



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

材料力学(Ⅱ)

第5版

孙训方 方孝淑 关来泰 编
胡增强 郭力 江晓禹 修订



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

材料力学(II)

第5版

孙训方 方孝淑 关来泰 编

胡增强 郭力 江晓禹 修订



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

内容提要

本书为普通高等教育“十一五”国家级规划教材,在第四版(普通高等教育“十五”国家级规划教材)的基础上修订而成。本书第5版保留了原版概念确切、说理透彻、内容丰富的特点和相邻两版间的连续性,内容是按照教育部力学基础课程教学指导分委员会最新制订的“材料力学课程基本要求(A类)”修订的,共分I、II两册。《材料力学(I)》包含了材料力学的基本内容,可供50~60学时材料力学课程选用;《材料力学(II)》包含了材料力学较为深入的内容,补充较多学时材料力学课程教学要求的内容,以及为有潜力的学生留有深入学习的余地。

本书为《材料力学(II)》,共7章,内容包括:弯曲问题的进一步研究、考虑材料塑性的极限分析、能量法、压杆稳定问题的进一步研究、应变分析和电阻应变计法基础、动荷载和交变应力、材料力学性能的进一步研究。

本书适用于高等学校土建、水利类各专业,也可供其他专业及有关工程技术人员参考。

本书配有《材料力学学习指导》、《材料力学电子教案与习题解答》和《材料力学网上作业与查询系统》,可作为本书的参考资料配合使用。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学. II/孙训方,方孝淑,关来泰编.—5版.
北京:高等教育出版社,2009.7
ISBN 978-7-04-026474-6

I. 材… II. ①孙…②方…③关… III. 材料力学-高等学校-教材 IV. TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第068014号

策划编辑 黄毅 责任编辑 张玉海 封面设计 王睢 责任绘图 尹莉
版式设计 余杨 责任校对 张颖 责任印制 宋克学

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
总机 010-58581000

经销 蓝色畅想图书发行有限公司
印刷 高等教育出版社印刷厂

开本 787×960 1/16
印张 14
字数 260 000

购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landracom.com>
<http://www.landracom.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

版次 1982年1月第1版
2009年7月第5版
印次 2009年7月第1次印刷
定价 17.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 26474-00

第5版序言

本教材的第四版于2002年8月出版以来,得到广大高等工科院校力学教师的认同而被选用。第5版在保留原教材概念深入浅出,说理透彻,内容丰富、翔实的特色,以及保持教材连续性的基础上进行了修订,同时广泛征求了工科院校材料力学教师的意见。第5版的体系仍保持为相对独立的《材料力学(Ⅰ)》和《材料力学(Ⅱ)》,主要进行了以下几方面的工作:

1. 将《材料力学(Ⅰ)》第一章中的“材料力学与生产实践的关系”改写为“材料力学发展概述”,以便读者对材料力学的建立和发展有个大致的概貌。

2. 在《材料力学(Ⅰ)》第二章“轴向拉伸和压缩”中,编入了可靠性设计的概念,使学生对可靠性原理在结构设计中的应用,能有初步的基本了解。

3. 在《材料力学(Ⅰ)》第五章的“梁挠曲线的初参数方程”中引入了奇异函数,使初参数方程更具有普遍性,从而适用于梁在各种荷载作用下的位移计算。

4. 对于思考题,适当删减类似名词解释的题目,增加一些具有启发、思考性的题目,以深化对基本概念和基本理论的理解。

5. 对于例题和习题,适当减少简单套用公式的“基本题”,增设一些联系工程实际和较为深入的题目,以培养学生分析、解决问题和综合、创新的能力,并在例题中列出了解题步骤,以明确解题思路。对于较为深入(带星号)的习题,给出了“提示”,以期有助于读者分析、思考。

