

物理学习者的“胜经”

WULI XUEXIZHE DE SHEGNJING



晓春物理

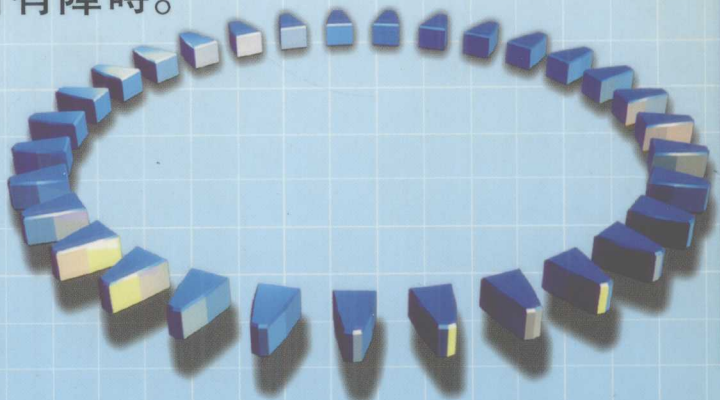
XIAOCHUN WULI

大学物理 自考一本通

—— 自学考试物理(工)思考题习题详解

- 应知应记/详细题解/考点总结
 - 一本突破大学物理自学考试的完全攻略
 - 如师在侧的透彻详解，扫清你学习中的所有障碍。

钟晓春 编



电子科技大学出版社

要 點 容 內

自考一本通

自学考试物理(工)思考题习题详解

钟晓春 编

电子科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

(自考一本通)自学考试物理(工)思考题习题详解 / 钟晓春编. —成都:

电子科技大学出版社, 2004. 4

ISBN 7-81094-439-8

I. 自... II. 钟... III. 物理学—高等教育—自学考试—解题 IV. 04-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第020913号

自考一本通

自学考试物理(工)思考题习题详解

钟晓春 编

出版: 电子科技大学出版社(成都建设北路二段四号)

策划编辑: 郭庆

责任编辑: 江进优

发行: 新华书店

印刷: 电子科技大学出版社印刷厂

开本: 787mm×1092mm 1/16 印张 11 字数 265 千字

版次: 2004年4月第一版

印次: 2004年4月第一次印刷

书号: ISBN 7-81094-439-8/O·19

印数: 1—4000 册

定价: 16.00 元

■ 版权所有 侵权必究 ■

◆ 邮购本书请与本社发行科联系。电话: (028) 83201495 邮编: 610054

◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

前 言

对于本书编写,源于作者在大学物理教学中,深感各类学员普遍不能很好地通过习题这一重要环节掌握物理知识,尤其是多数自考学员除参加自考外,还要处理繁忙的工作,自学时间难以保证,也不易获得教师的面授指导。加之大学物理的内容覆盖面广,物理概念、原理和方法众多,且频繁使用数学工具,致使这门课的自学难度相当高,通过率低。于是,作者结合自己的教学经验,摒弃了一般教辅材料中大篇幅的内容总结、提要等,直接以自考教材习题为线索,介绍给学员应掌握的考点知识,旨在使广大学员能够少走弯路,准确掌握物理知识,顺利过关。

为方便学习,本书将常用数学基础写在前面,以备查用,每章分为应知应记、思考题及解答、习题及题解,每题后均有本题的“考点”总结,使学员明白该题要考察的知识点,题目编号完全等同于自考教材《物理(工)》的题号,题与题解编排在一起,一目了然。自学者应首先自己做题,再看解答才能收到较好效果。

