◎新课程学习能力评价课题研究资源用书

◎主编 刘德 林旭 编写 新课程学习能力评价课题组

学习高手

状元塑造车间

学习技术化

TECHNOLOGIZING STUDY

配人教A版

数学 必修4

推开这扇窗

- 全解全析
- 高手支招
- 习题解答
- 状元笔记

光明日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

学习高手.数学.4:必修/刘德,林旭主编.—北京:光明日报出版社,2009.9
配人教A版
ISBN 978-7-5112-0179-9

Ⅰ.学… Ⅱ.①刘… ②林… Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第114989号

学习高手
数学/必修4(人教A版)

主　编:刘　德　林　旭

责任编辑:温　梦
策　划:赵保国
执行策划:聂电春
版式设计:邢　丽
责任校对:徐为正
责任印制:胡　骑

出版发行:光明日报出版社
地　址:北京市崇文区珠市口东大街5号,100062
电　话:010—67078249(咨询)
传　真:010—67078255
网　址:http://book.gmw.cn
E—mail:gmcbs@gmw.cn
法律顾问:北京昆仑律师事务所陶雷律师

印　刷:淄博鲁中晨报印务有限公司
装　订:淄博鲁中晨报印务有限公司
本书如有破损、缺页、装订错误,请与本社发行部联系调换。

开　本:890×1240　1/32
字　数:11千字　印　张:290
版　次:2009年9月第1版　印　次:2009年9月第1次
书　号:ISBN 978-7-5112-0179-9

定价:19.90元

目录

第一章　三角函数

走近学科思想

ZOUJINXUEKESIXIANG

数形结合思想是把抽象的数学语言与直观的图形结合起来探索，使抽象思维与形象思维结合，通过“以形助数”或“以数解形”，可使得复杂问题简单化，抽象问题具体化，从而起到优化解题途径的目的. 运用数形结合思想解题，不仅直观易于寻找解题途径，而且能避免繁杂的计算和推理，简化解题过程. 在本章中，研究角、三角函数的诱导公式、性质等问题，结合单位圆、三角函数线、三角函数图象，能够直观形象地帮助理解问题，快速发现问题结论，所以在求解本章问题时，一定要做好数与形的结合.

本章要点导读

BENZHANGYAODIANDAODU

知识要点	课标要求	学习技术
任意角、弧度制	1. 了解任意角的概念和弧度制； 2. 能进行弧度与角度的互化.	弧度也是一种度量角的单位，它是用实数表示角，牢记 $180°=\pi$ rad 是进行角转换的根本.
三角函数的图象与性质	1. 借助单位圆理解任意角三角函数（正弦、余弦、正切）的定义； 2. 借助单位圆中的三角函数线推导出诱导公式（$-\alpha$、$\frac{\pi}{2}\pm\alpha$、$\pi\pm\alpha$ 的正弦、余弦、正切），能画出 $y=\sin x$、$y=\cos x$、$y=\tan x$ 的图象，了解三角函数的周期性； 3. 借助图象理解正弦函数、余弦函数在 $[0,2\pi)$，正切函数在 $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ 上的性质（如单调性、最大和最小值、图象与 x 轴交点等）； 4. 理解同角三角函数的基本关系式：$\sin^2 x+\cos^2 x=1$，$\frac{\sin x}{\cos x}=\tan x$.	学习中充分发挥单位圆的作用. 单位圆可以帮助直观地认识任意角、任意角的三角函数，理解三角函数的周期性、诱导公式、同角三角函数关系式，以及三角函数的图象和基本性质. 借助单位圆的直观性，可以自主地探索三角函数的有关性质，培养分析问题和解决问题的能力.

续表

知识要点	课标要求	学习技术
三角函数图象变换	1. 结合具体实例，了解 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的实际意义；能借助计算器或计算机画出 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象，观察参数 A,ω,φ 对函数图象变化的影响； 2. 会用三角函数解决一些简单实际问题，体会三角函数是描述周期变化现象的重要函数模型.	通过单摆、弹簧振子、圆上一点的运动，以及音乐、波浪、潮汐、四季变化等实例，感受周期现象的广泛存在，认识周期现象的变化规律.

