



高等学校计算机专业“十一五”规划教材

计算方法

高尚 别小川 秦斌 编著
罗作民 主审



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

高等学校计算机专业“十一五”规划教材

计算方法

高尚 别小川 秦斌 编著

罗作民 主审

西安电子科技大学出版社

2009

内 容 简 介

本书着重介绍了工程计算中常用的数值计算方法,包括函数插值与曲线拟合、数值积分与数值微分、常微分方程数值解法、有限元法、非线性方程的数值解法、线性方程组的直接解法和迭代解法等方面的基础知识。书中注重实例介绍,每章均安排一个实例,同时对各种算法均配有适当的习题,习题类型包括填空、选择和计算证明,书末附有习题的参考答案,同时给出两份自测题及参考答案。本书力求概念叙述清晰准确,通俗易懂,删除了部分比较繁琐的理论证明。为加强计算方法课程的实践性环节,附录部分给出了实验指导,同时给出了实验效果示意图。

本书可作为高等院校理工科计算机、机械类及电子信息类专业本科教材,也可供从事科学与工程计算的科技工作者和研究人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

计算方法/高尚,别小川,秦斌编著. —西安:西安电子科技大学出版社,2009.6

高等学校计算机专业“十一五”规划教材

ISBN 978-7-5606-2245-3

I. 计… II. ①高… ②别… ③秦… III. 计算方法—高等学校—教材 IV. O241

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 069255 号

策 划 臧延新

责任编辑 陈 婷 臧延新

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西光大印务有限责任公司

版 次 2009年6月第1版 2009年6月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印 张 10.75

字 数 246千字

印 数 1~4000册

定 价 15.00元

ISBN 978-7-5606-2245-3/O·0096

XDUP 2537001-1

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

欢迎选购西安电子科技大学出版社教材类图书

| | | | |
|------------------------------|-------|----------------------------------|-------|
| ~~~~~“十一五”国家级规划教材~~~~~ | | 数控机床故障分析与维修(高职)(第二版) | 25.00 |
| 计算机系统结构(第四版)(李学干) | 25.00 | 液压与气动技术(第二版)(朱梅)(高职) | 23.00 |
| 计算机系统安全(第二版)(马建峰) | 30.00 | ~~~~~计算机提高普及类~~~~~ | |
| 计算机网络(第三版)(蔡皖东) | 27.00 | 计算机应用基础(第三版)(丁爱萍)(高职) | 22.00 |
| 计算机应用基础教程(第四版)(陈建锋) | | 计算机文化基础(高职)(游鑫) | 27.00 |
| (for Windows XP/Office XP) | 30.00 | 计算机文化基础上机实训及案例(高职) | 15.00 |
| 计算机应用基础(冉崇善)(高职) | | 计算机科学与技术导论(吕辉) | 22.00 |
| (Windows XP & Office 2003 版) | 23.00 | 计算机应用基础(高职)(赵钢) | 29.00 |
| 《计算机应用基础》实践技能训练 | | 计算机应用基础——信息处理技术教程 | 31.00 |
| 与案例分析(高职)(冉崇善) | 18.00 | 《计算机应用基础——信息处理技术教程》 | |
| 微型计算机原理(第二版)(王忠民) | 27.00 | 习题集与上机指导(张郭军) | 14.00 |
| 微型计算机原理及接口技术(第二版)(裘雪红) | 36.00 | 计算机组装与维修(中职)(董小莉) | 23.00 |
| 微型计算机组成与接口技术(第二版)(高职) | 28.00 | 微型机组装与维护实训教程(高职)(杨文诚) | 22.00 |
| 微机原理与接口技术(第二版)(龚尚福) | 37.00 | ~~~~~计算机网络类~~~~~ | |
| 单片机原理及应用(第二版)(李建忠) | 32.00 | 计算机网络技术基础教程(高职)(董武) | 18.00 |
| 单片机应用技术(第二版)(高职)(刘守义) | 30.00 | 计算机网络管理(雷震甲) | 20.00 |
| Java程序设计(第二版)(高职)(陈圣国) | 26.00 | 网络设备配置与管理(李飞) | 23.00 |
| 编译原理基础(第二版)(刘坚) | 29.00 | 网络安全与管理实验教程(谢晓燕) | 35.00 |
| 人工智能技术导论(第三版)(廉师友) | 24.00 | 网络安全技术(高职)(廖兴) | 19.00 |
| 多媒体软件设计技术(第三版)(陈启安) | 23.00 | 网络信息安全技术(周明全) | 17.00 |
| 信息系统分析与设计(第二版)(卫红春) | 25.00 | 动态网页设计实用教程(蒋理) | 30.00 |
| 信息系统分析与设计(第三版)(陈圣国)(高职) | 20.00 | ASP动态网页制作基础教程(中职)(苏玉雄) | 20.00 |
| 传感器原理及工程应用(第三版) | 28.00 | 局域网组建实例教程(高职)(尹建璋) | 20.00 |
| 数字图像处理(第二版)(何东健) | 30.00 | Windows Server 2003组网技术(高职)(陈伟达) | 30.00 |
| 电路基础(第三版)(王松林) | 39.00 | 组网技术(中职)(俞海英) | 19.00 |
| 模拟电子电路及技术基础(第二版)(孙肖子) | 35.00 | 综合布线技术(高职)(王趾成) | 18.00 |
| 模拟电子技术(第三版)(江晓安) | 25.00 | 计算机网络应用基础(武新华) | 28.00 |
| 数字电子技术(第三版)(江晓安) | 23.00 | 计算机网络基础及应用(高职)(向隅) | 22.00 |
| 数字电路与系统设计(第二版)(邓元庆) | 35.00 | ~~~~~计算机技术类~~~~~ | |
| 数字信号处理(第三版)(高西全) | 29.00 | 计算机系统结构与组成(吕辉) | 26.00 |
| 电磁场与电磁波(第二版)(郭辉萍) | 28.00 | 电子商务基础与实务(第二版)(高职) | 16.00 |
| 现代通信原理与技术(第二版)(张辉) | 39.00 | 数据结构—使用 C++语言(第二版)(朱战立) | 23.00 |
| 移动通信(第四版)(李建东) | 30.00 | 数据结构(高职)(周岳山) | 15.00 |
| 移动通信(第二版)(章坚武) | 24.00 | 数据结构教程——Java 语言描述(朱振元) | 29.00 |
| 物理光学与应用光学(第二版)(石顺祥) | 42.00 | 离散数学(武波) | 24.00 |

