



# 治疗**超声**

## 原理与应用

Principles and applications of therapeutic ultrasound

©主 编 王智彪 李发琪 冯 若

 南京大学出版社

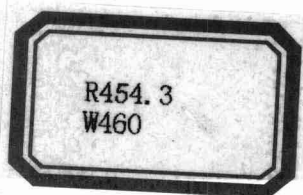
治疗

超声

原理与应用

主编 王 强 副主编 李 强 李 强

第 1 版 2015 年 1 月



# 治疗超声

# 原理与应用

Principles and applications of therapeutic ultrasound

主 编 王智彪 李发琪 冯 若  
作 者 (以姓氏笔画为序)

王智彪	王芷龙	白 晋	冯 若	伍 烽
朱 辉	李发琪	李成志	寿文德	陈文直
邹建中	苏海兵	周 崑	金成兵	张 炼
张德俊	黎克全			

**图书在版编目(CIP)数据**

治疗超声原理与应用/王智彪,李发琪,冯若主编.  
南京:南京大学出版社,2008.6  
ISBN 978-7-305-05420-4

I. 治… II. ①王…②李…③冯… III. 超声波疗法  
IV. R454.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 095618 号

出版者 南京大学出版社  
社址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093  
网 址 <http://press.nju.edu.cn>  
出版人 左 健  
书 名 治疗超声原理与应用  
主 编 王智彪 李发琪 冯 若  
责任编辑 孟庆生 编辑热线 025-83597482  
照 排 南京大学印刷厂  
印 刷 南京大学印刷厂  
开 本 787×1092 1/16 印张 20 字数 496  
版 次 2008 年 6 月第 1 版 2008 年 6 月第 1 次印刷  
ISBN 978-7-305-05420-4  
定 价 48.00 元  
发行热线 025-83594756  
电子邮箱 [sales@press.nju.edu.cn](mailto:sales@press.nju.edu.cn)(销售部)  
[nupress1@publicl.ptt.js.cn](mailto:nupress1@publicl.ptt.js.cn)

---

\* 版权所有,侵权必究

\* 凡购买南大版图书,如有印装质量,请与所购  
图书销售部门联系调换

# 前 言

生物医学工程是迅速发展着的一门年轻的交叉学科,同时又是 21 世纪的朝阳产业. 为了迎接这一形势的巨大挑战,重庆医科大学于 2002 年创办了五年制生物医学工程系. 该系对学生的主要培养目标,是使他们了解并初步掌握从事数字化(超声)医疗设备的临床应用、研究开发和市场销售工作所必须的基础专业知识.

超声治疗学是重庆医科大学生物医学工程系一门重要的专业课,此前已经讲过两届,但所用教学资料比较零散,不系统. 在总结过去教学经验的基础上,我们组织编写了该教材. 本书编撰人员除在重庆医科大学长期从事相关基础研究、教学和临床第一线工作人员外,还有我国医学超声界知名的专家教授.

本书绪论及第 1 章到第 6 章是声学 and 超声生物物理知识. 这部分主要参考杜功焕、朱哲民、龚秀芬的《声学基础》(南京大学出版社),张德俊的《超声物理基础》(见冯若主编《超声手册》第一篇,南京大学出版社)及冯若,李化茂的《声化学及其应用》(安徽科技出版社)等. 部分内容借鉴了马大猷的《现代声学理论基础》、张海澜的《声学理论》及寿文德的《压电式传感器和超声换能器》(见王明时主编《医用传感器与人体信息检测》,天津科技出版社)、Rozenberg L D 的 *Highintensity ultrasonic field* (New York, Plenum Press). 第 7 章为超声生物医学效应,这是超声用于临床治疗的生物物理基础. 第 9 章是介绍 HIFU 以外的其他各种超声治疗技术. 这两章主要参考或取材于冯若、王智彪的《实用超声治疗学》(科学技术文献出版社),其中包括汪荫棠、周万松等执笔撰写的部分资料. 第 8 章为高强聚焦超声(HIFU)治疗技术,包括生物物理原理、治疗机制、设备、检测和临床应用等,此章是重庆医科大学长期从事 HIFU 医疗技术研究的初步总结,同时也引用了国内外其他研究机构发表的文章、标准等,它是本书的重点和特点. 第 10 章专门介绍新的超声治疗技术,其中特别包括近年来获得巨大成功的“聚焦超声用于治疗妇科非肿瘤疾病”,也包括那些目前仍然处于研究阶段但业已显示其重要应用前景的新技术.