本书是自考学员的必备参考书,同时由于题与题解编排在一起,能独本使用,加之物理概念、规律的普适性,故本书也可供高等院校本科生、函授生、网络学员等使用。

若需进一步练习,可参见由电子科技大学出版,钟晓春编《解题一本通》,配有详细解答。

在本书的编写过程中,荣健、王蜀娟、朱彬、张静、蔡灵艳、邓代竹参与了部分工作,还得到了张世昌教授、费经世、赵国平、庞文焕等老师的大力支持,在此表示衷心的感谢。

书中不妥之处在所难免,还望使用本书的读者批评指正。

作者在此感谢家人的全力支持,感谢友人的热忱帮助,没有他们的关照和鼓励,本书将难以顺利脱稿。

钟晓春

2003年9月 西南交通大学北园

目 录

常用数学基础	1
一、矢量运算	1
二、微积分	2
第一章 质点运动学和牛顿运动定律	4
一、应知应记	4
二、思考题及解答	5
三、习题及题解	10
第二章 守恒定律	20
一、应知应记	20
二、思考题及解答	21
三、习题及题解	25
第三章 气体动理论	34
一、应知应记	34
二、思考题及解答	35
三、习题及题解	38
第四章 热力学基础	43
一、应知应记	43
二、思考题及解答	44
三、习题及题解	46
第五章 静电场	52
一、应知应记	52
二、思考题及解答	54
三、习题及题解	58
第六章 稳恒电流的磁场	74
一、应知应记	74
二、思考题及解答	75
三、习题及题解	80
第七章 电磁感应与电磁场	91
一、应知应记	91

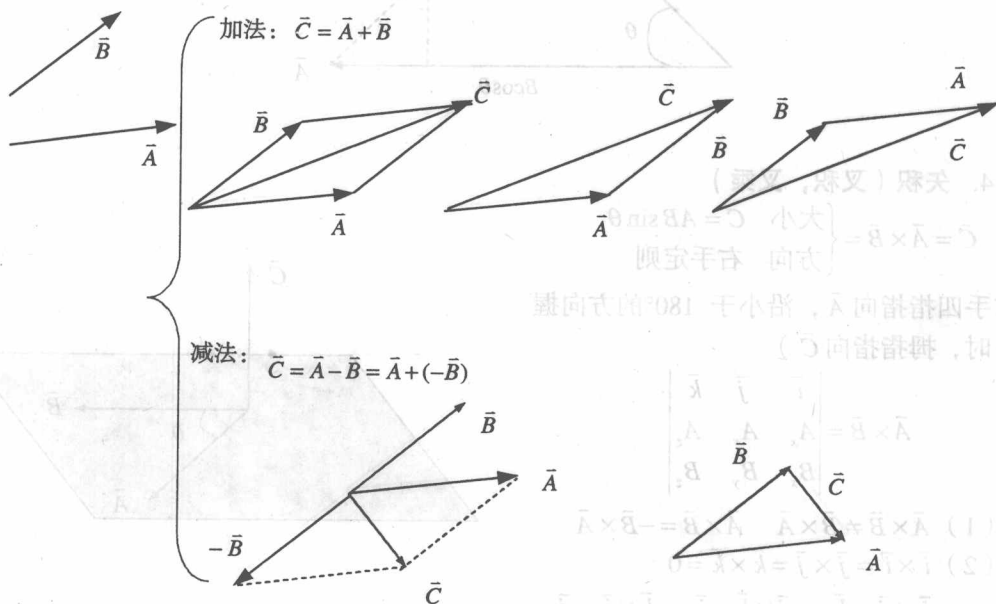
二、思考题及解答	92
三、习题及题解	97
第八章 机械振动	108
一、应知应记	108
二、思考题及解答	109
三、习题及题解	111
第九章 机械波	117
一、应知应记	117
二、思考题及解答	117
三、习题及题解	119
第十章 电磁振荡与电磁波	125
一、应知应记	125
二、思考题及解答	125
三、习题及题解	126
第十一章 波动光学	128
一、应知应记	128
二、思考题及解答	129
三、习题及题解	131
第十二章 狭义相对论基础	140
一、应知应记	140
二、思考题及解答	141
三、习题及题解	141
第十三章 波和粒子	145
一、应知应记	145
二、思考题及解答	146
三、习题及题解	147
专题 I 激光技术	150
一、应知应记	150
二、思考题及解答	150
专题 II 原子核	152
一、应知应记	152
二、思考题及解答	152

专题Ⅲ 半导体	155
一、应知应记	155
二、思考题及解答	155
专题Ⅳ 超导电性	158
一、应知应记	158
二、思考题及解答	158
专题Ⅴ 宇宙学简介	160
应知应记	160
专题Ⅵ 粒子物理简介	161
应知应记	161
测量误差与数据处理的基本知识	162
一、应知应记	162
二、习题及题解	162

常用数学基础

一、矢量运算

1. 矢量的加法和减法



2. 矢量的坐标表示

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$\vec{A}$ 的模

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$\vec{A}$ 的方向:

$|\vec{A}|$ 与 x 、 y 、 z 轴夹角 α 、 β 、 γ

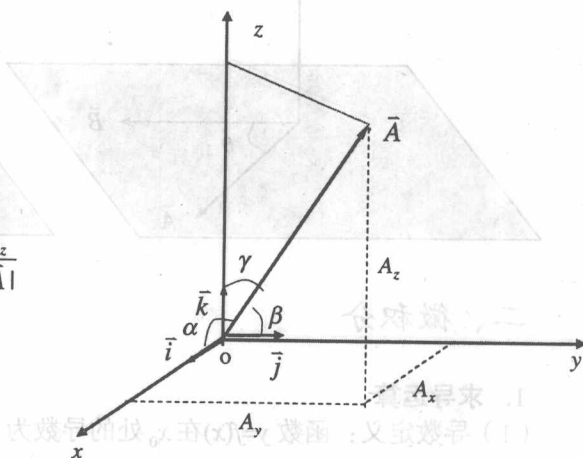
$$\cos \alpha = \frac{A_x}{|\vec{A}|} \quad \cos \beta = \frac{A_y}{|\vec{A}|} \quad \cos \gamma = \frac{A_z}{|\vec{A}|}$$

3. 标积 (点积, 点乘)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

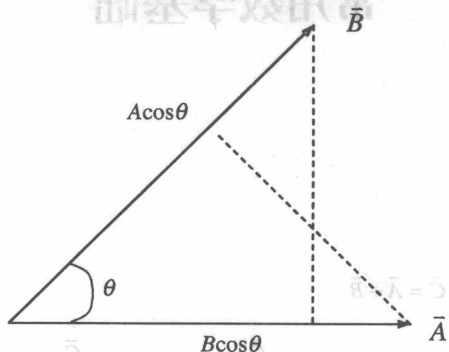
$$\theta = 0 \quad \vec{A} \parallel \vec{B} \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = AB$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad \vec{A} \perp \vec{B} \quad \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$$



$$(1) \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$(2) \vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$$



4. 矢积 (叉积, 叉乘)

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{cases} \text{大小} & C = AB \sin \theta \\ \text{方向} & \text{右手定则} \end{cases}$$

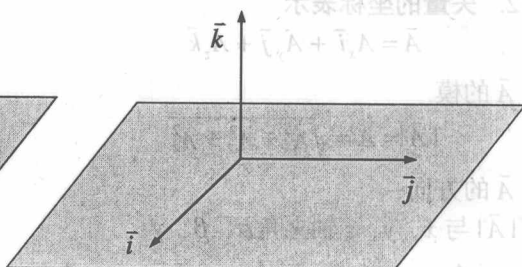
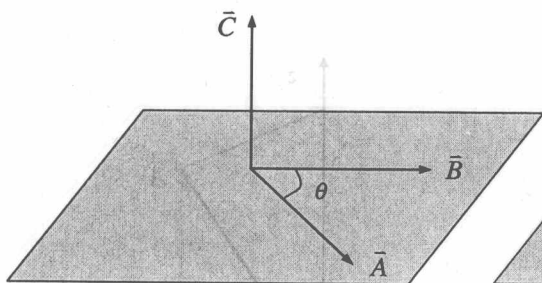
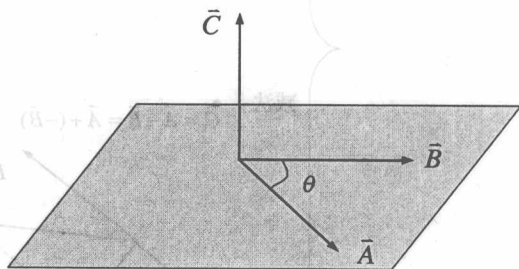
(右手四指指向 $\vec{A}$, 沿小于 180° 的方向握向 $\vec{B}$ 时, 拇指指向 $\vec{C}$)

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$(1) \vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A} \quad \vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

$$(2) \vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$$

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} \quad \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \quad \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$



二、微积分

1. 求导运算

(1) 导数定义: 函数 $y=f(x)$ 在 x_0 处的导数为

$$y' = f'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

(2) 常用导数运算法则:

· 四则运算法则

若 $y(x) = u(x) \pm v(x)$, 则 $y' = (u \pm v)' = u' \pm v'$

若 $y(x) = u(x)v(x)$, 则 $y' = (uv)' = uv' + vu'$

若 $y(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, 则 $y' = \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$