| | | | |
|------------------------------|-------|-------------------------------|-------|
| 软件工程(第二版)(邓良松) | 22.00 | 微机装配调试与维护教程(王忠民) | 25.00 |
| 软件技术基础(高职)(鲍有文) | 23.00 | 《微机装配调试与维护教程》实训指导 | 22.00 |
| 软件技术基础(周大为) | 30.00 | ~~~~~数据库及计算机语言类~~~~~ | |
| 嵌入式软件开发(高职)(张京) | 23.00 | C程序设计与实例教程(曾令明) | 21.00 |
| ~~~计算机辅助技术及图形处理类~~~ | | 程序设计与C语言(第二版)(马鸣远) | 32.00 |
| 电子工程制图(第二版)(高职)(童幸生) | 40.00 | C语言程序设计课程与考试辅导(王晓丹) | 25.00 |
| 电子工程制图(含习题集)(高职)(郑芙蓉) | 35.00 | Visual Basic.NET程序设计(高职)(马宏锋) | 24.00 |
| 机械制图与计算机绘图(含习题集)(高职) | 40.00 | Visual C#.NET程序设计基础(高职)(曾文权) | 39.00 |
| 电子线路CAD实用教程(潘永雄)(第三版) | 27.00 | Visual FoxPro数据库程序设计教程(康贤) | 24.00 |
| AutoCAD实用教程(高职)(丁爱萍) | 24.00 | 数据库基础与Visual FoxPro9.0程序设计 | 31.00 |
| 中文版AutoCAD 2008精编基础教程(高职) | 22.00 | Oracle数据库实用技术(高职)(费雅洁) | 26.00 |
| 电子CAD(Protel 99 SE)实训指导书(高职) | 12.00 | Delphi程序设计实训教程(高职)(占跃华) | 24.00 |
| 计算机辅助电路设计Protel 2004(高职) | 24.00 | SQL Server 2000应用基础与实训教程(高职) | 22.00 |
| EDA技术及应用(第二版)(谭会生) | 27.00 | Visual C++基础教程(郭文平) | 29.00 |
| 数字电路EDA设计(高职)(顾斌) | 19.00 | 面向对象程序设计与VC++实践(揣锦华) | 22.00 |
| 多媒体软件开发(高职)(含盘)(牟奇春) | 35.00 | 面向对象程序设计与C++语言(第二版) | 18.00 |
| 多媒体技术基础与应用(曾广雄)(高职) | 20.00 | 面向对象程序设计——JAVA(第二版) | 32.00 |
| 三维动画案例教程(含光盘)(高职) | 25.00 | Java程序设计教程(曾令明) | 23.00 |
| 图形图像处理案例教程(含光盘)(中职) | 23.00 | JavaWeb程序设计基础教程(高职)(李绪成) | 25.00 |
| 平面设计(高职)(李卓玲) | 32.00 | Access数据库应用技术(高职)(王趾成) | 21.00 |
| ~~~~~操作系统类~~~~~ | | ASP.NET程序设计与开发(高职)(眭碧霞) | 23.00 |
| 计算机操作系统(第二版)(颜彬)(高职) | 19.00 | XML案例教程(高职)(眭碧霞) | 24.00 |
| 计算机操作系统(修订版)(汤子瀛) | 24.00 | JSP程序设计实用案例教程(高职)(翁健红) | 22.00 |
| 计算机操作系统(第三版)(汤小丹) | 30.00 | Web应用开发技术:JSP(含光盘) | 33.00 |
| 计算机操作系统原理——Linux实例分析 | 25.00 | ~~~~~电子、电气工程及自动化类~~~~~ | |
| Linux网络操作系统应用教程(高职)(王和平) | 25.00 | 电路(高贲) | 26.00 |
| Linux操作系统实用教程(高职)(梁广民) | 20.00 | 电路分析基础(第三版)(张永瑞) | 28.00 |
| ~~~~~微机与控制类~~~~~ | | 电路基础(高职)(孔凡东) | 13.00 |
| 微机接口技术及其应用(李育贤) | 19.00 | 电子技术基础(中职)(蔡宪承) | 24.00 |
| 单片机原理与应用实例教程(高职)(李珍) | 15.00 | 模拟电子技术(高职)(郑学峰) | 23.00 |
| 单片机原理与应用技术(黄惟公) | 22.00 | 模拟电子技术(高职)(张凌云) | 17.00 |
| 单片机原理与程序设计实验教程(于殿泓) | 18.00 | 数字电子技术(高职)(江力) | 22.00 |
| 单片机实验与实训指导(高职)(王曙霞) | 19.00 | 数字电子技术(高职)(肖志锋) | 13.00 |
| 单片机原理及接口技术(第二版)(余锡存) | 19.00 | 数字电子技术(高职)(蒋卓勤) | 15.00 |
| 新编单片机原理与应用(第二版)(潘永雄) | 24.00 | 数字电子技术及应用(高职)(张双琦) | 21.00 |
| MCS-51单片机原理及嵌入式系统应用 | 26.00 | 高频电子技术(高职)(钟苏) | 21.00 |
| 微机外围设备的使用与维护(高职)(王伟) | 19.00 | 现代电子装联工艺基础(余国兴) | 20.00 |
| | | 微电子制造工艺技术(高职)(肖国玲) | 18.00 |