作者分工如下:前言、绪论由王智彪、李发琪(重庆医科大学生物医学工程系)、冯若(重庆医科大学医学超声研究所、南京大学声学研究所)编写,第 1,2,4 章由张德俊(中科院武汉物理与数学研究所)、冯若编写,第 3 章由寿文德(上海交通大学生命科学技术学院)编写;第 5 章由冯若编写,第 6 章由冯若、张德俊编写;第 7 章由冯若、王智彪编写,第 8 章 8.1 由李发琪、王智彪编写,8.2 由李发琪、王智彪、王芷龙(重庆医科大学生物医学工程系)编写,8.3 由李发琪、王智彪、王芷龙、邹建中(重庆医科大学生物医学工程系)编写,8.4 由李发琪、王智彪编写,8.5 由李发琪、王智彪、白晋(重庆医科大学生物医学工程系)编写,8.6.1 由陈文直、伍烽、周昆、金成兵、黎克全(重庆医科大学附属二院)编写,8.6.2 由朱辉、张炼、伍烽、邹建

中、苏海兵(重庆医科大学附属二院)编写,8.7由李发琪、王智彪编写,第9章由冯若、王智彪编写,第10章的10.1由李成志(重庆医科大学生物医学工程系)、陈文直、王智彪编写,10.2由王智彪编写,10.3~10.5由冯若、王智彪编写,10.6由冯若、李发琪、王智彪编写。

本书在编著中,有些内容作了适当深化,以备供研究生学习参考。编者确信,本书的出版不仅会进一步推动超声治疗学发展,而且会使生物医学工程学的发展更加丰富多彩。

编者谨向为本书提供资料和参与撰稿的新老作者一并表示诚挚谢意。本书出版后,希望能够继续得到专家们的帮助和指教,并希望在教学和研究的实践中与时俱进,不断地得到充实、改进和提高。

# 目 录

绪 论	1
第 1 章 质点振动学基础	4
1.1 单质点振动系统	4
1.2 力—电—声类比	11
第 2 章 声学基础	13
2.1 现代声学的基本研究内容及频率范围	13
2.2 声波与声压的概念	15
2.3 波动方程及其解	16
2.4 描述声场的其他物理量	20
第 3 章 超声波的产生、超声场的分析和测量	26
3.1 压电材料和压电换能器	26
3.2 超声治疗换能器的声场特性	57
3.3 有限振幅波聚焦声场	64
3.4 治疗超声的声输出、声场特性和换能器电声参数的测量	70
3.5 超声治疗系统的声场特性测量和标准化	81
第 4 章 超声波的传播特性	85
4.1 描述声波传播过程的惠更斯原理	85
4.2 声学边界条件	86
4.3 超声波在界面上的反射与折射	87
4.4 超声波通过三层媒质的传播	94
4.5 超声波的散射与衍射	95
4.6 超声波的干涉	98
4.7 超声波的衰减	102
4.8 超声波的非线性特性	107

<b>第 5 章 生物组织的超声性质</b> .....	112
5.1 生物组织超声参数的实验测试方法 .....	112
5.2 生物组织超声衰减和吸收随频率的变化关系 .....	120
5.3 生物组织的声速、声衰减与其组分的关系 .....	121
5.4 某些生物组织及材料的超声参数数据表 .....	126
<b>第 6 章 超声空化</b> .....	127
6.1 空化阈值与空化核 .....	127
6.2 空化泡崩溃需要的时间 .....	129
6.3 声场中空化气泡的运动 .....	130
6.4 瞬态空化与稳态空化 .....	131
6.5 影响超声空化的各种物理参数 .....	136
6.6 超声空化研究发展中的几个重要事件 .....	141
<b>第 7 章 超声生物效应及其物理机制</b> .....	143
7.1 产生超声生物效应的物理机制 .....	143
7.2 研究超声生物效应非热学机制的实验装置 .....	147
7.3 医学超声对人体组织的可能作用机制 .....	148
7.4 超声生物效应的基本实验数据 .....	149
7.5 有关超声诊断安全性的超声生物效应研究 .....	160
7.6 HIFU 治疗中单点损伤剂量学的理论研究 .....	161
7.7 不同剂量超声作用于人体各组织器官的效应 .....	163
7.8 超声生物效应物理机制和临床治疗关系的讨论 .....	168
<b>第 8 章 高强度聚焦超声 (HIFU) 技术及其临床应用</b> .....	170
8.1 HIFU 的发展历史 .....	170
8.2 HIFU 的原理 .....	172
8.3 HIFU 治疗设备 .....	180
8.4 HIFU 辐照参数及其测量 .....	188
8.5 HIFU 生物学效应与剂量学 .....	195
8.6 HIFU 临床应用 .....	224
8.7 HIFU 的前景 .....	234
<b>第 9 章 其他各种超声治疗技术</b> .....	235
9.1 超声理疗 .....	235
9.2 超声—电协同疗法 .....	241
9.3 超声药物透入疗法 .....	243



