)68411535　　发行业务：(010)68472764

前言(第3版)

我们根据本书多年的使用情况,对第2版上册中出现的一些疏漏与不妥之处作了修改,重新编写了第六章至第九章,删去了第十章内容,并将上、下两册合编为一册,这样完全包含且更加突出了本科《概率论与数理统计》课程的主要教学内容。本书内容现分为9章,分别介绍了概率论的基本概念、随机变量及其分布、多维随机变量及其分布、随机变量的数字特征、大数定律与中心极限定理等概率论基本知识;以及数理统计的基本概念、样本分布、参数估计、假设检验等工科教学大纲要求的基本内容,以及广泛应用的线性回归与方差分析等数理统计方法。

第3版仍然沿袭了前两版的风格,全书的每一个知识点,都配有简明易懂的解释示例或应用示例;每一章节都配有思考题、基本练习;每一章末都指明本章基本要求,配有综合练习题与自测题,所有这些试题的解答已编写进《概率论与数理统计习题详解(第2版)》一书,该书已由西南交通大学出版社出版。

本书这一版的编写过程中,得到西南交通大学数学学院及概率统计系同行的热情帮助与支持,特别是国防工业出版社的鼎力协助,使得本书可以顺利出版,作者在此深表感谢。

书中不足之处,敬请读者批评指正。

编　者

2008年12月于成都

常 用 符 号

符 号	含 义
e	样本点,基本事件
S	样本空间,必然事件
ϕ	不可能事件
$A,B,C,D,\cdots$	随机事件
$A\cup B$	事件 A 与事件 B 的和事件
$A\cap B$	事件 A 与事件 B 的积事件
$A-B$	事件 A 与事件 B 的差事件
$P(A)$	事件 A 的概率
$P(B\|A)$	事件 B 发生条件下事件 A 发生的条件概率
$X,Y,Z,\cdots$	随机变量,总体
$x,y,z,\cdots$	随机变量的可能取值,总体的观测值
$P\{X=x_k\}=p_k$	离散型随机变量的概率分布,分布律
$F_X(x)=P\{X\leqslant x\}$	随机变量 X 的分布函数
$f_X(x)$	随机变量 X 的概率密度函数
$(0-1)$分布	参数为 p 的两点分布
$U(n)$	等可能分布,离散型均匀分布
$B(n,p)$	参数为 n,p 的二项分布
$\pi(\lambda)$	参数为 λ 的泊松(Poisson)分布
$Ge(p)$	参数为 p 的几何分布
$U(a,b)$	区间(a,b)上的均匀分布
$Z(\alpha)$	参数为 α(均值为 $1/\alpha$)的指数分布
$N(0,1)$	标准正态分布

（续）

符 号	含 义
$\Phi(x)$	标准正态分布的分布函数
z_α	标准正态分布的上 α 分位点
$N(\mu,\sigma^2)$	均值为 μ，方差为 σ^2 的正态分布
$\Gamma(\alpha,\beta)$	参数为 α,β 的伽玛分布
$E(X)$	随机变量 X 的数学期望，概率均值，均值
$D(X)=\mathrm{Var}(X)=\sigma_X^2$	随机变量 X 的方差
$\sigma_X=\sqrt{D(X)}=\sqrt{\mathrm{Var}(X)}$	随机变量 X 的均方差，标准差
$E[g(X)]$	随机变量 X 的函数 $g(X)$ 的数学期望
$\mu_k=E(X^k)$	随机变量 X 的 k 阶原点矩
$\sigma_k=E[(X-E(X))^k]$	随机变量 X 的 k 阶中心矩
$\mathrm{Cov}(X,Y)$	随机变量 X 与 Y 的协方差
ρ_{XY}	随机变量 X 与 Y 的相关系数
$\overline{X}$	随机变量的算术平均，样本均值，总体均值的无偏估计
$\overline{X}^k$	样本 k 阶原点矩
$X_{(k)}$	第 k 个顺序统计量
M_n	样本中位数
D_n	样本极差
$F_n(x)$	经验分布函数
$\widehat{\theta}$	未知参数 θ 的估计
S^2	样本方差，总体方差的无偏估计
S_n^2	样本二阶中心矩，总体方差的矩估计
$\chi^2(n)$	自由度为 n 的 χ^2 分布
$\chi_\alpha^2(n)$	自由度为 n 的 χ^2 分布的上 α 分位点
$t(n)$	自由度为 n 的 t 分布
$t_\alpha(n)$	自由度为 n 的 t 分布的上 α 分位点
$F(n_1,n_2)$	第一自由度为 n_1，第二自由度为 n_2 的 F 分布
$F_\alpha(n_1,n_2)$	自由度为 (n_1,n_2) 的 F 分布的上 α 分位点