| | | | |
|---------------------------|-------|---------------------|-------|
| Multisim电子电路仿真教程(高职) | 22.00 | 信息论与编码(邓家先) | 18.00 |
| 电工基础(中职)(薛鉴章) | 18.00 | 密码学基础(范九伦) | 16.00 |
| 电工基础(高职)(郭宗智) | 19.00 | 通信原理(高职)(丁龙刚) | 14.00 |
| 电子技能实训及制作(中职)(徐伟刚) | 15.00 | 通信原理(黄葆华) | 25.00 |
| 电工技能训练(中职)(林家祥) | 24.00 | 通信电路(第二版)(沈伟慈) | 21.00 |
| 电工技能实训基础(高职)(张仁醒) | 14.00 | 通信系统原理教程(王兴亮) | 31.00 |
| 电子测量技术(秦云) | 30.00 | 通信系统与测量(梁俊) | 34.00 |
| 电子测量技术(李希文) | 28.00 | 扩频通信技术及应用(韦惠民) | 26.00 |
| 电子测量仪器(高职)(吴生有) | 14.00 | 通信线路工程(高职) | 30.00 |
| 模式识别原理与应用(李弼程) | 25.00 | 通信工程制图与概预算(高职)(杨光) | 23.00 |
| 信号与系统(第三版)(陈生潭) | 44.00 | 程控数字交换技术(刘振霞) | 24.00 |
| 信号与系统实验(MATLAB)(党宏社) | 14.00 | 光纤通信技术与设备(高职)(杜庆波) | 23.00 |
| 信号与系统分析(和卫星) | 33.00 | 光纤通信技术(高职)(田国栋) | 21.00 |
| 数字信号处理实验(MATLAB版) | 26.00 | 现代通信网概论(高职)(强世锦) | 23.00 |
| DSP原理与应用实验(姜阳) | 18.00 | 电信网络分析与设计(阳莉) | 17.00 |
| 电气工程导论(贾文超) | 18.00 | ~~~~~仪器仪表及自动化类~~~~~ | |
| 电力系统的MATLAB/SIMULINK仿真及应用 | 29.00 | 现代测控技术(吕辉) | 20.00 |
| 传感器应用技术(高职)(王煜东) | 27.00 | 现代测试技术(何广军) | 22.00 |
| 传感器原理及应用(郭爱芳) | 24.00 | 光学设计(刘钧) | 22.00 |
| 测试技术与传感器(罗志增) | 19.00 | 工程光学(韩军) | 36.00 |
| 传感器与信号调理技术(李希文) | 29.00 | 测试技术基础(李孟源) | 15.00 |
| 传感器技术(杨帆) | 27.00 | 测试系统技术(郭军) | 14.00 |
| 传感器及实用检测技术(高职)(程军) | 23.00 | 电气控制技术(史军刚) | 18.00 |
| 电子系统集成设计导论(李玉山) | 33.00 | 可编程序控制器应用技术(张发玉) | 22.00 |
| 现代能源与发电技术(邢运民) | 28.00 | 图像检测与处理技术(于殿泓) | 18.00 |
| 神经网络(含光盘)(侯媛彬) | 26.00 | 自动检测技术(何金田) | 26.00 |
| 电磁场与电磁波(曹祥玉) | 22.00 | 自动显示技术与仪表(何金田) | 26.00 |
| 电磁波——传输·辐射·传播(王一平) | 26.00 | 电气控制基础与可编程控制器应用教程 | 24.00 |
| 电磁兼容原理与技术(何宏) | 22.00 | DSP在现代测控技术中的应用(陈晓龙) | 28.00 |
| 微波与卫星通信(李白萍) | 15.00 | 智能仪器工程设计(尚振东) | 25.00 |
| 微波技术及应用(张瑜) | 20.00 | 面向对象的测控系统软件设计(孟建军) | 33.00 |
| 嵌入式实时操作系统μC/OS-II教程(吴永忠) | 28.00 | 计量技术基础(李孟源) | 14.00 |
| 音响技术(高职)(梁长垠) | 25.00 | ~~~~~自动控制、机械类~~~~~ | |
| 现代音响与调音技术(第二版)(王兴亮) | 21.00 | 自动控制理论(吴晓燕) | 34.00 |
| ~~~~~通信理论与技术类~~~~~ | | 自动控制原理(李素玲) | 30.00 |
| 专用集成电路设计基础教程(来新泉) | 20.00 | 自动控制原理(第二版)(薛安克) | 24.00 |
| 现代编码技术(曾凡鑫) | 29.00 | 自动控制原理及其应用(高职)(温希东) | 15.00 |
| 信息论、编码与密码学(田丽华) | 36.00 | 控制工程基础(王建平) | 23.00 |