6. 第5版对文字叙述进行了全面修订,力求简练、确切、规范、严谨。

除了以上几方面外,本书第5版根据国家标准的更新,也进行了相应的修订。

参加第5版修订工作的有胡增强、郭力(东南大学)和江晓禹(西南交通大学),并由胡增强主持修订。大连理工大学郑芳怀教授对书稿进行了认真、细致的审阅,并提出了很多建设性的意见,为提高第5版教材的质量作出了贡献,特此致谢。此外,东南大学钱伯勤教授、西南交通大学葛玉梅教授、江苏科技大学景荣春教授及众多兄弟院校的同仁对第5版的修订工作均提供了不少宝贵的意见,谨此一并致谢。

希望采用本教材的广大教师和读者,对使用中发现问题,提出宝贵意见和建议,以利于今后再次修订,使之更臻完善。

修订者

2008年10月

第四版序言

本教材的第一版于1979年4月出版,第二版于1987年4月出版,第三版于1994年9月出版。第三版教材于1996年获国家教育委员会第三届全国普通高等学校优秀教材一等奖,并被台湾和香港地区的大学选用,由台湾科技图书股份有限公司出版繁体字版。随着科学技术的发展和教育的深入,为更好地适应当前的教学要求,编者在征集高校材料力学教师意见的基础上,于2000年7月开始对第三版进行修订。第四版在保留原版概念深入浅出、内容丰富的特色,以及相邻两版间的连续性的基础上,将原书的上、下册修订为相对独立的《材料力学(Ⅰ)》和《材料力学(Ⅱ)》。《材料力学(Ⅰ)》包含了材料力学的基本内容,以适应50~60学时材料力学课程的教学需要;《材料力学(Ⅱ)》包含了材料力学较为深入的内容,补充较多学时材料力学课程的教学要求的内容,以及为有潜力的学生留有深入学习的余地。第四版主要作了如下工作:

1. 拉压、扭转和弯曲的超静定问题集中成独立的一章,以使对超静定问题的解法有统一的认识。

2. 应力状态和强度理论合并成一章,既使篇幅较为紧凑,也明确了讨论问题的目的性以及两者的内在联系。

3. 组合变形与连接部分的计算合并成一章,除精简篇幅外,使这一章成为在基本变形后,求解工程实际问题的内容。

4. 考虑材料塑性的极限分析集中成章,除极限扭矩和极限弯矩外,增加了拉压杆系极限荷载的内容,并放入《材料力学(Ⅱ)》中,以使对材料的塑性和考虑材料塑性的极限分析有较为全面、完整的认识,且便于教学安排。

5. 应变分析和电阻应变计法基础合并成一章,删去了原来实验应力分析基础中的光弹性法和全息光弹性法的内容,以适应当前的教学实践。

第四版对教材的文字叙述、例题、思考题和习题设置进行了适当精简,着重课程的教学基本要求,有利于培养学生的能力,提高教材的适用面。第四版中的名词术语、量和单位的名称、符号及书写规则等,根据国家标准作了全面修订。

第四版修订的指导思想和修订大纲,由孙训方教授(西南交通大学)确定,具体的修订工作由胡增强教授(东南大学)执笔完成。北京航空航天大学单辉祖教授对书稿进行了审阅,并提出了很多宝贵意见,为提高第四版教材的质量作出了贡献,特此致谢。

希望采用本教材的广大教师和读者,对使用中发现问题,提出宝贵意见和建议,以利于今后再次修订,使之更臻完善。

修订者

二〇〇一年十月

第三版序言

这套教材的第一版于1979年4月出版,第二版于1987年4月出版。在第二版中主要删去了断裂力学基础一章,其余仅作了少量的修改和勘误。在本书十多年的使用过程中,国家教委制订了“材料力学课程教学基本要求”,国家颁布了新版的“钢结构设计规范”、“木结构设计规范”等。因此,本书的一些内容已不太适应目前的教学需要。在广泛征求工科院校材料力学教师意见的基础上,编者于1991年6月开始对第二版进行修订。为了维持原书的特色,并避免相邻两版间的突变,第三版主要作了如下工作:

1. 弯曲问题中有些属于进一步研究的内容,集中起来另立一章。这样便于教师根据教学要求选用,可以完全不讲,也可以选讲其中的部分节、段。为此,该章中各节均加上*号。

2. 剪切与连接件的计算独立成章,并安排在拉压、扭转、弯曲变形各章之后,以便讲授受扭和受弯构件连接部分的计算。

3. 在强度理论一章中,编入了我国学者首创的双剪应力强度理论。由于该理论目前正在进一步发展,并尚未纳入有关规范,因而,本书主要介绍该理论的基本原理及依据,并给出相应的强度判据。对其适用范围则未详加讨论。

4. 压杆稳定分成两章。前一章属于基本要求的内容,原书中的压杆稳定系数表及有关曲线,以新版的钢结构和木结构设计规范中的稳定系数表和计算公式代替。当然,在引用有关设计规范时,以有代表性的材料(如Q235钢^①)为限,主要给初学者一个概念。后一章是压杆稳定问题的进一步研究,以及其他弹性稳定问题的简介。这些内容对于理解弹性失稳的物理实质及拓宽知识面是很有好处的,供教师和学生选用。因而,该章的各节均加上*号。

5. 在能量方法一章中,把重点放在应变能概念和卡氏定理及其应用上,而把虚功原理及单位力法放在后面,并加上*号。这主要是考虑与后续的结构力学课程相衔接。对于无结构力学课程的专业,可仍以虚功原理和单位力法为主。

6. 有关动荷载的内容从基本变形的各章中集中起来,并与交变应力合并编为一章,主要是有利于教学安排。对于疲劳破坏与疲劳强度的内容作了较大的改动,并以新版钢结构设计规范中的构件疲劳折减系数表,代替了原来的疲劳折减系数曲线和公式,以加强与钢结构中疲劳计算方法间的联系。

^① Q235 钢是国家标准 GB 700—1988 的钢牌号,相当于旧标准钢牌号的 A3 钢。

7. 实验应力分析与理论分析计算相辅相成,在材料力学课程中均安排了一定的实验课。为了使学生对实验应力分析有较系统的认识,仍保留了实验应力分析基础一章,且对电阻应变计法的原理及应用这一节作了较大的改动,以供学生在实验课中参考,并对全章加上*号。

8. 在材料力学性能的进一步研究一章的低应力脆断·断裂韧度一节中,简单介绍了线弹性断裂力学的一些基本概念,以充实该节的内容。

除了以上几方面的更动外,在第三版中,各章还编写了思考题,适当增加了一些例题和习题。这是为帮助学生理解基本概念和因材施教创造条件。本书第三版采用高等教育出版社根据国家标准的规定和惯用情况整理的名词符号表。

参加第三版修订工作的有孙训方(西南交通大学)、胡增强(东南大学)、金心全(西南交通大学),并由孙训方主持修订。哈尔滨建筑工程学院的干光瑜教授对书稿进行了审阅,并提出了很多宝贵的意见,对提高第三版的质量作出了贡献,特此致谢。希望采用本教材的广大教师和读者,对使用中发现的问题,提出宝贵意见和建议,以利于今后再次修订,使之更臻完善。

编 者

一九九三年八月

第二版序言

这本教材问世以来,经很多学校采用为教科书,出版社曾要求此书的编者,根据当前的教育改革形势,对该书进行一次全面的修订。但修订本要在一两年后才能付印,而原书的纸型已不能再用。为了满足各校对此书的需要,出版社只好将原书重新排版印刷。

根据近年来使用这本教材的师生们反映,原书第十四章,线弹性断裂力学基础,不可能在现行教学计划所规定的学时数内讲授,而作为选修课程的断裂力学基础,近年来已有很多教本可供选用。因此,利用这次重新排版的机会,将原书第十四章及与之有关的附录6“常用应力强度因子表”,一并删去。同时,将低应力脆断·断裂韧度作为材料的力学性能,以§13-10的形式写进第十三章中。此外,还对原书特别是下册中的部分内容作了一些更动;对原书中排版的不当处也尽量作了更正。

希望采用这本教材的广大教师和读者在使用此重排本后能继续给我们提出宝贵意见,在本书修订时加以改进。

编 者

一九八六年七月

第一版序言

本书是根据一九七七年十一月教育部委托召开的高等学校工科基础课力学教材会议上讨论的土建类专业多学时类型的《材料力学》教材编写大纲编写的。同时,在内容上也适当地照顾到其他专业的需要,因此,只需将引例和例题略加增删或改动,并对个别专题的内容加以补充,本书也可用作其他专业多学时类型《材料力学》课程的试用教材。