---

9.4 超声雾化吸入疗法 .....	246
9.5 超声治疗心血管疾病 .....	248
9.6 超声波治疗脑血管疾病 .....	251
9.7 超声外科 .....	255
9.8 冲击波和超声波碎石 .....	259
9.9 超声温热疗法治疗癌症 .....	261
9.10 超声血管成形术 .....	264
<b>第 10 章 超声治疗技术的新进展 .....</b>	<b>266</b>
10.1 聚焦超声治疗妇科非肿瘤疾病 .....	266
10.2 聚焦超声治疗变应性鼻炎 .....	284
10.3 超声止血 .....	288
10.4 超声抗早孕 .....	288
10.5 声动力学疗法 .....	289
10.6 微泡联合超声技术用于肿瘤治疗 .....	290
<b>附录 .....</b>	<b>296</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>300</b>

# 绪 论

声学是物理学的一个分支,它是研究声波(机械波)的发生、传播、接收和声波与各种媒质相互作用、作用效应及其应用等的一门学科。声学在物理学中是一个“外在性”最强的分支,即它向物理学其他各分支及各个科学技术领域的渗透性最强,有极为广阔的开发利用前景。

声波的频率范围可跨越 17 个量级,即从  $10^{-4}$  Hz $\sim$ 10<sup>4</sup> GHz。根据频率的高低,通常把声波分为次声波、可听声波、超声波和特超声波,它们各自都有其对应频段范围和应用领域。频率处在 20kHz $\sim$ 1GHz 的声波称做超声波,因为它超出了人耳的听觉频率上限。

1888 年 Curie 发现“压电效应”,随后 Langevin 又发现了“反压电效应”,为超声技术奠定了物理基础,随之超声技术便开始形成。一个世纪的历史表明,超声技术的发展异常活跃,从海洋探查、工业检测、医疗保健到广泛应用于电视、广播、通讯中的超声电子器件等,人们几乎处处可以感受到超声技术与生产和生活的密切关系。

现代医学是现代科学技术向医学领域渗透的结果,如放射医学、激光医学、超声医学等。1922 年,德国出现首例超声治疗机发明专利,1939 年发表了首篇关于超声治疗的临床治疗报道。其后,一直到 1949 年召开的第一次国际超声医学学术交流会上,才开始有了超声治疗论文的发表和交流。

超声波进入人体后,会通过一定的物理机制(机理)对人体组织产生作用。机械(力学)机制是原发机制,热机制和空化机制则是超声与人体组织相互作用而产生的次级机制。超声波就是通过上述的一种或多种机制对人体组织产生作用,并通过这些作用使其获得治疗效果。

超声波对于人体作用产生的效果称为超声生物效应,定量研究超声波与其产生生物效应之间的关系即是超声剂量学。20 世纪中后期,对超声生物效应和超声剂量学进行了大量研究,为超声治疗技术的发展构建了必要的超声生物物理基础。

20 世纪 40 年代开始出现超声波工业探伤技术,很快在医学领域被用于检查人体疾病,随之则导致一维回波幅度显示的 A 型超声诊断仪问世;50 年代相继研制出 M 型超声心动图、Doppler 超声诊断仪;60 年代推出了二维回波灰度显示的 B 型超声显像仪;80 年代后,由于计算机和数字技术的迅速发展,超声诊断进入了发展的鼎盛时期,推出了彩色超声诊断仪;90 年代后,三维技术、宽带技术、谐波技术、全数字化技术等,日新月异,技术频繁更新换代。近半个世纪,后来居上的超声诊断技术引领着超声医学的发展。与此同时,超声治疗技术也在理疗、外科、碎石、热疗等方面也取得了重要发展。