| | | | |
|-------------------------|--------|-----------------------|-------|
| 现代控制理论基础(舒欣梅) | 14.00 | 数控加工与编程(第二版)(高职)(詹华西) | 23.00 |
| 过程控制系统及工程(杨为民) | 25.00 | 数控加工工艺学(任同) | 29.00 |
| 控制系统仿真(党宏社) | 21.00 | 数控加工工艺(高职)(赵长旭) | 24.00 |
| 模糊控制技术(席爱民) | 24.00 | 数控加工工艺课程设计指导书(赵长旭) | 12.00 |
| 工程电动力学(修订版)(王一平)(研究生) | 32.00 | 数控加工编程与操作(高职)(刘虹) | 15.00 |
| 工程力学(张光伟) | 21.00 | 数控机床与编程(高职)(饶军) | 24.00 |
| 工程力学(皮智谋)(高职) | 12.00 | 数控机床电气控制(高职)(姚勇刚) | 21.00 |
| 理论力学(张功学) | 26.00 | 数控应用专业英语(高职)(黄海) | 17.00 |
| 材料力学(张功学) | 27.00 | 机床电器与 PLC(高职)(李伟) | 14.00 |
| 材料成型工艺基础(刘建华) | 25.00 | 电机及拖动基础(高职)(孟宪芳) | 17.00 |
| 工程材料及应用(汪传生) | 31.00 | 电机与电气控制(高职)(冉文) | 23.00 |
| 工程材料与应用(戈晓岚) | 19.00 | 电机原理与维修(高职)(解建军) | 20.00 |
| 工程实践训练(周桂莲) | 16.00 | 供配电技术(高职)(杨洋) | 25.00 |
| 工程实践训练基础(周桂莲) | 18.00 | 金属切削与机床(高职)(聂建武) | 22.00 |
| 工程制图(含习题集)(高职)(白福民) | 33.00 | 模具制造技术(高职)(刘航) | 24.00 |
| 工程制图(含习题集)(周明贵) | 36.00 | 模具设计(高职)(曾霞文) | 18.00 |
| 工程图学简明教程(含习题集)(尉朝闻) | 28.00 | 冷冲压模具设计(高职)(刘庚武) | 21.00 |
| 现代设计方法(李思益) | 21.00 | 塑料成型模具设计(高职)(单小根) | 37.00 |
| 液压与气压传动(刘军营) | 34.00 | 液压传动技术(高职)(简引霞) | 23.00 |
| 先进制造技术(高职)(孙燕华) | 16.00 | 发动机构造与维修(高职)(王正键) | 29.00 |
| 机械原理多媒体教学系统(资料)(书配盘) | 120.00 | 机动车辆保险与理赔实务(高职) | 23.00 |
| 机械工程科技英语(程安宁) | 15.00 | 汽车典型电控系统结构与维修(李美娟) | 31.00 |
| 机械设计基础(郑甲红) | 27.00 | 汽车机械基础(高职)(娄万军) | 29.00 |
| 机械设计基础(岳大鑫) | 33.00 | 汽车底盘结构与维修(高职)(张红伟) | 28.00 |
| 机械设计(王宁侠) | 36.00 | 汽车车身电气设备系统及附属电气设备(高职) | 23.00 |
| 机械设计基础(张京辉)(高职) | 24.00 | 汽车单片机与车载网络技术(于万海) | 20.00 |
| 机械基础(安美玲)(高职) | 20.00 | 汽车故障诊断技术(高职)(王秀贞) | 19.00 |
| 机械 CAD/CAM(葛友华) | 20.00 | 汽车营销技术(高职)(孙华宪) | 15.00 |
| 机械 CAD/CAM(欧长劲) | 21.00 | 汽车使用性能与检测技术(高职)(郭彬) | 22.00 |
| 机械 CAD/CAM 上机指导及练习教程(欧) | 20.00 | 汽车电工电子技术(高职)(黄建华) | 22.00 |
| 画法几何与机械制图(叶琳) | 35.00 | 汽车电气设备与维修(高职)(李春明) | 25.00 |
| 《画法几何与机械制图》习题集(邱龙辉) | 22.00 | 汽车使用与技术管理(高职)(边伟) | 25.00 |
| 机械制图(含习题集)(高职)(孙建东) | 29.00 | 汽车空调(高职)(李祥峰) | 16.00 |
| 机械设备制造技术(高职)(柳青松) | 33.00 | 汽车概论(高职)(邓书涛) | 20.00 |
| 机械制造基础(高职)(郑广花) | 21.00 | 现代汽车典型电控系统结构原理与故障诊断 | 25.00 |

欢迎来函索取本社书目和教材介绍! 通信地址: 西安市太白南路 2 号 西安电子科技大学出版社发行部
 邮政编码: 710071 邮购业务电话: (029)88201467 传真电话: (029)88213675。