在本书的基本部分中,较多地引用了一九六四——一九六五年孙训方、方孝淑、陆耀洪编写的《材料力学》一书的有关内容,但按上述编写大纲的要求和一些兄弟院校材料力学教师的意见,作了必要的增删和修改。例如删去了动荷载一章,而将其主要内容作为例题安排在第二、三、五等章中,这样既可使读者从基本变形形式开始就接触到动荷载问题,又能及时将基本变形形式中的能量概念用于计算,以加深对能量方法的理解。此外,在对问题的分析方面还作了必要的充实,并增加了较多的例题。在各章后附上了习题,习题答案在附录中给出。这样的安排都是为使本书更便于自学。

本书除了对基本变形形式下的内力分析、应力计算公式的推导及其适用的条件性,以及位移计算中的边界条件等特别给予重视外,还对稳定性的概念、临界力公式的推导、能量原理的基本概念和方法等都予以加强。对于单元体和应力状态、变形能、叠加原理等概念和方法则分散在有关各章中逐步引出概念,并通过例题、习题加以应用,以收到反复巩固的功效。编者希望通过这样的处理,使材料力学中的主要内容能使读者切实学到手。断裂力学作为常规强度计算的补充,近年来有了很大的发展。本书用专章着重介绍了线弹性断裂力学的一些基本原理和简单的应用,这些都是断裂力学的重要基础。至于对线弹性断裂力学的进一步研究以及弹塑性断裂力学的内容,就只能由专门的课程来介绍了。

本书对于一些次要内容的处理办法是:在属于次要内容的章节前加上*号或将其安排在例题中,这样做可便于教师的取舍。由于材料力学内容较为丰富,专业要求又不尽相同,建议教师在使用本书时,根据专业的特点选用有关的章节进行教学。对于有些专业,限于学时的安排,也可以把主要精力放在基本部分上,而将专题部分作为选修的内容。

本书的字符和下标尽量保持与我国现行的有关手册和规范中所采用者一致。至于各种量的单位则主要以国际制单位为准,在少数插图中由于原始资料不便改动,仍保留了原有的公制单位。本书还附有一些主要常用量的公制单位

与国际制单位的换算表,以便查用。

在本书编写过程中,西南交通大学、大连工学院和南京工学院三校的领导同志给予了大力支持。担任本教材主审的武汉水利电力学院粟一凡同志以及参加审稿会的武汉水利电力学院、成都科学技术大学、哈尔滨工业大学、华东水利学院、西安冶金建筑学院、江西工学院、重庆建筑工程学院、天津大学、同济大学、北京工业大学、太原工学院、清华大学、北京建筑工程学院和西南交通大学、大连工学院、南京工学院等院校的代表对本书的初稿提供了宝贵的意见。西南交通大学材料力学教研室奚绍中同志等对本书初稿特别是其中的例题及习题进行了校阅和修改,并提出了不少建设性的建议。三院校材料力学教研室的同志对本书的插图和例题、习题解答等方面都做了大量工作。这些对本书的定稿都起了很大的作用,这里一并致谢。