到了 20 世纪 90 年代,超声治疗技术呈现出强劲的发展势头,这主要表现在两个方面:一是高强聚焦超声(HIFU)无创外科技术的崛起并取得巨大成功。其次是超声联合气泡已经

构建起一个多彩平台,预示着靶向基因治疗等许多新的医疗技术的突破。

20世纪中期,Lynn和Fry等曾提出并尝试利用高强聚焦超声治疗脑疾病,并在治疗Parkinson综合症方面进行了临床实验,结果颇令人鼓舞,但其后很长时间陷入停顿。到了90年代,美、英、法、中、日等相继进行HIFU技术研究工作。中国于1999年推出了大型多用“JC型HIFU肿瘤治疗系统”[重庆海扶(HIFU)技术有限公司],采用单元式聚焦超声换能器,并利用超声图像进行定位和准实时疗效监控。美国FDA于2004年6月批准聚焦超声用于子宫瘤手术,波士顿Brigham妇女医院率先进入临床试验,用的是ExAblate2000型专用治疗机(以色列InSightec公司),采用多元相控阵聚焦超声换能器和MRI监控。此外,美国和法国的还各自推出了聚焦超声“前列腺专用机Sonablate500”型(Focal Surgery Inc.)和Ablatherm型(EDAP),均采用腔内介入式超声图像监控技术。国内上海交通大学、西安交通大学、北京大学、中国科学院声学研究所、武汉物理数学研究所及海鹰医疗系统公司等也在HIFU基础研究、工程研究和声输出测试等方面做了不少有益的工作。

所谓HIFU技术,是指利用MHz超声的束射性和对人体组织的穿透性,从体外进行聚焦,以人体表面可以承受的声强进入人体,再使其在靶点处聚焦,使置于靶点处的病变组织在瞬间升温到65℃以上,致其急性热凝固坏死,而周围的正常组织完好无损。

1999年12月4日英国泰晤士报发表了一篇以“超声外科的新突破”(Ultrasound breakthrough in surgery)为标题的报道。文中介绍了由王智彪、伍烽、冯若三位教授组成的中国专家组应邀访问英国,就HIFU技术与英国有关专家(如T. J. Mason, G. ter Haar, J. M. Butler, David Wild, Adrian Harris, M. D. Mason, N. Amso等)进行了深入的学术交流。这次访问达成了一些历史性重要共识,即召开HIFU国际学术研讨会和成立国际超声治疗学会的机会已经成熟,并决定首届国际HIFU技术在医学领域应用研讨会由中国主办。研讨会于2001年5月在中国重庆成功召开,有来自近10个国家的代表参加。会议期间正式成立了国际超声治疗学会(ISTU),学会秘书处设在重庆医科大学。自此以后,在该学会组织领导下,以HIFU技术为主要内容的第二、三、四、五、六届“国际超声治疗研讨会”相继于2002~2007年在美国西雅图、法国里昂、日本京都、美国波士顿、英国牛津和韩国首尔召开,参加会议的代表比首届代表人数大大增加。

在HIFU技术的临床应用方面进展迅速。1997年底中国的HIFU治疗技术正式进入临床应用。据初步估算,迄今仅使用JC型聚焦超声肿瘤治疗系统就已对10000多例恶性和良性肿瘤患者进行了成功治疗,其中恶性肿瘤包括肝癌、乳腺癌、恶性骨肿瘤、软组织肉瘤、肾癌、胰腺癌、盆腔肿瘤等;良性肿瘤包括乳腺纤维瘤、子宫肌瘤及肝血管瘤等,疗效令人满意。在国外,HIFU用于前列腺治疗开始得还要早一些。