高等学校计算机专业“十一五”规划教材

编审专家委员会

主任: 马建峰 (西安电子科技大学计算机学院院长, 教授)

副主任: 赵祥模 (长安大学信息工程学院院长, 教授)

余日泰 (杭州电子科技大学计算机学院副院长, 副教授)

委员: (按姓氏笔画排列)

王忠民 (西安邮电学院计算机系副主任, 教授)

王培东 (哈尔滨理工大学计算机与控制学院院长, 教授)

石美红 (西安工程大学计算机科学与技术系主任, 教授)

纪震 (深圳大学软件学院院长, 教授)

刘卫光 (中原工学院计算机学院副院长, 教授)

陈以 (桂林电子科技大学计算机与控制学院副院长, 副教授)

张尤赛 (江苏科技大学电子信息学院副院长, 教授)

邵定宏 (南京工业大学信息科学与工程学院副院长, 教授)

张秀虹 (青岛理工大学计算机工程学院副院长, 教授)

张焕君 (沈阳理工大学信息科学与工程学院副院长, 副教授)

张瑞林 (浙江理工大学信息电子学院副院长, 教授)

李敬兆 (安徽理工大学计算机科学与技术学院院长, 教授)

范勇 (西南科技大学计算机学院副院长, 副教授)

陈庆奎 (上海理工大学计算机学院副院长, 教授)

周维真 (北京信息科技大学计算机学院副院长, 教授)

徐苏 (南昌大学计算机系主任, 教授)

姚全珠 (西安理工大学计算机学院副院长, 教授)

徐国伟 (天津工业大学计算机技术与自动化学院副院长, 副教授)

容晓峰 (西安工业大学计算机学院副院长, 副教授)

龚尚福 (西安科技大学计算机系主任, 教授)

策划: 臧延新 云立实

杨璠 陈婷

前 言

当前社会,计算机技术的发展突飞猛进,并且已经深刻而广泛地融入到机械、建筑、信息、力学等各门学科,成为这些学科在发展和应用的过程当中不可缺少的有力工具。使用计算机完成科学理论分析和工程技术应用中的数据计算工作的具体方法,称为数值计算方法。数值计算方法已成为与理论分析、科学实验同样重要的科学研究方法,因此也就成为了广大科技工作者和工程开发人员的必备知识。

本书介绍了与现代科学计算有关的数值计算方法,阐明了数值算法的基本理论和方法,讨论了有关数值算法的收敛性和稳定性问题,以及在计算机上实现这些数值算法时的相关问题。内容包括数值计算的误差分析、插值和拟合、数值积分和数值微分、常微分方程初值问题的数值解法、有限元法、非线性方程的数值解法、线性代数方程组的数值解法等。以上内容具有一定的相对独立性,可根据需要进行取舍。书中注重实例介绍,每章均安排一个实例。同时对各种算法均配有适当的习题,习题类型包括填空、选择和计算证明题,并附有参考答案。本书力求概念叙述清晰准确,通俗易懂,删除了部分比较繁琐的理论证明。为加强计算方法课程的实践性环节,附录部分给出了实验指导。

本书是在多年教学实践和科学研究成果的基础上,参考当前数值分析和计算方法教材及相关科技文献编写而成的。书末列出了部分参考文献,编者谨向本书参考过的列出和未列出文献的所有作者致以衷心的感谢。同时,感谢江苏科技大学计算机科学与工程学院领导的关心和鼓励,感谢江苏科技大学教务处对本书出版给予的立项资助。

本书第1~4章及第6、7章由高尚编写,第5章和自测题由秦斌编写,附录部分由别小川编写。

由于编者水平有限,书中难免存在不妥之处,恳请读者批评指正。

编 者
2008年11月



| | |
|----------------------------|----|
| 第 1 章 引论 | 1 |
| 1.1 算法 | 1 |
| 1.1.1 研究算法的意义 | 1 |
| 1.1.2 算法 | 2 |
| 1.1.3 多项式求值的秦九韶方法 | 3 |
| 1.1.4 方程求根的二分法 | 4 |
| 1.2 误差 | 6 |
| 1.2.1 误差分析 | 6 |
| 1.2.2 误差的来源 | 7 |
| 1.2.3 误差限和有效数字 | 8 |
| 1.2.4 相对误差限与有效数字的联系 | 9 |
| 1.2.5 数值计算中应注意的几个原则 | 9 |
| 1.2.6 算法的评价标准 | 12 |
| 习题一 | 12 |
| 第 2 章 插值方法 | 14 |
| 2.1 泰勒插值 | 14 |
| 2.2 拉格朗日插值公式 | 15 |
| 2.2.1 拉格朗日插值待定系数方法 | 15 |
| 2.2.2 拉格朗日插值计算公式 | 16 |
| 2.2.3 拉格朗日插值余项公式 | 19 |
| 2.3 牛顿插值公式 | 19 |
| 2.3.1 差商及其性质 | 19 |
| 2.3.2 差商形式的插值公式 | 20 |
| 2.4 埃尔米特(Hermite)插值 | 21 |
| 2.5 分段插值 | 22 |
| 2.5.1 高次插值的龙格现象 | 22 |
| 2.5.2 分段插值方法 | 23 |
| 2.6 样条函数 | 23 |
| 2.6.1 样条函数的概念 | 23 |
| 2.6.2 三次样条插值 | 24 |
| 2.7 曲线拟合的最小二乘法 | 26 |
| 2.7.1 直线拟合 | 26 |
| 2.7.2 多项式拟合 | 27 |
| 2.7.3 一点注记 | 27 |
| 2.8 实例——冶炼钢中含碳量与时间模型 | 29 |

