

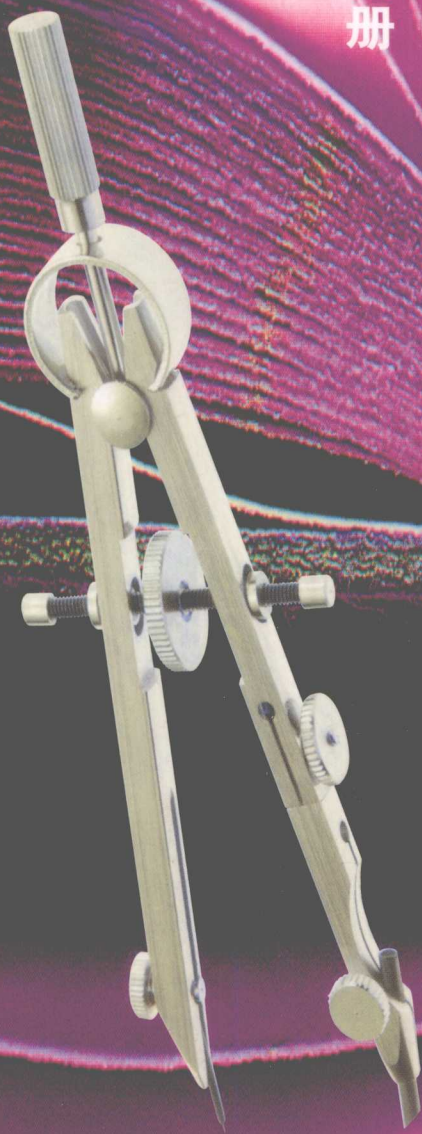
配合教育部 高职高专规划教材
五年制高等职业教育适用

应用数学基础 学习辅导

中册

主编
邓俊谦

华东师范大学出版社



YINGYONG
Shuxue
JICHUXUEXIFUDAO

029

配合教育部高职高专规划教材
五年制高等职业教育适用

应用数学基础

学 习 辅 导 (中册)

邓俊谦 主编

华 东 师 范 大 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础学习辅导. 中册 / 邓俊谦主编. —上海:
华东师范大学出版社, 2002. 7

ISBN 7-5617-2997-9

I. 应... II. 邓... III. 应用数学-高等学校: 技术
学校-教学参考资料 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 046260 号

应用数学基础

学习辅导(中册)

主 编 邓俊谦
策划组稿 大学教材策划部
版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社
市场部 电话 021-62865537
传真 021-62860410

http: //www.ecnupress.com.cn

社 址 上海市中山北路 3663 号
邮编 200062

印 刷 者 上海新文印刷厂
开 本 787 × 1092 16 开
印 张 11
字 数 236 千字
版 次 2002 年 7 月第一版
印 次 2003 年 4 月第二次
印 数 5101-10200
书 号 ISBN 7-5617-2997-9/O · 124
定 价 14.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

前言

本《学习辅导》是与教育部五年制高等职业教育规划教材《应用数学基础》(华东师范大学出版社出版)配套用书,分上、中、下三册.

本书每章中各节的内容包括:学习要求、典型例题、练习题.每章的后面都有“本章知识结构与学法指导”及“自测题”,自测题附有答案.另外,给出了教材中部分习题、复习题的答案.练习题、自测题都分 A、B 两组,A 组题按教学的基本要求选编,因而是面对全体同学的,B 组题为学有余力的同学而提供,以进一步提高其分析、解决问题的能力.

本书的编写工作由黄家玲负责组织.

中册主编:邓俊谦;各章编写人员:李超任(第十章)、毛珍玲(第十一章)、何永富(第十二章)、李有慧(第十三章)、邓俊谦(第十四章)、李静(第十五章)、胡顺田(第十六章);规划、统稿工作由邓俊谦完成.

由于编者水平所限,本书中难免有缺点、错误,真诚欢迎使用本书的教师、学生批评、指正,提出改进意见.

《应用数学基础》教材编写组

2002 年 2 月

第十章 数 列

§ 10-1 数列	(1)
§ 10-2 等差数列	(4)
§ 10-3 等比数列	(7)
§ 10-4 数列的极限	(10)
本章知识结构与学法指导	(14)
自 测 题	(16)
教材中本章部分习题、复习题答案	(19)

第十一章 函数的极限

§ 11-1 初等函数	(21)
§ 11-2 函数的极限	(24)
§ 11-3 无穷小与无穷大	(27)
§ 11-4 两个重要极限	(30)
§ 11-5 初等函数的连续性	(32)
§ 11-6 二分法	(36)
本章知识结构与学法指导	(38)
自 测 题	(40)
教材中本章部分习题、复习题答案	(43)

第十二章 导数与微分

§ 12-1 导数的概念	(46)
§ 12-2 函数的和、差、积、商的求导法则	(48)
§ 12-3 复合函数的求导法则	(50)
§ 12-4 隐函数的求导法则	(52)
§ 12-5 二阶导数	(55)
§ 12-6 由参数方程表示的函数的导数	(57)
§ 12-7 微分	(58)
§ 12-8 曲率	(61)
§ 12-9 用切线法求方程的近似根	(62)
本章知识结构与学法指导	(64)
自 测 题	(65)
教材中本章部分习题、复习题答案	(67)