· 复合函数求导法则

若 $y = f(u)$, $u = \Phi(x)$, 则 y 是 x 的复合函数, $y = f[\Phi(x)]$, 则有 $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ 或

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}.$$

(3) 常用求导公式

$(x^n)' = nx^{n-1}$ (n 为任意实数)

$(c)' = 0$ (c 为常数)

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(e^x)' = e^x$

2. 积分运算

(1) 不定积分定义:

若 $F'(x) = f(x)$, 则 $f(x)$ 的不定积分为

$$\int f(x)dx = F(x) + c \quad (c \text{ 为积分常数})$$

(2) 常用不定积分公式

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + c$$

(3) 定积分运算法则

若 $F'(x) = f(x)$, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 区间的积分为

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

第一章 质点运动学和牛顿运动定律

一、应知应记

1. 质点运动的线量描述

位置矢量 $\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

位移 $\Delta\vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$

速度 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

加速度 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

2. 匀加速直线运动

$v = v_0 + at$, $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, $v^2 - v_0^2 = 2ax$

3. 抛体运动

$a_x = 0$, $a_y = -g$

$v_x = v_0 \cos \theta$, $x = v_0 \cos \theta \cdot t$

$v_y = v_0 \sin \theta - gt$, $y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$

4. 圆周运动角量描述

角位置 θ

角位移 $\Delta\theta$

角速度 $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

5. 角量与线量关系

线速度大小 $v = R\omega$

法向加速度 $a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$, 指向圆心。

切向加速度 $a_t = \frac{dv}{dt} = R\alpha$, 沿切线方向。

总加速度 $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$

6. 相对运动关系

$\vec{r}_{po} = \vec{r}_{po'} + \vec{r}_{o'o}$

$\vec{v}_{po} = \vec{v}_{po'} + \vec{v}_{o'o}$

$$\vec{a}_{po} = \vec{a}_{p'o'} + \vec{a}_{o'o}$$

7. 牛顿运动定律

第一定律 惯性和力的概念, 惯性系的定义。

第二定律 $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$, $\vec{p} = m\vec{v}$, 当 m 为常量时, $\vec{F} = m\vec{a}$

第三定律 作用力与反作用力定律, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$

8. 常见力

万有引力 $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

重力 $\vec{p} = m\vec{g}$

弹簧的弹力 $F = -kx$

静摩擦力 $f \leq \mu_0 N$ (μ_0 ——静摩擦系数)

滑动摩擦力 $f = \mu N$ (μ ——滑动摩擦系数, 略小于 μ_0)

9. 常量及单位换算

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}$

地球半径 $R = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$, 地球质量 $M = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

$1 \text{ m} = 10^{-3} \text{ km} = 10^2 \text{ cm} = 10^3 \text{ mm} = 10^6 \mu\text{m} = 10^9 \text{ nm}$

$1 \text{ kg} = 10^{-3} \text{ t}(\text{吨}) = 10^3 \text{ g}$

$1 \text{ h}(\text{小时}) = 60 \text{ min}(\text{分}) = 3600 \text{ s}(\text{秒})$

$1^\circ(\text{度}) = 60'(\text{分}) = 3600''(\text{秒})$

$1 \text{ rad}(\text{弧度}) = \frac{180^\circ}{\pi}(\text{度})$

二、思考题及解答

1.1 公路上有两辆汽车, 以相同的速度沿着相同的方向行驶。试说明, 用什么物体做参考系时, 这两辆汽车相对于参考系都是静止的? 用什么物体做参考系时, 它们又都是运动着的?

答: 以汽车为参考系, 它们是静止的; 以地面为参考系, 它们是运动的。

物体的运动状态是随参照系的不同而不同, 描述一个物体的运动时, 必须指明是相对于哪一个参考系。就本题而言, 两辆汽车均以相同速度沿同方向行驶, 汽车只有相对于本身或另一辆汽车是静止状态, 而相对于地面则是运动的。

【考点】运动的相对性。

1.2 一人沿着半径为 R 的圆形跑道跑了半圈, 他的位移和路程的数值各是多少?