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角

中国是世界上最大的自行车消费市场，号称自行车王国. 如图，自行车大链轮有48齿，小链轮有20齿，那么当大链轮转过一周时，小链轮转过了多少度？这么大的角该如何画出来？它们的旋转方向有何关系？本节课我们对初中角的概念进行推广.

高手支招① 细品教材

一、正角、负角、零角

1. 角：如图1.1.1-1，一条射线端点为 O，从起始位置 OA 按逆时针方向旋转到终止位置 OB，形成一个角 α，O 叫做角 α 的顶点，射线 OA 叫做角的始边，射线 OB 叫做角的终边，此时角 α 记作 $\angle AOB$，所以，角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形.

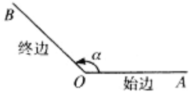


图 1.1.1-1

2. 正角、负角、零角

在平面内，一条射线绕它的端点旋转有两个相反的方向：顺时针方向和逆时针方向，习惯上规定，按逆时针方向旋转形成的角叫做正角，按顺时针方向旋转形成的角叫做负角，当射线没有旋转时，也把它看成一个角，称为零角．由此，我们将角的概念推广到了任意角，它包括正角、负角、零角．

技术提示　正角、负角中的正、负指的是角的旋转方向，不是指大小．区分正角、负角，关键是看其终边的旋转方向是逆时针还是顺时针．

引入正角、负角的概念后，角的减法可以转化为角的加法运算，即 $\alpha-\beta$ 可以转化为 $\alpha+(-\beta)$，也就是说各角和的旋转量等于各角旋转量的和．

在不引起混淆的前提下，"角 α"或"$\angle\alpha$"可简记成"α"．

【示例】时钟走过了 3 小时 20 分，则时针所转过的角的度数为__________，分针转过的角的度数为__________．

思路分析：从时针和分针每小时或每分钟转过的角度数切入，时针每小时转 30°，分针每小时转 360°，每分钟转 6°．时针、分针都按顺时针方向旋转，故转过的角度数都是负的，3 小时 20 分即 $3\frac{1}{3}$ 小时，故时针转过的角度数为 $-3\frac{1}{3}\times30^\circ=-100^\circ$；分针转过的角度数为 $-3\frac{1}{3}\times360^\circ=-1\ 200^\circ$．

答案

-100°　$-1\ 200^\circ$

二、象限角

1. 象限角：若把角的顶点与原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合，那么，角的终边在第几象限，我们就说这个角是第几象限角．

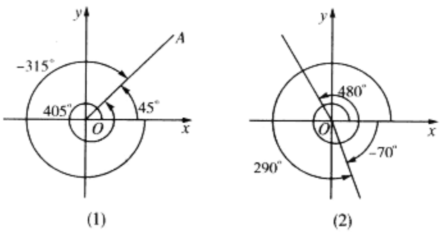


图 1.1.1－2

例如：由于图 1.1.1－2(1)中的角 45°、405°、-315°都是始边与 x 轴的非负半轴重合，终边落在第一象限的角，所以它们都是第一象限角；同理，图 1.1.1－2(2)中的角 480°是第二象限角，-70°、290°都是第四象限角．

2. 特别地，如果角的终边在坐标轴上，就认为这个角不属于任何一个象限．例如，

0°、90°、−180°、630°等，因为它们的终边落在坐标轴上，所以这些角都不属于任何一个象限，有的参考书上称之为非象限角，或叫象限界角.

技术提示 角的大小与旋转的周数有关，角的正负与旋转的方向有关，在画图表示角时，常用带箭头的弧来表示旋转的方向.

【示例】已知角 α 是第三象限角，则角 $-\alpha$ 是第________象限角. …… (　　)

A. 一　　B. 二　　C. 三　　D. 四

思路分析：因为角 α 与角 $-\alpha$ 的终边是关于 x 轴对称的，角 α 的终边在第三象限，所以 $-\alpha$ 的终边在第二象限.

答案：B

三、终边相同的角

1. 设 $S=\{\beta|\beta=45°+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$，显然，所有与 45°角终边相同的角都是集合 S 的元素；反过来，集合 S 中的任何一个元素也都与 45°角的终边相同. 推广到一般形式有：所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可构成一个集合 $S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}\}$，即任意与角 α 终边相同的角，都可以表示成角 α 与整数个周角的和.