目　　录

引　言

概率论有着丰富多彩的历史,它的发展进步对推进世界文明作出了重要贡献。

概率论起源于意大利文艺复兴时期,在当时的意大利就已经建立了预防意外的商业保险组织。为使商业保险机构获得最大利润,就必须研究个别意外事件发生的可能性,即研究事件发生的概率,或称机遇律(率),或然率,根据个别意外事件发生的概率去计算保险费与赔偿费的多少。简单地说,若某个工厂投保,可它本身因管理漏洞太多,时时发生火灾,则接受其财产投保显然是不明智的,反之,如该工厂确实防火措施完善,则接受投保很可能稳赚不赔。作为商业保险机构就必须研究这个厂多长时间发生一次火灾,且火灾的损失有多大,投保金额与赔偿金额差距如何。不过当时的研究只求实用,尚未形成严格的数学理论。后来,在著名科学家 Galileo,Pascal,Fermat,Laplace,Bernoulli,Helley 等人的努力下,才基本建立起一个较为严格、完整的概率论体系。这个体系的建立多少带点传奇的色彩,如在 Fermat 与 Pascal 来往的书信中,应 de Mere 爵士要求,解决这样一个赌博问题:连续掷 4 次骰子,至少得到一次 6 点的打赌赢了钱,但在后来连续掷 24 次两颗骰子至少得到一次双 6 点打赌中输了钱,为什么?他们通过概率推算,发现前一种情况出现的可能性大于 50%,实际上前一种情况发生的概率为 0.518,而后一种情况出现的可能性小于 50%,实际上后一种情况发生的概率为 0.491。由于科学家们这样的书信来往,逐渐建立了概率论的基本概念,由 Bernoulli 等人发展成概率的数学理论,Laplace 以《概率的分析理论》一书奠定了概率论的数学基础,从此概率投入其广泛应用阶段。Helly 对概率作了保险科学方面的应用,他指出如何利用死亡率来计算人寿保险的保险费;Laplace,Legendre,Gauss 等建立了误差理论,即把概率用于对同一数量作反复测量时的变差问题;Maxwell 利用分子速度的概率分布为基础导出气体运动规律;M. Planck 利用概率论描述量子理论;K. Person 及 R. A. Fisher 将概率用于从有限数据中作出有效推断,使数理统计得到迅速发展。在第二次世界大战中概率曾用于搜索敌潜艇理论,轰炸机防御战斗机理论及新式武器的最优使用,战斗最优策略等军事科学上,其后还用于企业管理、经济管理等管理科学之中。

现在,概率论正以其巨大作用活跃在各个科学学科以及我们的日常工作、生活及游戏之中,例如:产品的使用寿命问题,灯泡等的可靠性能,药品对某种疾病的效

力,种子的发芽率,鸡的孵出率,系统的可靠性等等,都需要通过科学试验,利用概率统计知识作出一个合乎科学的判断,以作为产品质量、工作效力等的依据。又如抽彩票、转糖画等游戏,可以通过概率知识计算获得奖品的概率是多少,即最大获奖可能性有多大,平均获奖可能性有多大。再如在桥牌运动中,曾有人如此评价说,不懂概率的人永远不会成为优秀桥牌手。一个好桥牌手不能不懂牌张的分配概率及打牌过程中牌张变化的概率,如桥牌手必须了解除了自己与同伴的花色牌张外分配在敌手的牌张的原始概率:1-1 分布,52% ;2-0 分布,48% ;2-1 分布,78% ;3-0 分布,22% 等等。要想获取最多桥牌赢墩,就应按概率最大的机会打牌。再有如人们必须了解得病率、火灾、水灾、失窃、雷电等情况发生的可能性,尽管这些事件发生的可能性较小,也即事件发生的概率较小,属小概率事件,可人们不得不重视其事件的发生、存在,需了解其出现的规律性。虽然"天有不测风云,人有旦夕祸福",但如果我们了解小概率事件发生的规律性,即能尽可能地预防不利事件发生,促使有利事件发生。