在HIFU技术的临床治疗过程中,特别令世人瞩目的是重庆HIFU治疗中心对骨癌患者成功的“保肢治疗”和对乳癌患者的“保乳治疗”。治疗骨癌时要求保肢以及治疗乳癌时要求保乳,这是患者和医生的共同渴望,如今HIFU技术把它变成了现实,这是肿瘤治疗史上的重大突破,令世人瞩目!此外,重庆医科大学医学超声工程研究所还在利用聚焦超声治疗妇女外阴白色病变、皮肤病及过敏性鼻炎等及美国华盛顿大学在利用聚焦超声止血方面都取得首创性的研究成果并开始用于临床。

HIFU临床应用的实践已经证明,它不仅安全、有效,大部分治疗可做到无创或微创,而且在治疗过程中还会增强患者抗肿瘤的免疫力,这是现有外科、化疗和放疗都无法比拟的。

HIFU 技术的重新兴起只有 10 多年的历史,它依然处在初期发展阶段.一系列基础课题正在进行研究中.诸如:① 聚焦超声换能器结构的研究,以满足各种不同情况下的需求;② 超声生物医学效应的研究,以扩大 HIFU 技术在医学领域的应用范围;③ 超声空化的研究,如何充分利用它在治疗中增大靶体组织能量沉积的作用;④ HIFU 治疗过程中的疗效监测技术的研究,以确保治疗的安全;⑤ 剂量学研究,以确保治疗安全有效和降低能效因子;⑥ 对靶体组织声学环境人为干预的研究,以提高 HIFU 能量的沉积和提高热能转化等等.

我们确信,著名医学家 F. A. Jolesz 所预言的“21 世纪无创肿瘤治疗技术将取得重大进步,其中 HIFU 是最佳的体外无创治疗技术之一”将会继续得到实践的证明.

与此同时,聚焦超声用于治疗其他非肿瘤疾病,特别是在治疗妇科外科白色病等疑难病症方面,已取得了突破性进展.其他新的超声治疗技术,特别是超声联合气泡治疗技术和相应的应用领域也将会取得突破和发展.

# 第 1 章 质点振动学基础

声波是机械波,是机械振动在弹性媒质中的传播.按照系统科学的观点,机械振动与声波的因果关系是:振动是声波的波源(因信号),而声波则是振动的传播形式(果信号).它们之间的关系由数学物理方程(模型)描述.

我国古代先贤们,对声波与机械振动之间的关系,早有细心的观察和清楚的认识.有文字记载的至少可追溯到战国时期.其后,唐代的大学问家韩愈在《送孟东野序》中有“大凡物不得其平则鸣”的名句.韩愈并非科学家,在这里,他是“以物不平则鸣”作为公认例证来发抒对社会问题的议论.宋代的音乐理论家陈旸在《乐书》中更明确指出“凡物动而有声,声变而有音”.他们所说的“平”,可理解为物体的平衡位置;“动”则指物体离开平衡位置而做的振动;而“鸣”和“声”均指振动产生的声波.当然,当时人们观察到的估计只是自然界或人类单纯的机械运动;而现代我们还可通过各种科学手段,包括本书后面将要介绍的各种声学换能器作为声源,来产生所需的各种声波.

诚然,有了正确的概念性认识,可以进而积成经验或规律,甚至获得像编钟、编磬那样辉煌的应用,但并不能自然形成科学理论.这当中还需要许多社会发展条件,尤其需要有高瞻远瞩和水平超群的科学家的贡献.马大猷院士在他的近著《现代声学理论基础》的绪论中精辟地指出:“振动发声长期以来已为一般知识,但认真以科学方法开始研究物体振动及其所发声音的是伟大的 17 世纪科学家伽利略(Galileo Galilei).”并说“他在 17 世纪初做了单摆及弦的研究,得到单摆的周期及弦的振动发声特性,强调了频率的重要性”,被公认为近代声学的开创者.这使我们从中体会到,简单的机械振动理论对声学研究的重要作用,故本书也不妨从研讨作为现代声学理论基础的机械振动学开始.

## 1.1 单质点振动系统

描述任意形状物体的振动是复杂的.然而,物理上总可以把物体看做许多质点的组合.因而,了解质点的振动特性是描述整个物体振动的基础.同样,研究媒质中波动过程,也可把媒质中的波动分解为质点运动,以简化数学分析.这样,不但能反映波动过程普遍的物理属性,而且对研究更复杂的振动系统也提供了一个重要基础.