2. 利用与角 α 终边相同的角的集合，可把任意角 β 转化成 $\beta=\alpha+k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$，$\alpha\in[0°,360°)$ 的形式；也可利用与角 α 终边相同的角化简终边落在过原点的某一条直线上的角的集合；或利用与角 α 终边相同的角写出各象限角和象限界角的集合.

如第一象限角，在 0°～360°范围内，第一象限角表示为 $0°<\alpha<90°$，然后在两端加上 $k\cdot 360°,k\in\mathbf{Z}$，即可得到第一象限角的集合：$\{\alpha|k\cdot 360°<\alpha<k\cdot 360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$，其他各象限角同理可得.

若 α 为象限界角. 如终边落在 x 轴的负半轴上，代表角为 180°，所以终边落在 x 轴的负半轴上的角的集合为 $\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}$. 同理可得其他非象限角的集合.

技术提示 (1)终边相同的角有无数个，它们相差 360°的整数倍；

(2)$k\in\mathbf{Z}$ 这一条件必不可少，$k\cdot 360°$ 与 α 之间是"+"，如 $k\cdot 360°-30°$ 应当看成 $k\cdot 360°+(-30°)$，即它表示与 $-30°$ 终边相同的角；

(3)终边相同的角不一定相等，但相等的角终边一定相同.

【示例】与 $-457°$ 角终边相同的角的集合是 ………………………… (　　)

A. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+457°,k\in\mathbf{Z}\}$　　B. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+97°,k\in\mathbf{Z}\}$

C. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°+263°,k\in\mathbf{Z}\}$　　D. $\{\alpha|\alpha=k\cdot 360°-263°,k\in\mathbf{Z}\}$

思路分析：题目考查终边相同的角的表示方法，可用特殊值法研究，也可用定义分析解决，由 $-457°=-2\times 360°+263°$，可得结论为 C，或者由 $-457°$ 角与 $-97°$ 角终边相同，$-97°$ 角与 263°角终边相同，263°角应与 $k\cdot 360°+263°$ 角终边相同，故应选 C.

答案：C

高手支招② 归纳整理

本节的主要内容是角的概念、正角、负角、零角及象限角、终边相同的角的概念与表示，重点是理解推广角的概念的必要性，理解并能表示各象限角、终边相同的角.

角的概念
- 角
  - 正角：按__①__方向旋转形成的角叫正角
  - 负角：按__②__方向旋转形成的角叫负角
  - 零角：射线__③__，称它形成一个零角
- 象限角：使角的顶点与__④__重合，角的始边与__⑤__重合，角的终边在第几象限，就称这个角为第几象限角
- 终边相同的角：任意与角 α 终边相同的角，都可以表示为__⑥__

答案

①逆时针　②顺时针　③没有做任何旋转　④原点　⑤x 轴的非负半轴

⑥$S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot 360^\circ,k\in\mathbf{Z}\}$

高手支招③ 综合探究

1. 根据 α 所在象限，判断 $\frac{\alpha}{n}(n>1,n\in\mathbf{N}_+)$ 所在象限.

这类问题有两种方法：不等式法和八卦图法.

方法一：(不等式法)下面以 α 为第一象限角，确定 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限为例.

$\because\alpha$ 是第一象限角，

$\therefore\alpha$ 可以表示为 $k\cdot 360^\circ<\alpha<k\cdot 360^\circ+90^\circ,k\in\mathbf{Z}$.

$\therefore k\cdot 180^\circ<\frac{\alpha}{2}<k\cdot 180^\circ+45^\circ$.

当 k 为偶数时，$\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角；当 k 为奇数时，$\frac{\alpha}{2}$ 是第三象限角，

即当 α 是第一象限角时，$\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角或第三象限角. 同理可得其他情况.

方法二：(八卦图法)以确定 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限为例.

如图 1.1.1－3(1)所示，作出各个象限的平分线，它们与坐标轴把周角等分成 8 个区域，从 x 轴的非负半轴起，按逆时针方向把这 8 个区域依次循环标上号码 1、2、3、4，则标号是几的两个区域，就说明 α 为第几象限角时，$\frac{\alpha}{2}$ 终边落在的区域，于是 $\frac{\alpha}{2}$ 所在象限可以直观地看出来，这种方法称为八卦图法，它的优点是直观形象，特别是它还能清晰地显现 $\frac{\alpha}{2}$ 更具体的范围.