目

录





第十三章 导数的应用

§ 13-1	拉格朗日中值定理	(72)
§ 13-2	函数单调性的判别法	(74)
§ 13-3	函数的极值和最值	(75)
§ 13-4	曲线的凹凸性、拐点及渐近线	(77)
§ 13-5	函数图象的描绘	(79)
§ 13-6	最值问题应用举例	(82)
本章知识结构与学法指导		(85)
自 测 题		(86)
教材中本章部分习题、复习题答案		(88)

第十四章 积 分

§ 14-1	定积分的概念	(92)
§ 14-2	牛顿-莱布尼兹公式	(95)
§ 14-3	基本积分公式和运算性质	(97)
§ 14-4	换元积分法	(100)
§ 14-5	分部积分法	(103)
§ 14-6	数值积分法	(105)
§ 14-7	无限区间上的广义积分	(107)
本章知识结构与学法指导		(109)
自 测 题		(111)
教材中本章部分习题、复习题答案		(115)

第十五章 积分的应用

§ 15-1	微分方程初步	(119)
§ 15-2	定积分在几何上的应用	(124)
§ 15-3	定积分在物理上的应用	(128)
本章知识结构与学法指导		(131)
自 测 题		(133)
教材中本章部分习题、复习题答案		(136)

第十六章 排列组合与概率初步

§ 16-1	加法原理和乘法原理	(138)
--------	-----------------	-------



§ 16-2 排列	(139)
§ 16-3 组合	(142)
§ 16-4 二项式定理	(145)
§ 16-5 随机事件的概率	(147)
§ 16-6 事件间的关系	(151)
§ 16-7 概率的加法公式	(153)
§ 16-8 乘法公式、伯努利概型	(155)
本章知识结构与学法指导	(159)
自 测 题	(160)
教材中本章部分习题、复习题答案	(163)



数学是科学的语言，数学是思维的体操。这是过去的认识，现在应该加上另外两句：数学是生活的需要，数学是最后取胜的法宝。

——姜伯驹

第十章 数 列

§ 10-1 数 列

学 习 要 求

知 识 点	认 知 要 求	能 力 要 求
数列的概念	理解数列的定义、数列的项的概念	1. 能举出几个数列的例子 2. 会表示数列 3. 会作数列的图象
通项公式	1. 理解通项公式的概念 2. 知道一个数列的通项公式(如果存在的话)不是唯一的	1. 能根据给出的数列写出通项公式 2. 能根据通项公式写出数列的某一项或某几项
递推公式	理解数列的递推公式,并理解“递推”的意义	能利用递推公式解决求数列的项的问题
数列的分类	1. 了解数列的分类 2. 理解递增(递减)数列和有界数列的概念	会判断一个数列的类型,能举出几个指定类型的数列

典 型 例 题

例 1 写出下面数列的一个通项公式:

(1) $-1, \frac{8}{5}, -\frac{15}{7}, \frac{24}{9}, \dots;$

(2) $2, \frac{3}{2}, 1, \frac{5}{8}, \dots$.

解: (1) 观察可知, 分子数列为 $\{n(n+2)\}$, 分母数列为 $\{2n+1\}$, 其符号是负号、正号交替出现. 因此, 这个数列的一个通项公式是

$$a_n = (-1)^n \frac{n^2 + 2n}{2n+1}.$$

(2) 原数列等价于 $\frac{4}{2}, \frac{6}{4}, \frac{8}{8}, \frac{10}{16}, \dots$, 由观察可知分子数列为 $\{2(n+1)\}$, 分母数列为 $\{2^n\}$. 因此, 这个数列的一个通项公式是

$$a_n = \frac{n+1}{2^{n-1}}.$$

说明: 写出一个数列的通项公式, 关键是要从观察和思考中找出某些规律, 主要是符号变化规律、次数变化规律、分子、分母与项数的变化规律等. 有时, 可以先将数列作某些等价变形, 再进行分析.

例 2 已知数列的通项公式 $a_n = \sin \frac{n\pi}{2} + \cos \frac{n\pi}{2}$, 写出数列的前 5 项.

解: 由通项公式可得

$$a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = -1, a_4 = 1, a_5 = 1.$$

数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项为 1, -1, -1, 1, 1.

例 3 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_n = a_{n-1} + 2(n-1)$. 求它的通项 a_n .

解: 由题意

$$\begin{aligned} a_n &= 2(n-1) + a_{n-1} \\ &= 2(n-1) + 2(n-2) + a_{n-2} \\ &\quad \dots \\ &= 2[(n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1] + a_1, \end{aligned}$$

又因为 $a_1 = 2$, 所以

$$\begin{aligned} a_n &= 2[(n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1] + 2 \\ &= 2 \times \frac{1}{2}(n-1)n + 2 \\ &= n^2 - n + 2. \end{aligned}$$

说明: 已知递推公式, 要写出通项公式, 有时可以利用其变化规律, 直接地、逐步地推出. 有时则需要利用较多的方法和技巧.