限于编者的水平,本书一定存在不少缺点和不妥之处,希望广大教师和读者在使用本书后给我们提出宝贵的意见,以便今后改进。

编 者

一九七九年二月

材料力学(Ⅱ)目录

第一章 弯曲问题的进一步研究	1
§ 1-1 非对称纯弯曲梁的正应力	1
§ 1-2 两种材料的组合梁	10
§ 1-3 开口薄壁截面梁的切应力·弯曲中心	14
§ 1-4 开口薄壁截面梁约束扭转的概念	19
§ 1-5 平面大曲率杆纯弯曲时的正应力	21
思考题	25
习题	26
第二章 考虑材料塑性的极限分析	29
§ 2-1 塑性变形·塑性极限分析的假设	29
§ 2-2 拉、压杆系的极限荷载	31
§ 2-3 等直圆杆扭转时的极限扭矩	35
§ 2-4 梁的极限弯矩·塑性铰	38
思考题	47
习题	47
第三章 能量法	52
§ 3-1 概述	52
§ 3-2 应变能·余能	52
§ 3-3 卡氏定理	61
§ 3-4 用能量法解超静定系统	71
* § 3-5 虚位移原理及单位力法	78
思考题	90
习题	92
* 第四章 压杆稳定问题的进一步研究	100
§ 4-1 几种细长中心受压直杆临界力的欧拉公式	100
§ 4-2 大柔度杆在小偏心距下的偏心压缩计算	108
§ 4-3 纵横弯曲	110
§ 4-4 其他弹性稳定问题简介	115
思考题	119
习题	120
第五章 应变分析·电阻应变计法基础	124
§ 5-1 概述	124

§ 5-2 平面应力状态下的应变分析	125
§ 5-3 电阻应变计法的基本原理	130
§ 5-4 应变的测量与应力的计算	134
思考题	139
习题	140
第六章 动荷载·交变应力	143
§ 6-1 概述	143
§ 6-2 构件作等加速直线运动或等速转动时的动应力计算	143
§ 6-3 构件受冲击荷载作用时的动应力计算	149
§ 6-4 交变应力下材料的疲劳破坏·疲劳极限	157
§ 6-5 钢结构构件及其连接的疲劳计算	162
思考题	170
习题	171
第七章 材料力学性能的进一步研究	177
§ 7-1 概述	177
§ 7-2 应变速率及应力速率对材料力学性能的影响	177
§ 7-3 温度对材料力学性能的影响	178
§ 7-4 温度与时间对材料力学性能的影响·蠕变与松弛	180
§ 7-5 冲击荷载下材料的力学性能·冲击韧性	182
§ 7-6 低应力脆断·断裂韧性	185
思考题	192
习题	192
主要参考书	194
习题答案	195
索引	201
Synopsis	204
Contents	205
作者简介	208

第一章 弯曲问题的进一步研究

§ 1-1 非对称纯弯曲梁的正应力

在《材料力学(I)》中推导了对称弯曲下纯弯曲梁横截面上正应力的计算公式,并把该式推广到横力弯曲的情况。当梁不具有纵向对称平面,或者梁虽具有纵向对称平面,但外力不作用在该平面内时,梁将发生非对称弯曲。这时,对称弯曲的正应力公式将不再适用,下面推导非对称弯曲梁的正应力公式。

I. 非对称纯弯曲梁正应力的普遍公式

为考察非对称纯弯曲的一般情况,设三角形截面的等直梁发生纯弯曲。若梁的任一横截面上只有弯矩 M (其值等于外力偶矩 M_e),如图 1-1a 所示。取 x 轴为梁的轴线, y 、 z 轴为横截面上任意一对相互垂直的形心轴,弯矩 M 及其在 y 、 z 轴上的分量 M_y 和 M_z 均用矢量表示^①。