总之,概率论正以其独特作用为时代、社会作出贡献,也日益深入到我们工作、学习、生活之中。我们的时代,也正是以概率论的迅速发展,及其在科学、技术、经济和政策方面的广泛深入应用为标志的,所以概率基础理论知识成为现代科学家与工程师的一门必需的专业训练课程,也是所有有为之士必须掌握的一门基础知识。

第一章　概率论的基本概念

什么是概率?说来并不陌生,通常我们说话常带的某些词,如也许、大概、可能……,就具备概率意义,因为这些词的进一步量化说明常用百分比或概率值来回答。如掷一枚硬币,其出现正面与反面的可能性是多大呢?即使没学过概率论的人也会说,可能是$\frac{1}{2}$,或是50%,且两人用掷硬币方法打赌是常见方法,其方法显然是公平的,实际上硬币正反面出现的概率均为0.5。为给概率及概率论下一个严格的定义,我们必须首先了解自然界的现象分类。

在自然界中的现象,一般可以分为两类:一类我们称之确定性现象,如水在1个标准大气压(0.1MPa)下加热到100℃必然会沸腾,上抛物体必定落向地面,这些现象均是在一定条件下必然发生的现象;另一类现象我们称之不确定现象,即在一定条件下不一定发生的现象。后者又分为两类:一类我们称之个别现象,指原则上不能在不变条件下重复出现的现象,如拿破仑于某年某日死亡,日本天皇某年某日签写无条件投降书等;另一类是在相同条件下可重复出现,但其结果无法事先确知,且在大量重复试验或观察中呈现出某种统计规律性的现象,这才是我们概率论研究的对象——随机现象。概率论就是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学学科。

我们身边的随机现象随处可见,如掷一枚硬币,可能出现正面,也可能出现反面,在掷出之前无法确定,但通过多次重复投掷,则可了解到,其出现正面朝上的情况大致为投掷次数的一半。又如射击,可能的结果是中靶与脱靶,在射出之前无法预知哪个结果出现。但经多次射击之后,可大致确定射手的中靶率为多少。又如新生婴儿可能是男或是女;在相同海况与气象条件下,某定点海面的浪高时起时伏,同一门大炮射击同一目标的弹着点的位置等等均为随机现象。概率论的任务,就是通过揭示随机现象的统计规律性,从而对随机现象作出预测及判断,为科学技术、工农业生产服务。

§1.1　随机试验、随机事件及样本空间

一、随机试验

为叙述方便,我们把对自然现象的观察和进行一次科学试验,统称为一个试

验。如果这个试验在相同条件下可以重复进行,每次试验的可能结果不止一个,并且能事先明确试验的所有可能结果,且在每次试验之前不能确定哪一个结果会出现,则我们称之为一个随机试验,如下面所举:

E_1:抛一枚均匀硬币一次,观察正面 H,反面 T 出现的情况。

E_2:将一均匀硬币抛 3 次,观察出现正面的次数。

E_3:将一均匀硬币抛掷 3 次,观察正面 H,反面 T 出现的情况。

E_4:抛一颗均匀骰子一次,观察出现的点数。

E_5:记录电话交换台 1 分钟内接到的呼唤次数。

E_6:在一批灯泡中任意取一只,测试其寿命(以 h 记)。

E_7:记录某地一昼夜的最高温度 t_2,最低温度 t_1。

E_8:在线段 $[0,a]$ 上随意投一个点,并记录落点的位置。

从上述试验可以看出,试验的结果可为有限个,如 E_1、E_2、E_3、E_4;亦可为可列多个,如 E_5;亦可为不可列多个,如 E_6、E_7、E_8。若记随机试验 E 的所有可能结果组成的集合为 S,称为 E 的样本空间,则我们可知上述随机试验的样本空间为:

$S_1 = \{H,T\}$　H— 正面　T— 反面。

$S_2 = \{0,1,2,3\}$　$i = 0,1,2,3$ 为正面出现的次数。

$S_3 = \{HHH,HHT,HTH,THH,HTT,THT,TTH,TTT\}$。

$S_4 = \{1,2,3,4,5,6\}$　$i = 1,2,\cdots,6$ 为骰子出现点数。

$S_5 = \{0,1,2,\cdots\}$　$i = 0,1,2,\cdots$,为呼唤次数。

$S_6 = \{t \mid t \geqslant 0\}$　t 为灯泡寿命。

$S_7 = \{(t_1,t_2) \mid T_1 \leqslant t_1 \leqslant t_2 \leqslant T_2\}$　T_1、T_2 为这一地区最低、最高温度限,t_1、t_2 为可能出现的最低最高温度。

$S_8 = \{x \mid 0 \leqslant x \leqslant a\}$

一般来说,随机试验的条件有的是人为安排的,如上述例子,当这些条件出现时,人们就可观察到一个结果,并能指出它所在的范围,即 S,但有的试验无法人为安排,如在某固定地区观察从一次三级以上地震到下一次三级地震的时间间隔 t_1,这样的试验无法安排,只能在一定条件下去观察它是否出现。所以我们所说的随机试验有着十分广泛的含义。

二、随机事件

我们称样本空间的元素,即试验 E 的每个可能结果为样本点,记为 e,则样本空间为 $S = \{e\}$,为样本点的集合。我们称 S 的子集为 E 的随机事件,简称事件,且在每次试验中,当且仅当这一事件中的一个样本点出现时,则称这一事件发生。例如 $S = \{e_1,e_2,\cdots,e_{10}\}$,而 $A = \{e_2,e_5,e_8\}$,则在试验中,若 e_2,e_5,e_8 中任一个可能结果

发生时即称事件 A 发生。随机事件通常用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 等标记。由一个样本点组成的单点集，我们称为基本事件。如在 E_1 中有两个基本事件 $\{H\}$ 和 $\{T\}$；E_4 中有 $\{1\},\{2\},\cdots,\{6\}$ 等 6 个基本事件；E_5 中有 $\{0\},\{1\},\cdots$ 可列个基本事件；而 E_6 中有不可列个基本事件 $\{t\}$，$t \geqslant 0$。

例 1.1.1　在随机试验 E_5 中试写出下列事件包含的样本点：

$A = \{$一分钟内至少接到两次呼唤信号$\}$

$B = \{$一分钟内接到呼唤次数在 6 到 10 次之间$\}$

$C = \{$一分钟内接到呼唤次数不多于 8 次$\}$

$D = \{$一分钟内接到呼唤次数至少为 0 次$\}$

$E = \{$一分钟内接到呼唤次数少于 0 次$\}$

解：令 $e_i = \{$一分钟内恰接到 i 次呼唤信号$\}$　$i = 0,1,2,\cdots$

则 e_i 为试验 E_5 的一个可能结果。为简单记，我们可说 $e_i = \{i\}$，则样本空间

$$S_5 = \{0,1,2,\cdots\}$$

故知　$A = \{2,3,4,\cdots\}$　　　$B = \{6,7,8,9,10\}$

$C = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$　　　$D = S$　$E = \phi$（空集）

易见 S 包含所有的样本点，为 S 本身的子集，在每次试验中它总是发生的，故称为必然事件；而空集 ϕ 中不包含任何样本点，它在每次试验中都不发生，故称为不可能事件。为讨论方便起见，我们把必然事件与不可能事件均称作随机事件。

三、事件间的关系与事件的运算

如上所述，事件是样本点的集合，因而事件间的关系与运算自然应按集合论中集合之间的关系和集合运算来处理。下面我们如此给出事件间的关系与运算定义。

设试验 E 的样本空间为 $S = \{e\}$，$A,B,C,A_k(k = 1,2,\cdots)$ 是 S 的子集，即为 E 的随机事件。

1°　若 $A \subset B$（或 $B \supset A$），则称事件 B 包含事件 A，或称 A 包含于事件 B，即指事件 A 发生必导致事件 B 发生。若 $A \subset B$，且 $B \subset A$，即 $A = B$，则称事件 A 与事件 B 相等（或等价），为同一事件。

例如 $A = \{$晴天$\}$，$B = \{$非雨天$\}$，显然 A 发生必导致 B 发生，即 $A \subset B$，又若 $C = \{$非阴、非雨天$\}$，则显然 $A = C$。