由图 1.1.1－3(1)可得：

当 α 是第一象限角时，$\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角或第三象限角；

当 α 是第二象限角时，$\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角或第三象限角；

当 α 是第三象限角时，$\frac{\alpha}{2}$ 是第二象限角或第四象限角；

当 α 是第四象限角时，$\frac{\alpha}{2}$ 是第二象限角或第四象限角.

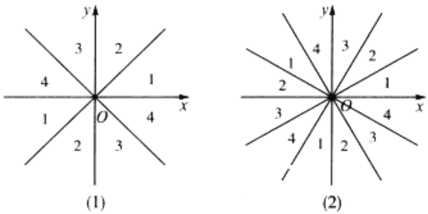


图 1.1.1－3

以上两种方法还适用于确定 $\frac{\alpha}{3}$、$\frac{\alpha}{4}$、…、$\frac{\alpha}{n}$（$n\in \mathbf{N}_+$）的终边所在象限，如图 1.1.1－3(2)是用八卦图法确定 $\frac{\alpha}{3}$ 的终边所在象限. 作出三等分各个象限的从原点出发的射线，它们与坐标轴把周角等分成 12 个区域. 从 x 轴的正半轴起，按逆时针方向把这 12 个区域依次循环标上号码 1、2、3、4，则标号是几的区域，就是 α 为第几象限角时，$\frac{\alpha}{3}$ 终边落在的区域，而 $\frac{\alpha}{3}$ 所在的象限就可根据图形直观地看出来了. 一般地，要确定 $\frac{\alpha}{n}$ 所在的象限，就需要作出 n 等分各个象限的从原点出发的射线.

2. 时钟的时针与分针在一天内的重合次数.

设 12 点时，两针重合的位置为始边，且时针转过 θ 角，两针重合，则有分针转过了 12θ 角，且有 $12\theta=\theta+k\cdot 360^\circ$，$k\in \mathbf{Z}$，即 $\theta=\frac{k\cdot 360^\circ}{11}$，$k\in \mathbf{Z}$. 又时针转过 30°，时间经过 1 小时，所以时针转过 1° 时，时间经过 $\frac{1}{30}$ 小时，故时针转过 θ°，经过时间为 $\frac{\theta}{360^\circ}=\frac{12k}{11}$ 小时，令 $k=1$，得 $t_1=\frac{12}{11}=1\frac{1}{11}$ 小时，即时针和分针第一次重合的时间是 $1\frac{1}{11}$ 小时. 又 $0^\circ\leqslant\theta<360^\circ$，所以 $0\leqslant k<11$. 所以 12 小时内，两针共重合 11 次，则一天内时针和分针共重合 22 次.

高手支招④典例精析

题型 1. 写终边相同的角

【例 1】在$-720°\sim720°$之间，写出与$60°$角终边相同的角的集合 S.

高手点睛 先写出所有与$60°$角终边相同的角的集合，然后确定在$-720°\sim720°$之间的角.

思维流程 $\boxed{\{\alpha|\alpha=60°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}}\xrightarrow{-720°\leqslant60°+k\cdot360°<720°}\boxed{-\frac{13}{6}\leqslant k<\frac{11}{6}}$

$\xrightarrow{k\text{为整数}}\boxed{k=-2,-1,0,1}\xrightarrow{\text{代入}\alpha\text{的集合}}\boxed{\text{结论}}$

解：与$60°$角终边相同的角的集合为$\{\alpha|\alpha=60°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，

令$-720°\leqslant60°+k\cdot360°<720°$，得$k=-2,-1,0,1$，相应的角为$-660°,-300°,60°,420°$，从而$S=\{-660°,-300°,60°,420°\}$.

技术点拨 一般地，化角β为$\alpha+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$时，可由$\beta$除以$360°$来确定$k$及$\alpha$的值，对不合要求的$\alpha$可以通过修正$k$来进一步求解.

题型 2. 写终边在某直线上的角

【例 2】求终边为直线$y=-x$的角的集合.