最简单的振动系统应是单质点振动系统.需要说明的是,所谓质点,在声学中是指尺度比声波波长小很多的物体的一种简化近似.就是说,质点是相对于波长而言的.当频率较低时,相应的声波长较长,此时质点的绝对尺寸可以很大;而在高频时,质点的绝对尺寸则很小,但不会小到物质基本粒子(分子,原子)的尺度,故质点是忽略物质的原子性的.在此情况

下,可近似认为物体的质量集中于质点处,即将质点看做是有质量、有位置,但无大小的孤立点。同理,媒质弹性被看做是一个纯粹的弹簧部件。当媒质静止时,各质点处于其平衡位置,其周围的弹簧不变形。而当质点受力离开其平衡位置,即获得一个位移时,与其连接的弹簧变形,并产生一个与位移方向相反的恢复力。这样,由一个质量为  $M$  的质点和一个与之连接的弹簧就组成了一个简单振动系统,如图 1-1 所示。

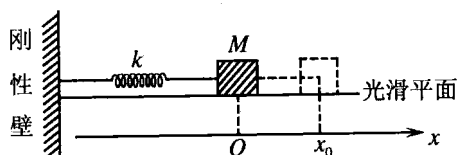


图 1-1 单质点自由振动系统

### 1.1.1 单质点的自由振动

#### 1) 运动方程及其解

设图 1-1 中质点的质量为  $M$ ,它在光滑的水平面上沿直线运动,即不考虑任何摩擦力或阻力。弹簧的劲度系数为  $k$ ,这里忽略弹簧本身的质量。这种由  $M-k$  组成系统的无阻尼振动称为自由振动。取水平直线为坐标的  $x$  轴,并选择坐标原点  $O$  在质点  $M$  的平衡位置。设在起始时刻,即  $t=0$  时,某一外力因素使  $M$  获得一个初始位移  $x_0$  后,外力停止作用,此时质点便在弹簧产生的恢复力作用下,在其平衡位置附近的左右两侧做往返运动。

根据虎克定律,在任意时刻,当质点的瞬时位移为  $x$  时,弹簧的恢复力为

$$F = -kx. \quad (1-1)$$

上式中的负号表示弹簧的恢复力  $F$  与质点的位移  $x$  方向相反,即当  $x$  为正值(弹簧拉伸)时,恢复力为负;而当  $x$  为负值(弹簧压缩)时,恢复力为正。也就是说,恢复力总是指向平衡点的。当质点运动到其平衡位置时,虽然此时恢复力为零,但质点将因惯性继续向另一侧运动。如此反复,质点便在其平衡位置两侧做重复性的往返运动。

根据牛顿第二定律,质量  $M$  在弹簧力作用下将产生运动加速度,利用(1-1)式,则有

$$F = M \frac{d^2x}{dt^2} = -kx. \quad (1-2)$$

式中,加速度  $\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)$  是位移  $x$  对时间  $t$  的二阶导数。

由此得:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0. \quad (1-3)$$

式中,  $\omega_0^2 = \frac{k}{M}$ ,  $\omega_0$  称为圆频率或角频率,在线性条件下是常数。

(1-3)式是描述质点随时间变化的运动方程。数学上它是变量  $x$  的二阶齐次常微分方程。由高等数学知识可知,此方程的通解可表示为

$$x = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t, \quad (1-4)$$

式中  $A$  和  $B$  分别为两个待定常数,它们均需由运动的初始条件来确定。

为确定  $A$  和  $B$ , 让我们利用三角函数关系, 将(1-4)式变为下述形式

$$x = x_a \cos(\omega_0 t - \varphi_0). \quad (1-5)$$

式中,  $x_a = \sqrt{A^2 + B^2}$ ,  $\varphi_0 = \arctan \frac{B}{A}$ .

(1-5)式表明, 单质点振动位移  $x$  是以  $x_a$  为振幅、 $\omega_0$  为圆频率、 $\varphi_0$  为初相位, 随时间  $t$  按余弦规律变化的函数. 这种用余弦(或正弦)函数表示其位移(或振速、加速度)的振动称为简谐振动, 它表示的是一种简单的周期性振动.

借助于旋转矢量图示法, 即通常所说的“参考圆”图解, 可直观地表示出  $x_a$ ,  $\omega_0$  和  $\varphi_0$  三个物理量的意义及它们之间的关系, 如图 1-2 所示.