2°　事件 $A \cup B = \{e \mid e \in A$ 或 $e \in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的和事件，当且仅当 A、B 中至少有一个发生时，事件 $A \cup B$ 发生，$A \cup B$ 亦可记作 $A + B$。

如在 E_4 中,$A=\{2,3\}$,$B=\{3,4\}$ 则 $A\cup B=\{2,3,4\}$,即当骰子出现2、3、4中任一点时 $A\cup B$ 均发生。

类似地,称 $\cup_{k=1}^{n}A_k$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和事件,称 $\cup_{k=1}^{\infty}A_k$ 为可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 的和事件。

例如在 E_5 中,令 $A_k=\{1,2,\cdots,k\}\quad k=1,2,\cdots$

则 $$\cup_{k=1}^{n}A_k=\{1,2,\cdots,n\},\ \cup_{k=1}^{\infty}A_k=\{1,2,\cdots\}$$

3° 事件 $A\cap B=\{e\mid e\in A$ 且 $e\in B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的积事件,即当且仅当 A、B 同时发生时,事件 $A\cap B$ 才发生,$A\cap B$ 简记作 AB。

类似地,称 $\cap_{k=1}^{n}A_k$ 为 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积事件,称 $\cap_{k=1}^{\infty}A_k$ 为可列个事件 $A_1,A_2,\cdots$ 的积事件。

例如在 E_5 中,令 $A_k=\{k,k+1,\cdots\}\quad k=1,2,\cdots$

则 $$\cap_{k=1}^{n}A_k=\{n,n+1,\cdots\}=A_n\quad \cap_{k=1}^{\infty}A_k=\phi$$

4° 事件 $A-B=\{e\mid e\in A$ 且 $e\notin B\}$ 称为事件 A 与事件 B 的差事件,当且仅当 A 发生,B 不发生时事件 $A-B$ 发生。

例如在 E_3 中,$A=\{$三次出现同一面$\}$,$B=\{$第一次出现正面$\}$

由 $$A-B=\{HHH,TTT\}-\{HHH,HHT,HTH,HTT\}=\{TTT\}$$

5° 若 $A\cap B=\phi$,则称事件 A 与 B 是互不相容的,或称之互斥的,即指事件 A 与事件 B 不能同时发生。如果 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中任意两事件都是互不相容的,则称 n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 两两互不相容。由此定义易知,基本事件是两两互不相容的。

又如在 E_3 中,$A=\{$三次出现同一面$\}$,$C=\{$第一次为正面,第二次为反面$\}$,则 $A=\{HHH,TTT\}$,$C=\{HTH,HTT\}$,$A\cap C=\phi$,即 A 与 C 是互不相容的。

6° 若 $A\cup B=S$,且 $A\cap B=\phi$,则称事件 A 与事件 B 互为逆事件。又称事件 A 与 B 互为对立事件。即指对每次试验而言,事件 A、B 中必有一个发生,且仅有一个发生,A 的对立事件记为 $\overline{A}$。可知,$\overline{A}=S-A$。

例如在 E_2 中,$A=\{$正面出现0次和1次$\}=\{0,1\}$。

$B=\{$正面出现2次和3次$\}=\{2,3\}$,则 $A\cup B=S_2=\{0,1,2,3\}$,$A\cap B=\phi$,即 A,B 互为对立事件。

事件间的这些关系容易从维恩(Venn)图(见图1.1.1)中直观地去理解。如在图中,正方形表示样本空间 S,圆 A 与圆 B 分别表示事件 A 与事件 B。

从上述事件间的关系可见,其与集合论中关系是一致的,为便于学习,列表1.1.1如下:

表 1.1.1

记　号	概率论	集合论
S	样本空间,必然事件	全集
ϕ	不可能事件	空集
e	基本事件	点(元素)
A	随机事件	S 的子集
$e \in A$	事件 A 发生	e 为 A 的点
$A \subset B$	事件 A 发生导致 B 发生	A 为 B 的子集
$A = B$	二事件 A、B 为同一事件	二集合 A、B 相等
$A \cup B$	二事件 A、B 至少一个发生	二集合 A、B 的并集
$A \cap B$	二事件 A、B 同时发生	二集合 A、B 的交集
$A—B$	事件 A 发生而 B 不发生	二集合 A、B 的差集
$\overline{A}$	事件 A 的对立事件	A 对 S 的补集
$A \cap B = \phi$	二事件 A、B 互不相容	二集合 A、B 不相交