| | |
|-----------------------------|-----------|
| 习题二 | 30 |
| 第 3 章 数值积分 | 33 |
| 3.1 机械求积 | 33 |
| 3.1.1 数值求积的基本思想 | 33 |
| 3.1.2 代数精度的概念 | 34 |
| 3.1.3 插值型的求积公式 | 35 |
| 3.2 牛顿-柯特斯公式 | 37 |
| 3.2.1 公式的导出 | 37 |
| 3.2.2 几种低阶求积公式的代数精度 | 38 |
| 3.2.3 几种低阶求积公式的余项 | 38 |
| 3.2.4 复化求积法 | 39 |
| 3.3 龙贝格算法 | 41 |
| 3.3.1 梯形法的递推化 | 41 |
| 3.3.2 龙贝格算法 | 42 |
| 3.4 高斯公式 | 45 |
| 3.4.1 高精度求积公式 | 45 |
| 3.4.2 高斯点的基本特征 | 45 |
| 3.4.3 勒让德多项式 | 46 |
| 3.5 数值微分 | 47 |
| 3.5.1 中点方法 | 47 |
| 3.5.2 插值型的求导公式 | 48 |
| 3.6 实例——计算人造卫星的轨道周长 | 49 |
| 习题三 | 49 |
| 第 4 章 常微分方程数值解 | 52 |
| 4.1 引言 | 52 |
| 4.2 欧拉法 | 52 |
| 4.2.1 欧拉公式 | 52 |
| 4.2.2 隐式欧拉法 | 55 |
| 4.2.3 两步欧拉法 | 56 |
| 4.3 改进的欧拉法 | 56 |
| 4.3.1 梯形法 | 56 |
| 4.3.2 改进欧拉公式 | 57 |
| 4.4 龙格-库塔法 | 58 |
| 4.4.1 龙格-库塔法的基本思想 | 58 |
| 4.4.2 二阶龙格-库塔法 | 59 |
| 4.4.3 三阶龙格-库塔法 | 60 |
| 4.4.4 四阶龙格-库塔法 | 61 |
| 4.5 线性多步法 | 63 |
| 4.5.1 线性多步法的构造 | 63 |
| 4.5.2 Adams 预报校正公式 | 66 |
| 4.6 收敛性与稳定性 | 66 |

| | |
|-----------------------------|-----|
| 4.6.1 收敛性 | 66 |
| 4.6.2 稳定性 | 67 |
| 4.7 方程组与高阶方程的情形 | 68 |
| 4.7.1 一阶方程组 | 68 |
| 4.7.2 化高阶方程为一阶方程组 | 70 |
| 4.7.3 一点注记 | 70 |
| 4.8 实例——捕食者和被捕食者模型 | 73 |
| 习题四 | 74 |
| 第5章 有限元法 | 76 |
| 5.1 边值问题的变分形式 | 76 |
| 5.1.1 二次泛函的极值 | 76 |
| 5.1.2 边值问题转化为变分问题 | 77 |
| 5.2 瑞兹-伽略金方法 | 80 |
| 5.3 有限元法 | 82 |
| 5.3.1 从瑞兹法出发进行推导 | 83 |
| 5.3.2 从伽略金法出发进行推导 | 84 |
| 5.4 实例介绍 | 86 |
| 习题五 | 89 |
| 第6章 非线性方程的数值解法 | 91 |
| 6.1 迭代原理 | 91 |
| 6.1.1 迭代法基本思想 | 91 |
| 6.1.2 迭代过程的收敛性 | 92 |
| 6.1.3 迭代过程的收敛速度 | 94 |
| 6.2 迭代过程的加速 | 95 |
| 6.2.1 迭代公式的加工 | 95 |
| 6.2.2 埃特金算法 | 96 |
| 6.3 牛顿法 | 97 |
| 6.3.1 公式导出 | 97 |
| 6.3.2 应用举例 | 99 |
| 6.3.3 牛顿下山法 | 99 |
| 6.4 弦截法 | 100 |
| 6.5 实例——悬链线方程的参数确定问题 | 101 |
| 习题六 | 102 |
| 第7章 线性方程组的数值解法 | 104 |
| 7.1 迭代法 | 104 |
| 7.1.1 雅可比迭代法 | 104 |
| 7.1.2 高斯-赛德尔迭代法 | 106 |
| 7.1.3 超松弛迭代法 | 107 |
| 7.1.4 迭代公式的矩阵表示 | 107 |