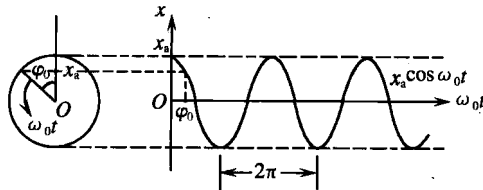


图 1-2 简谐振动的参考圆图解

参考圆图还清楚地表明了描写周期性振动的两个重要参量:

其一是振动的相位, 它定义为: 在一个振动周期内质点所处的具体振动状态. 如果一个周期内相角经历的变化为  $0 \sim 2\pi$  rad, 故指明了振动所在的相角值, 这样也就完全确定了其具体振动状态. 一个质点开始振动的相角值就称为初相位. 两个振幅、周期相同的质点, 可用相位差表明它们所处状态的差别. 特别, 相位差为  $\pi$  时, 称它们为反相; 相位差为  $0$  或  $2\pi$  时, 称它们为同相.

其二是振动的圆频率  $\omega_0$ , 它定义为: 在一个振动周期内, 单位时间振动相位的变化. 如果一个周期内相位变化为  $2\pi$  rad, 故可得到振动圆频率  $\omega_0$  与振动周期  $T$ , 振动频率  $f_0$  之间的关系为

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f_0,$$

或表示为

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{k}{M}}. \quad (1-6)$$

式中的频率  $f_0$ , 定义为单位时间的振动周期数, 其单位称为赫兹, 用符号 Hz 表示. 由这一关系可知, 在单质点的自由振动中,  $f_0$  只由  $M$  和  $k$  决定, 而与  $x_0$ ,  $v_0$  无关, 故称其为系统的固有频率.

根据(1-5)式, 求位移对时间的一阶导数, 便可得到质点振动速度  $v$  的表达式, 即

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} = v_a \sin(\omega_0 t - \varphi_0 + \pi) \\ &= v_a \cos\left(\omega_0 t - \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \quad (1-7)$$

式中,  $v_a = \omega_0 x_a$ , 是质点振动速度的振幅. 进而, 还可得到质点振动加速度  $a$  的表达式, 即

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = a_a \cos(\omega_0 t - \varphi_0 + \pi). \quad (1-8)$$

式中,  $a_a = v_a \omega_0 = \omega_0^2 x_a$ , 是质点振动加速度的振幅.

根据方程(1-5)(1-7)和(1-8)式, 可以绘出简谐振动的位移  $x$ , 振速  $v$  和加速度  $a$  与时间  $t$  之间的关系, 如图 1-3 所示. 可见, 三者的振幅以  $\omega_0$  为因子递增. 振速比位移的相位超前  $\frac{\pi}{2}$ , 加速度比位移超前  $\pi$ , 即加速度与位移反相. 当质点处于最大位移处, 其振速为 0, 加速度最大, 但与位移方向相反.

上述各式中的待定常数  $A$  和  $B$  均由系统的初始条件, 即通常所说的“起振条件”来确定的.

例如, 假设  $t = 0$  时, 质点的初始位移为  $x_0$ , 且初始振动速度为  $v_0$ , 即

$$x|_{t=0} = x_0,$$

$$v|_{t=0} = v_0,$$

则分别代入(1-4)式及其一阶导数式, 便可得到

$$A = x_0,$$

$$B = \frac{v_0}{\omega_0}.$$

这样, 运动方程的解可具体表示为

$$x = x_0 \cos \omega_0 t + \frac{v_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t \quad (1-9)$$

$$= x_a \cos(\omega_0 t - \varphi_0), \quad (1-10)$$

式中,  $x_a = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2}$ ,  $\varphi_0 = \arctan \frac{v_0}{\omega_0 x_0}$ .

这表明, 只要给定了振动的初始位移  $x_0$  和初始振动速度为  $v_0$ , 质点振动的解就可完全确定.