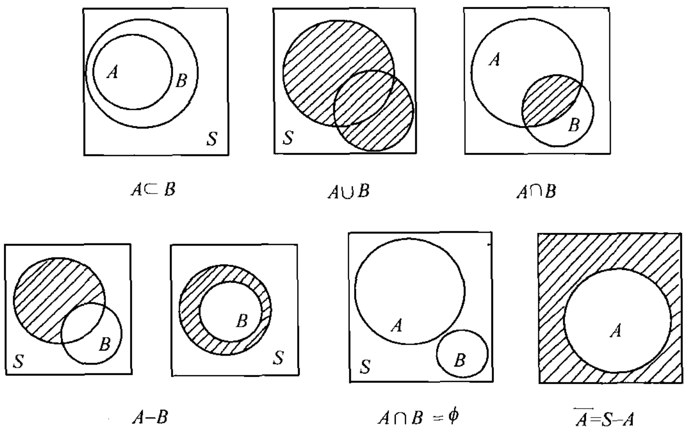

图 1.1.1

事件间的运算规律与集合论中运算规律一致,亦具有下述规律:

交换律:$A \cup B = B \cup A$　　　$A \cap B = B \cap A$

结合律:$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

分配律:$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

德・摩根律:$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$　　　$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

例 1.1.2　在观察电路 MPN(见图 1.1.2)是否为通路的随机试验中,假设电路中的灯泡 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ 有“完好”与“断丝”两种状态,令事件 A = {灯泡 Ⅰ 完好},

$B=\{$灯泡Ⅱ完好$\}$,$C=\{$灯泡Ⅲ完好$\}$,试用A、B、C表示事件$D=\{MPN$通路$\}E=\{PN$为通路$\}$以及D的互斥事件。

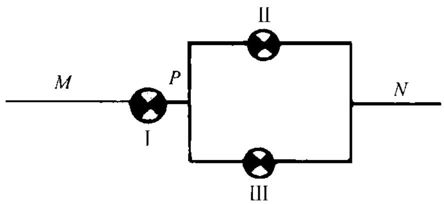

图 1.1.2

解:从图中易见D发生时,即MPN通路,当且仅当灯泡Ⅰ、Ⅱ完好或灯泡Ⅰ、Ⅲ完好,即AB或AC发生,故

$$D=AB\cup AC$$

当E发生时,即PN为通路,当且仅当B或C发生,即灯泡Ⅱ或Ⅲ完好,故

$$E=B\cup C$$

而显然$D\overline{A}=\phi$,故D与$\overline{A}$互为不相容事件,即$\{MPN$通路$\}$与事件$\{$灯泡Ⅰ损坏$\}$是互不相容的。

例 1.1.3 设某射手对一目标接连进行3次射击,记$A_i=\{$第i次击中目标$\}$,那么$\overline{A}_i=\{$第i次射击未命中目标$\}(i=1,2,3)$,试用$A_i(i=1,2,3)$表示事件:

(1)$B_j=\{3$次射击中恰好有j次击中目标$\}\quad j=0,1,2,3$

(2)$C_k=\{3$次射击中至少有k次击中目标$\}\quad k=0,1,2,3$

解:(1)$B_0=\{3$次射击中恰好0次击中目标$\}=\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$

$B_1=A_1\overline{A}_2\overline{A}_3\cup\overline{A}_1A_2\overline{A}_3\cup\overline{A}_1\overline{A}_2A_3$

$B_2=\overline{A}_1A_2A_3\cup A_1\overline{A}_2A_3\cup A_1A_2\overline{A}_3$

$B_3=A_1A_2A_3$

(2)$C_0=\{3$次中至少击中0次$\}=\{3$次中恰好击中0次或1次或2次或3次$\}=B_0\cup B_1\cup B_2\cup B_3=S$

$C_1=B_1\cup B_2\cup B_3=A_1\cup A_2\cup A_3$

$C_2=B_2\cup B_3=A_1A_2\cup A_2A_3\cup A_3A_1$

$C_3=B_3=A_1A_2A_3$

思考题 1.1

1. 随机试验的特点是什么?是否随机试验的结果都具有同等发生的可能性?
2. 为什么可用集合运算的方法进行事件间的运算?