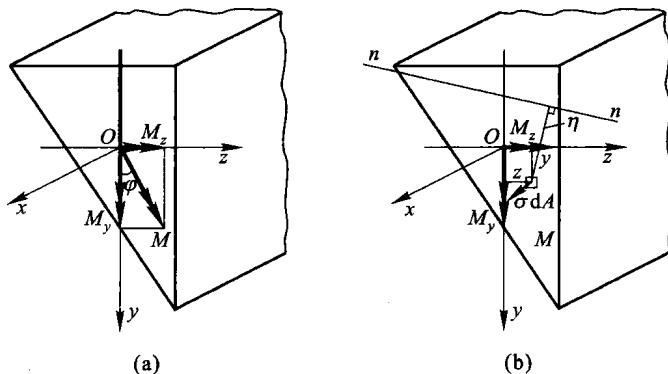


图 1-1

实验表明,对于非对称纯弯曲梁,平面假设依然成立,且横截面上各点均处于单轴应力状态。设横截面的中性轴为 $n-n$ (其位置尚未确定),则仿照对称纯

^① 国家标准《量和单位》GB 3100 ~ 3102—93 中,用黑体字的符号表示矢量,但在材料力学中一般不用矢量(黑体)表示。

弯曲梁正应力的推导,当材料处于线弹性范围内,且材料的拉伸和压缩弹性模量相同时,则距中性轴 $n-n$ 为 η (图 1-1b) 的任一点处的正应力为

$$\sigma = E \frac{\eta}{\rho} \quad (\text{a})$$

式中, E 为材料的弹性模量; ρ 为梁变形后中性层的曲率半径。

式(a)表明,非对称纯弯曲梁横截面上任一点处的正应力与该点到中性轴的距离成正比,而横截面上的法向内力元素 σdA 构成一空间平行力系,因此只可能组成三个内力分量。由静力学关系,可得

$$\int_A \sigma dA = F_N = 0 \quad (\text{b})$$

$$\int_A z \sigma dA = M_y \quad (\text{c})$$

$$\int_A y \sigma dA = -M_z \quad (\text{d})$$

将式(a)代入式(b),得

$$F_N = \frac{E}{\rho} \int_A \eta dA = 0$$

显然,上式中的 E/ρ 值不可能等于零,因而必有

$$\int_A \eta dA = 0$$

由上式可见,在非对称纯弯曲时,中性轴 $n-n$ 仍然通过横截面的形心,如图 1-2 所示。若中性轴 $n-n$ 与 y 轴间的夹角为 θ ,则

$$\eta = y \sin \theta - z \cos \theta$$

将上述关系式代入式(a),得

$$\sigma = \frac{E}{\rho} (y \sin \theta - z \cos \theta) \quad (\text{e})$$

将式(e)代入(c)、(d)两式,并根据有关截面几何参数的定义,可得

$$\frac{E}{\rho} (I_{yz} \sin \theta - I_y \cos \theta) = M_y$$

$$\frac{E}{\rho} (I_z \sin \theta - I_{yz} \cos \theta) = -M_z$$

联解以上两式,得

$$\frac{E}{\rho} \cos \theta = - \frac{M_y I_z + M_z I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \quad (\text{f})$$

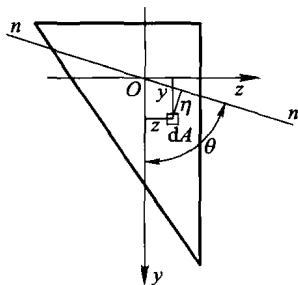


图 1-2

$$\frac{E}{\rho} \sin \theta = - \frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{I_y I_z - I_{yz}^2} \quad (g)$$

然后,将式(f)、(g)代入式(e),经整理后,即得非对称纯弯曲梁横截面上任一点处正应力的普遍表达式为

$$\sigma = \frac{M_y(zI_z - yI_{yz}) - M_z(yI_y - zI_{yz})}{I_y I_z - I_{yz}^2} \quad (1-1)$$

式(1-1)称为广义弯曲正应力公式。式中, M_y 和 M_z 分别为弯矩矢量 M 在 y 轴和 z 轴上的分量; I_y 、 I_z 和 I_{yz} 依次为横截面对 y 轴和 z 轴的惯性矩及对 y 、 z 轴的惯性积; y 和 z 代表横截面上任一点的坐标。

由式(f)和(g)即可解出中性轴与 y 轴间的夹角 θ 为

$$\tan \theta = \frac{M_z I_y + M_y I_{yz}}{M_y I_z + M_z I_{yz}} \quad (1-2)$$

显然,上式也可由式(1-1)令 $\sigma=0$ 求得,读者可自行验算。

横截面上的最大拉应力和最大压应力将分别发生在距中性轴最远的点处。对于具有棱角的横截面,其最大拉、压应力必发生在距中性轴最远的截面棱角处,如图1-3a中的 D_1 和 D_2 点处。对于周边为光滑曲线的横截面(图1-3b),可平行于中性轴作两直线分别与横截面周边相切于 D_1 和 D_2 点,该两点即为横截面上的最大拉、压应力点。将其坐标(y, z)分别代入广义弯曲正应力公式(1-1),即可得横截面上的最大拉应力和最大压应力。