高手点睛 在$0°\sim360°$内，找到终边在$y=-x$上的角，加$k\cdot360°$即可；也可以用旋转的观点也可直接写出答案. 当用$k\cdot360°$表示角的集合时，$k\in\mathbf{Z}$这一条件必不可少.

解法一：在$0°\sim360°$范围内满足条件的角为$135°$和$315°$，

∴终边为直线$y=-x$的角的集合是$\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+135°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+315°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=2k\cdot180°+135°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|\alpha=(2k+1)\cdot180°+135°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha|\alpha=n\cdot180°+135°,n\in\mathbf{Z}\}$.

解法二：∵$135°$的终边在直线$y=-x$上，

又∵终边在直线$y=-x$上的角与角$135°$都相差$180°$的整数倍（即可以看成是角$135°$的终边旋转$180°$的整数倍而得到），

∴终边在直线$y=-x$上的角的集合是$\{\alpha|\alpha=135°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

技术点拨 此题型为已知终边的位置，如何把角对应的集合表示出来. 一定注意把最后答案化成最简形式；要对象限角和非象限角对应的集合形式适当进行记忆.

题型 3. 据图写角

【例 3】写出角的终边在图 1.1.1－4 中阴影区域内的角的集合(包括边界).

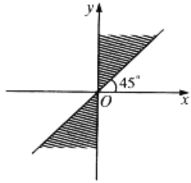


图 1.1.1－4

高手点睛 在 $0°\sim360°$范围内找出阴影部分适合的范围，再用终边相同的角的表示方法表示出来.

解法一：在 $0°\sim360°$内，终边在阴影部分的角为

$45°\leqslant\alpha\leqslant90°$与 $225°\leqslant\alpha\leqslant270°$，

∴满足题意的角 α 为 $\{\alpha\mid45°+k\cdot360°\leqslant\alpha\leqslant90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha\mid225°+k\cdot360°\leqslant\alpha\leqslant270°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha\mid45°+2k\cdot180°\leqslant\alpha\leqslant90°+2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha\mid45°+(2k+1)180°\leqslant\alpha\leqslant90°+(2k+1)180°,k\in\mathbf{Z}\}$

$=\{\alpha\mid45°+n\cdot180°\leqslant\alpha\leqslant90°+n\cdot180°,n\in\mathbf{Z}\}$.

解法二：∵满足 $45°\leqslant\alpha\leqslant90°$的角 α 的终边都在阴影部分内，

又∵终边在阴影部分的任意一个角，都可以通过角 α 旋转 $180°$的整数倍而得到，

∴所有满足题意的角的集合为 $\{\alpha\mid45°+k\cdot180°\leqslant\alpha\leqslant90°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

技术感悟 观察阴影区域时，要由始边逆时针扫过阴影得终边.

题型 4. 判断第几象限角

【例 4】已知角 2α 的终边在 x 轴上方，那么 α 的范围是 …………………… (　　)

A. 第一象限角的集合

B. 第一或第二象限角的集合

C. 第一或第三象限角的集合

D. 第一或第四象限角的集合

高手点睛 根据 2α 的位置确定 2α 的范围，再求出 α 的范围.

思维流程 $\boxed{2\alpha\text{ 的终边在 }x\text{ 轴上方}}\rightarrow\boxed{\{\alpha\mid k\cdot360°<2\alpha<k\cdot360°+180°,k\in\mathbf{Z}\}}\rightarrow\boxed{\{\alpha\mid k\cdot180°<\alpha<k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}}\xrightarrow{\text{分 }k\text{ 为奇数和偶数}}\boxed{\alpha\text{ 为第一或第三象限角}}$

答案：C

技术感悟 在得到 $k\cdot180°<\alpha<k\cdot180°+90°,k\in\mathbf{Z}$ 之后，将 k 分为 $2n$ 和 $2n+1$ 两种情况处理，体现了分类讨论的思想，也是解答本题的关键.

题型 5. 确定符合条件的角

【例 5】在角的集合 $\{\alpha\mid\alpha=k\cdot90°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$ 中.

(1)有几种终边不相同的角？

(2)有几个属于区间$(-360°,360°)$内的角？

高手点睛 本题主要考查终边相同的角. 从代数角度看,取 $k=\cdots,-2,-1,0,1,\cdots$,可以得 α 为 $\cdots,-135°,-45°,45°,135°,\cdots$;从图形角度看是以 45° 角为基础,依次加上 90° 的整数倍,即依次按顺时针方向或逆时针方向旋转 90°,所得各角,如图 1.1.1-5 所示.