答: 位移是 $2R$; 路程是 πR 。

质点在一段时间内位置矢量的改变叫做它在这段时间内的位移, 位移是矢量, 有大小, 有方向。而路程是质点实际走过的路径的长度, 是标量。如图 1-1 所示, $\widehat{AB}$ 的长度是为路程, 有向直线段 $\overrightarrow{AB}$ 为位移。

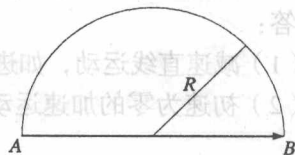


图 1-1

【考点】位移；路程。

1.3 在某一时刻，物体的速度很大，它的加速度是否也一定很大？反之，如果在某一时刻物体的加速度很大，它的速度是否也一定很大？

答：不一定。

如物体速度在加速到很大后停止加速，则此时物体的运动速度很大，但加速度为零；若物体从静止状态开始迅速加速，则此时加速度很大，但速度为零。

【考点】速度反映运动快慢；加速度反映速度变化的快慢；速度与加速度的大小没有必然的联系。

1.4 速度为零的时刻，加速度是否一定是零？加速度为零的时刻，速度是否一定是零？

答：都不一定。

因为加速度反映速度的变化快慢，对从静止开始加速的物体，其速度为零，但加速度不为零，对匀速直线运动的物体，其速度不为零，但加速度却为零。

【考点】同思考题 1.3 的考点。

1.5 匀加速度运动(加速度的大小、方向都不变的运动)一定是直线运动吗？举例说明之。

答：不一定。

例如初速与竖直方向有夹角的抛体运动，其加速度均为重力加速度 $\bar{g}$ ，但运动轨迹却是曲线。

【考点】加速度；运动轨迹。

1.6 把一重物用绳子吊在气球下面，气球正以匀速度 $\bar{v}$ 上升。如果绳子突然断了，问：重物将怎样运动？

答：绳子断后，重物受重力作用，以初速度 $\bar{v}$ 减速上升一段距离后，速度为零，再做自由落体运动。

【考点】抛体运动。

1.7 质点作匀速率圆周运动时速率不变，为什么还有加速度？这加速度起什么作用？

答：速度有大小与方向，加速度反映速度矢量的变化快慢。质点作匀速率圆周运动时，虽然速度大小不变，但速度方向时刻在改变，存在向心加速度，此时加速度的作用是反映速度方向的变化。

【考点】加速度的物理意义。

1.8 用具体例子说明以下各种情形都是可能的：

- (1) 物体的运动方向与加速度方向相反；
- (2) 加速度很大，但速度却很小，甚至为零；
- (3) 加速度不等于零，但速度大小保持不变；
- (4) 加速度大小保持不变，速度的方向却不断改变。

答：

- (1) 减速直线运动，如进站的列车。
- (2) 初速为零的加速运动，如发射火箭，火箭刚离地的时候，加速度很大，但速度却很小。
- (3) 匀速率圆周运动，加速度不为零，但速率不变。

(4) 匀速率圆周运动, 只存在法向加速度, 且大小不变, 但物体的运动速度方向却不断改变。

【考点】同思考题 1.7 的考点。

1.9 判断以下说法是否正确, 并举例说明之:

(1) 静止物体必定不受力作用, 而运动物体必定受到不为零的合力作用;

(2) 物体受力越大, 速度必定越大;

(3) 运动速率保持恒定的物体, 所受合力必为零。

答:

(1) 不正确。放在地面上的静止物体, 受重力和地面支持力的作用。作匀速直线运动的物体, 所受合力为零。

(2) 不正确。物体受力越大, 其加速度则越大, 但加速度大并不意味着速度也大。

(3) 不正确, 作匀速率圆周运动的物体速率不变, 但合外力不为零。

【考点】力与加速度、速度的关系。

1.10 人推车时车也推人, 为什么结果车向前行而人不向后退? 有人说: “人推动了车是因为人推车的力大于车推人的力”, 这种说法对不对?

答: 不对。

人推车与车推人的力是一对作用力与反作用力, 大小相等。人不后退的原因是人还受到地面对人向前的摩擦力作用。

【考点】作用力与反作用力。

1.11 在一根水平绳的两端用力将绳拉紧, 绳的每一端都受到 60N 的力, 绳的中间有一弹簧秤, 问: 弹簧秤的读数是多少?