| | |
|-----------------------|-----|
| 7.2 向量和矩阵的范数 | 108 |
| 7.2.1 向量的范数 | 108 |
| 7.2.2 矩阵的范数 | 109 |
| 7.2.3 矩阵的谱半径 | 110 |
| 7.3 迭代过程的收敛性 | 110 |
| 7.3.1 迭代收敛的充分条件 | 110 |
| 7.3.2 对角占优方程组 | 112 |
| 7.4 消去法 | 112 |
| 7.4.1 约当消去法 | 112 |
| 7.4.2 高斯消去法 | 114 |
| 7.4.3 选主元法 | 115 |
| 7.5 追赶法 | 117 |
| 7.5.1 三对角方程组 | 117 |
| 7.5.2 追赶法的计算公式 | 117 |
| 7.5.3 追赶法的代数基础 | 118 |
| 7.6 误差分析 | 120 |
| 7.6.1 方程组的病态 | 120 |
| 7.6.2 精度分析 | 121 |
| 7.7 实例——小行星轨道问题 | 122 |
| 习题七 | 123 |
| 自测题一 | 126 |
| 自测题二 | 128 |
| 参考答案 | 130 |
| 附录 实验指导 | 144 |
| 实验一 插值法 | 144 |
| 实验二 数值积分 | 149 |
| 实验三 常微分方程 | 152 |
| 实验四 方程求根 | 155 |
| 实验五 线性方程组的解法 | 159 |
| 参考文献 | 162 |

第1章 引 论

教学目标

本章主要介绍算法的特征,通过示例说明研究算法的意义,了解误差及相对误差的概念。通过本章的学习,要求掌握误差与相对误差的计算、有效数字等知识。熟悉二分法求根,了解误差的来源,了解数值解法中应注意的几个原则。

科学技术的发展提出了大量复杂的数值计算问题,这些问题的解决不是人工手算所能胜任的,必须依靠电子计算机。用电子计算机进行这种科学计算的工作,称为科学计算(电算)。科学计算在工农业生产的各个部门发挥着日益重要的作用。

数值分析,也称计算方法、计算数学,是以数学问题为研究对象的一门学科,是数学的一个分支。它不像基础数学那样只研究数学本身的理论,还要着重研究求解的数值计算方法及与此相关的理论,包括方法的收敛性、稳定性及误差分析,更要根据计算机的特点研究计算时间最节省的计算方法。

本课程将着重介绍进行科学计算所必须掌握的一些最基本、最常用的算法。

1.1 算 法

1.1.1 研究算法的意义

计算机虽然运算速度高,可以承担大运算量工作,但正确制定算法才是科学计算的关键。

比如,基于行列式的克莱姆法则原则上可用来求解线性方程组。如求解一个20阶线性方程组,要算21个20阶行列式的值,总共需要 $20! \times 19 \times 21$ 次乘法运算,大约 10^{21} 次乘法。如用每秒可完成1亿次乘法运算的计算机来计算,需要的时间为

$$\frac{10^{21}}{10^8 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60} \approx 317\,098 \text{ (年)}$$

即需要三十几万年,这当然没有实际意义,所以要研究可行的算法。本书第7章就提出了解线性方程组的许多实用算法。这个简单的例子告诉我们,能否正确制定算法是科学计算成败的关键。

1.1.2 算法

针对一个具体数学问题，可以给出多种解法。

例 1.1 证明二次方程 $x^2 + 2bx + c = 0$ 至多有两个不同的实根。

解

(1) 反证法。

假定方程有三个互异的实根 x_1, x_2, x_3 ，则有

$$x_1^2 + 2bx_1 + c = 0$$

$$x_2^2 + 2bx_2 + c = 0$$

$$x_3^2 + 2bx_3 + c = 0$$

以上式子两两相减得

$$(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 2b) = 0$$

$$(x_1 - x_3)(x_1 + x_3 + 2b) = 0$$

因为 $x_1 \neq x_2 \neq x_3$ ，所以有

$$x_1 + x_2 + 2b = 0$$

$$x_1 + x_3 + 2b = 0$$

从而 $x_2 = x_3$ ，这与原假设矛盾，证毕。

(2) 图解法。

将方程 $x^2 + 2bx + c = 0$ 配方为

$$(x + b)^2 + c - b^2 = 0$$

在坐标纸上描出抛物线 $y = (x + b)^2 + c - b^2$ ，它与 x 轴的交点的横坐标即为所求的实根，而交点至多为两个。

(3) 公式法。

根据 $(x + b)^2 + c - b^2 = 0$ ，可导出直接的求根公式，即

$$x_{1,2} = -b \pm \sqrt{b^2 - c}$$

上述三种方法，反证法不是构造性的，图解法虽是构造性的，但不是数值的。我们所说的算法，必须是构造性的数值方法，即不但要论证问题的可解性，而且解的构造是通过数值演算过程来完成的。

我们所要研究的算法是为计算机提供的计算方案，因此每个细节都必须准确地加以定义，并且整个解题过程必须完整地描述。因此，算法不仅仅是单纯的数学公式，而是指解题方案的准确而完整的描述。