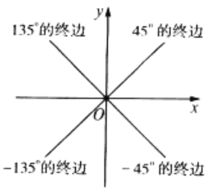


图 1.1.1-5

解:(1)在给定的角的集合中终边不相同的角共有四种,分别是与 45°、135°、-135°、-45°终边相同的角.

(2)令 $-360°<k\cdot 90°+45°<360°$,得 $-\dfrac{9}{2}<k<\dfrac{7}{2}$.

又 $\because k\in \mathbf{Z}$,$\therefore k=-4,-3,-2,-1,0,1,2,3$.

$\therefore$ 属于区间 $(-360°,360°)$ 的角共有 8 个.

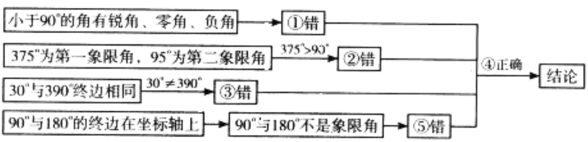
技术感悟 把代数计算与对图形的认识结合起来即数形结合,会使这类问题处理起来更容易些. 数形结合是解决数学问题的最重要的方法之一,做题时要注意自觉地应用.

题型 6. 几种角的区分

【例 6】下列命题:①小于 90°的角是锐角;②第一象限的角小于第二象限的角;③终边相同的角一定相等;④相等的角终边一定相同;⑤若 $\alpha\in[90°,180°]$,则 α 是第二象限角. 其中正确的是__________.

高手点睛 利用各种角的定义进行判断.

思维流程



答案:④

技术感悟 锐角的集合是 $\{\alpha|0°<\alpha<90°\}$,0°~90°的角的集合是 $\{\alpha|0°\leqslant\alpha<90°\}$,小于 90°的角的集合是 $\{\alpha|\alpha<90°\}$,第一象限角的集合是 $\{\alpha|k\cdot 360°<\alpha<k\cdot 360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$. 所以锐角一定是第一象限角,而第一象限角不都是锐角,小于 90°的角包括锐角、零角、负角.

题型 7. 数形结合法求角的交集

【例 7】已知集合 $A=\{\alpha|k\cdot 180°+30°<\alpha<k\cdot 180°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$,集合 $B=\{\beta|k\cdot 360°-45°<\beta<k\cdot 360°+45°,k\in\mathbf{Z}\}$,试求 $A\cap B$.

高手点睛 对于此类题可以利用图形在直角坐标平面内分别寻找出集合 A 和集合 B 中的角的终边所在的区域，终边在这两个区域的公共部分内的角的集合，就是要求的 $A\cap B$.

思维流程 $\boxed{\text{已知集合 } A \text{ 与 } B}$ → $\boxed{\text{坐标系中画出两个集合表示的角}}$ $\xrightarrow{\text{公共部分}}$ $\boxed{\text{交集}}$ → $\boxed{\text{用集合表示}}$

解：如图 1.1.1－6，集合 A 中角的终边在阴影（Ⅰ）内，集合 B 中的角的终边在阴影（Ⅱ）内，因此集合 $A\cap B$ 中的角的终边在（Ⅰ）和（Ⅱ）的公共部分内.

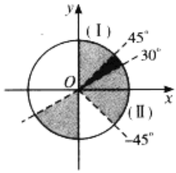


图 1.1.1－6

$\therefore A\cap B=\{\alpha \mid k\cdot 360°+30°<\alpha<k\cdot 360°+45°, k\in \mathbf{Z}\}$.

技术感悟 借助于数学式子所反映出的几何意义，利用图形的直观性来解决问题，是解答数学问题的常用方法，这就是数形结合，其优点在于形象性强，能够给我们发现特征提供较强的提示作用.

高考实战体验

【例 8】已知 α 是第三象限角，则 2α 不可能在 ……………………………（　　）

A. 第一、二象限　　　　B. 第二、三象限

C. 第三、四象限　　　　D. 第一、四象限

高手点睛 写出 α 的范围，再得出 2α 的范围，给 k 取定一些数值，考查角所在象限.