答: 绳拉紧时, 绳中质元静止, 质元所受合外力为零, 绳中张力处处相等, 故弹簧秤的读数为 60N。

【考点】张力; 牛顿运动定律。

1.12 地面上放一质量为 12kg 的物体, 一小孩以 12N 的力向上提它, 此时物体受几个力的作用? 各是多大?

答: 因为提力小于重力, 所以物体仍在地面上静止, 物体共受三个力的作用, 分别为重力, 支持力, 拉力。重力为 117.6N, 支持力为 105.6N, 拉力为 12N。

【考点】物体静止时, 合外力为零。

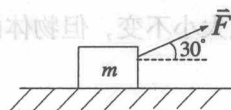
1.13 “物体所受摩擦力的方向必定与运动方向相反。”这句话对吗? 举例说明之。

答: 不对。

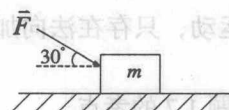
✓ 因为摩擦力只与物体相对接触面的运动方向或运动趋势方向相反, 并不一定和运动方向相反。例如置于传送带上的物体, 相对于传送带有向后运动趋势, 会受到一个与运动方向相同的摩擦力的作用。

【考点】摩擦力。

1.14 木箱质量为 10kg, 与水平地板间的静摩擦系数 $\mu_0=0.5$, 用一大小为 $F=60\text{N}$ 的力沿与水平向成 30° 角的方向作用于木箱, 木箱只能被拉动, 如图 1-2(a)所示; 而不能被推动, 如图 1-2(b)所示, 是什么道理?



(a)



(b)

图 1-2

答：因为两种情况下，摩擦力大小不同。

图 1-2(a)中，受力分析如图 1-3 所示。

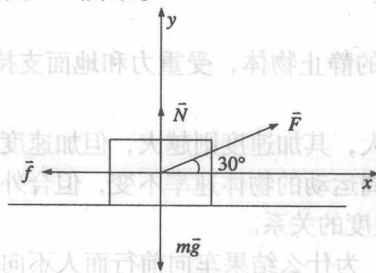


图 1-3

x 方向：

$$F \cos 30^\circ - f = ma$$

y 方向：

$$F \sin 30^\circ + N - mg = 0$$

且：

$$f = \mu_0 N$$

解方程组得：

$$a = \frac{F \cos 30^\circ - \mu_0 (mg - F \sin 30^\circ)}{m} = 1.8(\text{m/s}^2) > 0$$

故木箱能被拉动。

图 1-2(b)中，受力分析如图 1-4 所示。

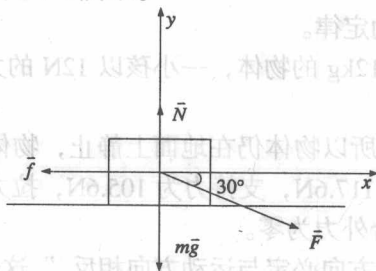


图 1-4

x 方向：

$$F \cos 30^\circ - f = ma$$

y 方向：

$$N - F \sin 30^\circ - mg = 0$$

且：

$$f = \mu_0 N$$

解方程组得：

$$a = \frac{F \cos 30^\circ - \mu_0 (mg + F \sin 30^\circ)}{m} = -1.2(\text{m/s}^2) < 0$$

故木箱不能被推动。

【考点】 受力分析；牛顿运动定律。

1.15 两辆完全相同的小车，一辆空载，一辆满载。从同一斜坡相同高度处无初速地向下滑行。有人说：“满车的下滑力大，所以满车先到达坡底。”另一人说：“满车惯性大，所以满车后到达坡底。”正确的答案是什么？试就无摩擦和有摩擦两种情形进行讨论。