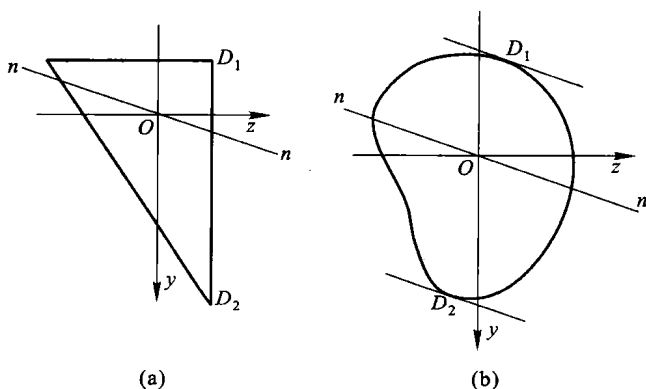


图 1-3

由于梁危险截面上的最大拉应力 $\sigma_{t, \max}$ 和最大压应力 $\sigma_{c, \max}$ 点均处于单轴应力状态,于是根据最大拉、压应力分别不得超过材料许用拉、压应力的强度条件,

即可进行非对称纯弯曲梁的强度计算。

与对称弯曲相仿,在工程实际中,对于跨长与截面高度之比较大的细长梁,广义弯曲正应力公式(1-1)也同样适用于计算非对称横力弯曲梁横截面上的正应力。

II. 广义弯曲正应力公式的讨论

广义弯曲正应力公式(1-1),对于梁不论是否具有纵向对称平面,或外力是否作用在纵向对称平面内,都是适用的。即广义弯曲正应力公式包含了对称弯曲情况下的正应力计算公式。现分别讨论如下:

1. 梁具有纵向对称平面,且外力作用在该对称平面内

将 $M_y=0$ 、 $M_z=M$ 、 $I_{yz}=0$ 代入广义弯曲正应力公式(1-1),即得

$$\sigma = -\frac{M}{I_z}y$$

上式即为对称弯曲情况下梁横截面上任一点处的正应力公式。式中的负号是因图 1-1b 中的 $M_z=M$ 为负弯矩。

在对称弯曲的讨论中已知,梁的挠曲线必定是外力作用平面内的一条平面曲线,这一类弯曲也称为平面弯曲。

2. 梁不具有纵向对称平面,但外力作用在(或平行于)由梁的轴线与形心主惯性轴组成的形心主惯性平面内

如图 1-4 所示的 Z 字形截面梁,图中 y 、 z 轴为横截面的形心主惯性轴,弯矩 $M=M_z$ 位于形心主惯性平面(xy 平面)内。将 $M_y=0$ 、 $M_z=M$ 、 $I_{yz}=0$ 代入广义弯曲正应力公式(1-1),同样可得

$$\sigma = -\frac{M}{I_z}y$$

上式表明,只要外力作用在(或平行于)梁的形心主惯性平面内,对称弯曲时的正应力公式仍然适用。而由式(1-2)可得

$$\tan \theta = \infty, \quad \theta = 90^\circ$$

说明中性轴垂直于弯矩(即外力)所在平面,即梁弯曲变形后的挠曲线也将是外力作用平面内的平面曲线,属于平面弯曲的范畴。

3. 梁具有纵向对称平面,但外力的作用平面与纵向对称平面间有一夹角

如图 1-5 所示的矩形截面梁,弯矩 M 的矢量与 y 轴间的夹角为 φ ,将 $M_y = M \cos \varphi$ 、 $M_z = M \sin \varphi$ 、 $I_{yz}=0$ 代入广义弯曲正应力式(1-1),可得

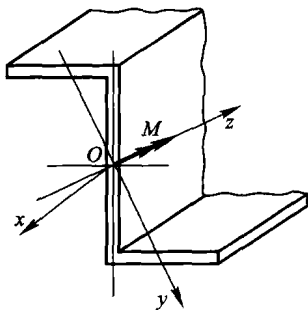


图 1-4