描述算法可以用多种方式，本书常用框图直观地显示算法。

设要求解 $x^2 + 2bx + c = 0$ ，我们将依据判别式 $d = b^2 - c$ 的符号区分为下列三种情况：

(1) 若 $d < 0$ ，则此时方程无实根。

(2) 若 $d = 0$ ，则此时有重根 $x_1 = x_2 = -b$ 。

(3) 若 $d > 0$ ，则 $x_{1,2} = -b \pm \sqrt{b^2 - c}$ 。

本算法的框图如图 1-1 所示。

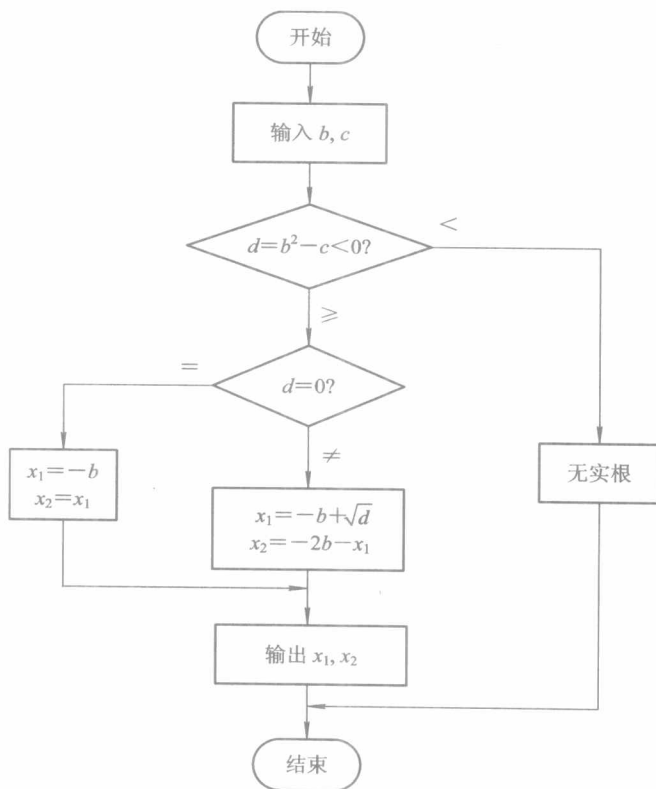


图 1-1 二次方程求根

下面剖析两个常用算法来阐述算法的基本特征。

1.1.3 多项式求值的秦九韶方法

计算公式通常是算法的核心部分，计算机上使用的算法，其计算公式常采用递推化的形式。递推化的基本思想是将一个复杂的计算过程归结为简单过程的多次重复，这种重复在算法上表现为循环，比较容易实现。

设要对给定的 x 求多项式 $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ 的值。

1) 直接计算

要对给定的一个 x 值计算多项式的值 $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ ，需要作 $1+2+\dots+n = \frac{1}{2}n(n+1)$ 次乘法。

2) 逐项求和法

设 $t_k = x^k$ ， $u_k = a_0 + a_1x + \dots + a_kx^k$ ，则有递推公式

$$\begin{cases} t_k = x \cdot t_{k-1} \\ u_k = u_{k-1} + a_k \cdot t_k \end{cases}, \quad \begin{cases} t_0 = 1 \\ u_0 = a_0 \end{cases}$$

利用初值，对 $k=1, 2, \dots, n$ 执行算法，得到：

$k=1$ 时,

$$\begin{cases} t_1 = x \cdot t_0 = x \\ u_1 = u_0 + a_1 \cdot t_1 = a_0 + a_1 x \end{cases}$$

$k=2$ 时,

$$\begin{cases} t_2 = x \cdot t_1 = x^2 \\ u_2 = u_1 + a_2 \cdot t_2 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \end{cases}$$

$k=3$ 时,

$$\begin{cases} t_3 = x \cdot t_2 = x^3 \\ u_3 = u_2 + a_3 \cdot t_3 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \end{cases}$$

以此类推, 可得 $k=n$ 时,

$$\begin{cases} t_n = x \cdot t_{n-1} = x^n \\ u_n = u_{n-1} + a_n \cdot t_n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n \end{cases}$$

递推公式的每一步需做两次乘法, 因此总的计算量为 $2n$ 次乘法运算。

3) 秦九韶方法

$$\begin{aligned} P(x) &= (a_n x^{n-1} + a_{n-1} x^{n-2} + \cdots + a_1)x + a_0 \\ &= ((a_n x^{n-2} + a_{n-1} x^{n-3} + \cdots + a_2)x + a_1)x + a_0 \\ &= ((\cdots(a_n x + a_{n-1})x + \cdots + a_2)x + a_1)x + a_0 \end{aligned}$$

设用 V_k 表示第 k 层(从里面数起)的值, 即

$$V_k = (\cdots(a_n x + a_{n-1})x + \cdots + a_{n-k+1})x + a_{n-k}$$

则有

$$V_k = x \cdot V_{k-1} + a_{n-k}, \quad V_0 = a_n \quad (k = 1, 2, \cdots, n)$$

$k=1$ 时,

$$V_1 = x \cdot V_0 + a_{n-1} = a_n x + a_{n-1}$$

$k=2$ 时,

$$V_2 = x \cdot V_1 + a_{n-2} = (a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2}$$

以此类推, 可得 $k=n$ 时,

$$V_n = x \cdot V_{n-1} + a_0 = (\cdots(a_n x + a_{n-1})x + \cdots + a_1)x + a_0$$

每一步需做 1 次乘法, 其计算量减少了一半。

例如:

$$P(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x + 1 = ((3x + 4)x + 2)x + 1$$

秦九韶方法是由宋代数学家秦九韶提出的, 国外称此算法为霍纳(Horner)算法, 其实它比秦九韶方法晚 500 多年。

1.1.4 方程求根的二分法

许多实际算法表现为某种无穷递推过程的截断, 实现这类算法, 不但需要建立计算公式, 还需要解决精度控制问题。