答：正确答案是两车同时到达坡底，讨论如下：

①无摩擦时，受力分析如图 1-5 所示。沿斜面有 $mg \sin \theta = ma$ ，无论空载与满载，下滑加速度均为

$$a = g \sin \theta, \text{ 由 } s = \frac{1}{2}at^2, \text{ 且 } s \text{ 相同}$$

则 t 相同，即同时到达。

②有摩擦时，受力分析如图 1-6 所示，无论空载与满载，沿斜面有

$$mg \sin \theta - f = ma$$

垂直斜面方向有

$$mg \cos \theta - N = 0$$

且

$$f = \mu N$$

$\therefore$ 解得下滑加速度为 $a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$ 。

又 $\because$ 斜面长度 s 相同， $s = \frac{1}{2}at^2$ ， $\therefore t$ 相同，即同时到达。

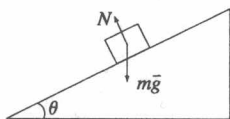


图 1-5

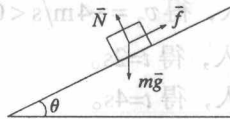


图 1-6

【考点】同思考题 1.14 的考点。

1.16 篮子里放 5kg 的物体，在下列两种情形下，求物体对篮底的压力：(1)人提篮球平行走；(2)篮子自空中自由下落。

答：

(1) 竖直方向上有 $mg - N = 0$ ，所以有

$$N = mg = 5 \times 9.8 = 49 \text{ (N)}$$

(2) 竖直方向上有 $mg - N = mg$ ，所以有

$$N = 0 \text{ (N)}$$

【考点】同思考题 1.14 的考点。

1.17 质量为 m 的小球栓在长为 l 的绳端，在竖直平面内作圆周运动。分析小球共受几个力？有人说：“小球受三个力：重力、绳的拉力和向心力 $\frac{mv^2}{l}$ 。”对不对？

答：不对，小球只受两个力，即重力和绳对球的拉力。向心力只是重力与拉力在径向上的合力。

【考点】同思考题 1.14 的考点。

1.18 车间里用天车运输重物时，若天车突然制动，系重物的钢缆绳有可能断裂，这是什么原因造成的？

答：突然制动时，重物将以此时的速率作圆周运动，有

所以 $T - mg = m \frac{v^2}{l}$
 $T = mg + m \frac{v^2}{l} > mg$

即绳所受的拉力将大于重物的重力, 钢绳有断裂的可能。

【考点】牛顿运动定律; 向心力。

三、习题及题解

1.1 一质点沿 x 轴运动, 运动方程为 $x = 8t - 2t^2$, x 的单位为 m , t 的单位为 s 。求质点 (1) 出发时 ($t=0$) 的位置和速度; (2) 在 $t=1s$ 和 $3s$ 时的速度大小和方向; (3) 速度为零的时刻和回到出发点的时刻。

解:

$$x = 8t - 2t^2, \quad v = \frac{dx}{dt} = 8 - 4t$$

(1) 将 $t=0$ 代入, 得 $x_0=0$, $v_0=8m/s$ 。

(2) 将 $t=1$ 代入, 得 $v_1=4m/s > 0$, $+x$ 方向。

将 $t=3$ 代入, 得 $v_3=-4m/s < 0$, $-x$ 方向。

(3) 将 $v=0$ 代入, 得 $t=2s$ 。

将 $x=0$ 代入, 得 $t=4s$ 。

【考点】已知位置矢量 $\vec{r}$, 可通过求导得速度矢量 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, 若只有 x 方向的一维运动, 则 $v = \frac{dx}{dt}$ 。

1.2 两辆车 A 和 B 在直线上行驶, 运动方程各为 $x_A = 4t + t^2$, $x_B = 2t^2 + t^3$ 。问: (1) 它们刚一离开出发点时, 哪辆车在前面? (2) 在哪一时刻两车在同一位置? (3) 在哪一时刻 B 相对于 A 的速度为零? (4) 在哪一时刻从 A 到 B 的距离既不是正在加大, 也不是正在减小?

解:

$$x_A = 4t + t^2, \quad v_A = \frac{dx_A}{dt} = 4 + 2t$$

$$x_B = 2t^2 + t^3, \quad v_B = \frac{dx_B}{dt} = 4t + 3t^2$$

(1) 因为 $t=0$ 时, $x_A = x_B$, $v_A > v_B$, 所以刚一离开出发点时, A 车在前面

(2) 令 $x_A = x_B$, 得 $4t + t^2 = 2t^2 + t^3$, $t=0$ 或

$$t^2 + t - 4 = 0, \quad t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{1 \pm 4.12}{2} \quad (\text{取 } t = 2.56s)$$

因此在 $t=0$ 和 $t=2.56s$ 时, 两车在同一位置。

(3) B 车相对于 A 车的速度为 $\vec{v}_{BA} = \vec{v}_{B地} + \vec{v}_{地A}$ 。

本题为一维运动, 考虑速度方向后, 将上式写为标量式, 得

$$v_{BA} = v_B - v_A$$