思维流程 $\boxed{\alpha \text{ 是第三象限角}}$ → $\boxed{\{\alpha \mid 180°+k\cdot 360°<\alpha<270°+k\cdot 360°, k\in \mathbf{Z}\}}$ → $\boxed{\{2\alpha \mid 360°+k\cdot 720°<2\alpha<540°+k\cdot 720°, k\in \mathbf{Z}\}}$ $\xrightarrow{\text{给 } k \text{ 取值}}$ $\boxed{2\alpha \text{ 的终边在第一、二象限或 } y \text{ 轴正半轴上}}$ → $\boxed{\text{结论}}$

答案：C

技术感悟 考查角的范围问题，应当考虑周全，避免丢解，如本题，不能认为 2α 是第一、二象限角，这样就会漏掉了终边在 y 轴正半轴上的情况.

高手支招5 思考发现

1. 若过原点的直线 l 的倾斜角为 α，则终边落在直线 l 上的角的集合是 $\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$. 当 k 取偶数时，表示终边落在直线 l 所在的上半平面部分；当 k 取奇数时，表示终边落在直线 l 所在的下半平面部分.

2. 象限角的表示形式并不唯一，还可以有其他的表示形式，如第二象限角的集合，可以表示为 $\{\alpha|90°+k\cdot360°<\alpha<180°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$ 也可以表示为 $\{\alpha|k\cdot360°-270°<\alpha<k\cdot360°-180°,k\in\mathbf{Z}\}$.

3. 角的概念推广后，注意准确区分锐角，$0°\sim90°$ 的角，小于 $90°$ 的角，第一象限角：锐角是 $0°<\alpha<90°$ 的角；$0°\sim90°$ 的角是 $0°\leqslant\alpha<90°$ 的角；小于 $90°$ 的角是 $\alpha<90°$ 的角；第一象限角是 $\{\alpha|k\cdot360°<\alpha<k\cdot360°+90°,k\in\mathbf{Z}\}$ 所表示的角.

要区分开易混的概念，如锐角一定是第一象限的角，而第一象限角不全是锐角，如 $-330°$、$730°$ 都是第一象限角，但它们都不是锐角.

4. 我的发现：

高手支招6 体验成功

基础巩固

1. 将 $-885°$ 化为 $\alpha+k\cdot360°(0°\leqslant\alpha<360°,k\in\mathbf{Z})$ 的形式是 ……………………（　　）

A. $-165°+(-2)\cdot360°$　　B. $195°+(-3)\cdot360°$

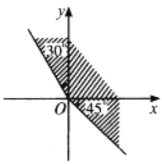
C. $195°+(-2)\cdot360°$　　D. $-195°+(-3)\cdot360°$

2. 若 α 与 β 的终边互为反向延长线，则 α、β 之间的关系是 ……………………（　　）

A. $\alpha=-\beta$　　B. $\alpha=\beta\pm180°$

C. $\alpha=2k\cdot180°+\beta,k\in\mathbf{Z}$　　D. $\alpha=(2k+1)\cdot180°+\beta,k\in\mathbf{Z}$

3. 如图，终边落在阴影部分的角的集合是__________.



（第 3 题图）

4. 集合 $A=\{\alpha|\alpha=k\cdot360°+60°,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{\beta|\beta=k\cdot720°+60°,k\in\mathbf{Z}\}$，$C=\{\gamma|\gamma=k\cdot180°+60°,k\in\mathbf{Z}\}$，那么集合 A、B、C 的关系是__________.

综合应用

5. 已知角 α 的终边与 y 轴的正半轴的夹角为 $30°$，且终边落在第二象限，又 $-720°<\alpha<0°$，试求 α.

6. 已知 $0°<\theta<360°$，θ 的 7 倍角的终边和 θ 角的终边恰好重合，试求角 θ.

探究创新

7. 已知 $f(x)=5°\cdot x+20°$，$g(x)=6°\cdot x+30°$，是否存在整数 T，使得对于任意的 x 的值，都有 $f(x+T)$ 与 $f(x)$，$g(x+T)$ 与 $g(x)$ 均表示终边相同的角？若存在，求出 T 的值；若不存在，请说明理由.