## 2) 自由振动的能量

振动系统静止时, 质点处于其平衡位置. 当外力作用使质点获得一个初始位移或初始振速, 或同时具有初始位移和初始振速时, 系统将进入上述的简谐振动状态. 为简化分析, 我们先考虑初始位移为  $x_0$  的情况. 由于外力在克服弹簧弹力使质点移动到  $x_0$  的过程中, 所做的功转换成质点的势能, 即

$$E_p = \int_0^{x_0} kx dx = \frac{1}{2} k x_0^2. \quad (1-11)$$

由于我们讨论的是能量守恒系统, 根据能量守恒定律, 此位能将在质点运动到平衡位置时全部转换成质点的动能, 即

$$E_k = \frac{1}{2} M v_0^2, \quad (1-12)$$

可以推知, 在  $(-x_0 < x < +x_0)$  区间, 质点的能量应是所处位置的势能和动能之和, 并

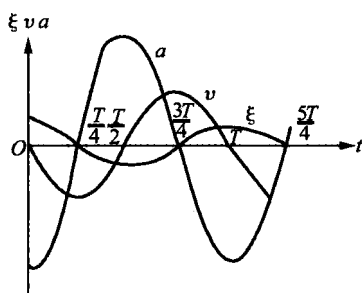


图 1-3 简谐振动的位移  $x$ , 振速  $v$  和加速度  $a$  与时间  $t$  之间的关系.



等于其初始的总能量,即

$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}Mv^2 = E_p = E_k. \quad (1-13)$$

将(1-5)和(1-7)式代入(1-13式),则得出在任意时刻  $t$  系统能量的具体表达式:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}kx_0^2 \cos^2(\omega_0 t - \varphi_0) + \frac{1}{2}M\omega_0^2 x_0^2 \cos^2\left(\omega_0 t - \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}Mv_0^2. \end{aligned} \quad (1-14)$$

### 3) 振动的复数表示

我们知道,用复数形式可以将一个复指数函数表示成实部和虚部两部分:

$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t, \quad (1-15)$$

$$e^{-j\omega t} = \cos\omega t - j\sin\omega t. \quad (1-16)$$

同时有下面关系:

$$\operatorname{Re}[e^{j\omega t}] = \cos\omega t, \quad (1-17)$$

$$\operatorname{Im}[e^{j\omega t}] = \sin\omega t. \quad (1-18)$$

式中,  $j = \sqrt{-1}$ , 为虚数单位;  $[e^{j\omega t}]$  通常称为“时谐因子”; 符号 Re 和 Im 分别代表取实部和取虚部.

利用这种复数表示,可以简化运算,特别对于简谐振动的微分和积分运算,显得更为便捷.例如,将(1-9)式表示的运动方程的解  $x = x_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_0)$  表示为复数形式,则有

$$x = x_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_0) = x_0 \operatorname{Re}[e^{j(\omega_0 t - \varphi_0)}]. \quad (1-19)$$

若做微分运算立刻可得:

$$\begin{aligned} v &= \frac{dx}{dt} = x_0 \operatorname{Re} \frac{d}{dt} [e^{j(\omega_0 t - \varphi_0)}] = x_0 \operatorname{Re} [j\omega_0 e^{j(\omega_0 t - \varphi_0)}] \\ &= j\omega_0 x_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_0) = \omega_0 x_0 \cos\left(\omega_0 t - \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \quad (1-20)$$

同理

$$\begin{aligned} a &= \frac{d^2 x}{dt^2} = x_0 \operatorname{Re} \frac{d^2}{dt^2} [e^{j(\omega_0 t - \varphi_0)}] = x_0 \operatorname{Re} [-\omega_0^2 e^{j(\omega_0 t - \varphi_0)}] \\ &= -\omega_0^2 x_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_0) = \omega_0^2 x_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_0 + \pi). \end{aligned} \quad (1-21)$$

从上述过程可以看出,对时谐因子  $[e^{j\omega t}]$  的时间微分,只要乘上  $j\omega$  即可.已有证明,若对其做时间积分,则只需除以  $j\omega$  即可.而运算后返回实部就与直接按实数运算的结果相同.在声学中,一般情况下用复数表示时无须标出 Re 或 Im,特别需要时加以注明即可.

#### 1.1.2 单质点的阻尼振动

上节讨论的质点自由振动是理论上的理想情况.实际上,任何振动总会因各种阻尼而逐渐衰减.阻尼可以来源于媒质的粘滞性对质点运动形成的阻力,或粗糙界面对质点运动的摩擦力等等.这类阻尼通常与质点振动速度  $v$  成正比关系,故形成的阻力可表示为