例 4 指出下列各数列的类型(递增数列、递减数列、摆动数列、有界或无界).

(1) $\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \frac{1}{3 \times 4}, \dots$;

(2) 1, -4, 9, -16, ...;

(3) $3, 6, 12, 24, \dots$;

(4) $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots$;

(5) $a_n = \frac{1 + (-1)^n}{2}$.

解: (1) 数列是递减的, 且有界.

(2) 数列是摆动数列, 且无界.

(3) 数列是递增数列, 且无界.

(4) 数列是递增数列, 且有界.

(5) 数列是摆动数列, 且有界.

练习 题

A 组

1. 已知数列的通项公式 $a_n = \begin{cases} \frac{1}{n}, & \text{当 } n \text{ 为奇数,} \\ 1 + 2^{-n}, & \text{当 } n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 写出数列 $\{a_n\}$ 的前 6 项.

2. 写出下面数列的一个通项公式, 并判断其类型:

(1) $9, 99, 999, 9\,999, \dots$;

(2) $1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots$;

(3) $2, \frac{5}{4}, \frac{8}{9}, \frac{11}{16}, \dots$.

3. 选择题:

(1) 数列 $3, 7, 13, 21, 31, \dots$ 的通项公式是().

A. $4n - 1$

B. $n^3 - n^2 + n + 2$

C. $n^2 + n + 1$

D. $n(n-1)(n+1)$

(2) 数列 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$ 中第 10 项是().

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{11}$

D. $\frac{1}{12}$

(3) 数列 $\left\{\frac{1}{2n}\right\}$ 是().

A. 递增无界数列

B. 递减有界数列

C. 摆动无界数列

D. 摆动有界数列

B 组

1. 写出数列 $0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, \dots$ 的一个通项公式, 并求 a_{100} 的值.

2. 证明数列 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$ 是递增数列, 并指出 0.98 是数列的第几项.

3. 顺次计算 $(1 - \frac{1}{4})$, $(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9})$, $(1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9})(1 - \frac{1}{16})$, ... 由此猜测 $a_n = (1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9})(1 - \frac{1}{16}) \cdots [1 - \frac{1}{(n+1)^2}]$ 的结果.

§ 10-2 等差数列

学习要求

知 识 点	认 知 要 求	能 力 要 求
等差数列的定义	1. 理解等差数列的概念 2. 了解公差对等差数列的影响	1. 会求等差数列的公差 2. 能写出几个等差数列
等差数列的通项公式	掌握等差数列的通项公式, 并理解公式的推导过程	1. 会求通项公式 2. 能应用通项公式解决有关的量的计算
等差中项	1. 掌握等差数列的中项公式 2. 理解任意两个实数均存在等差中项	会求两个数的等差中项
等差数列的前 n 项和公式	1. 理解等差数列的前 n 项和 2. 掌握等差数列的前 n 项和公式的两种不同形式 3. 了解数列前 n 项和公式 S_n 与通项 a_n 之间的关系 4. 了解等差数列的应用	1. 会推导前 n 项和公式 2. 能运用前 n 项和公式解决有关量的计算 3. 会运用关系: $S_1 = a_1$, $S_n - S_{n-1} = a_n (n \geq 2)$

典型例题

例 1 下面的数列中是等差数列的是().

A. $\{10n - 2\}$

B. $\{\frac{1}{10n}\}$

C. $\{2^n\}$

D. $\{\frac{1}{n+2}\}$

解: 由等差数列的定义, 可知数列 $\{10n - 2\}$ 是等差数列, 其公差 $d = 10$. 因此选 A.

说明: 判断给定的数列是否为等差数列, 主要是根据定义. 即检验 $a_n - a_{n-1} (n \geq 2)$ 是否等于一个确定的常数.

例 2 已知 $2^a = 3$, $2^b = 6$, $2^c = 12$, 则 a 、 b 、 c 是否成等差数列?

解: 先将所给的式子化为对数式

$$a = \log_2 3, b = \log_2 6, c = \log_2 12.$$

因为

$$a + c = \log_2 3 + \log_2 12 = \log_2 36 = 2\log_2 6 = 2b.$$

即有

$$a + c = 2b.$$

所以 a, b, c 三数成等差数列.

说明: 对于三个数 a, b, c 是否成等差数列, 一般可以验证是否满足 $2b = a + c$, 若满足, 则可断言这三个数成等差数列.

例 3 成等差数列的三数之和为 15, 且前两数之和的 7 倍是第三个数的 8 倍. 求这三个数.

解: 设这三个数分别为 $x-d, x, x+d$. 依题意有
$$\begin{cases} (x-d) + x + (x+d) = 15, \\ 7(x-d+x) = 8(x+d). \end{cases}$$

解得

$$x = 5, d = 2.$$

所以, 所求三个数为 3, 5, 7.

说明: (1) 在解题时, 若有某三个数成等差数列, 宜设这三个数为 $x-d, x, x+d$, d 为公差. 如果已知三个数之和, 则更应如此.

(2) 因为求得公差 $d = 2 > 0$, 说明这个数列是递增的, 所以三个数应写为 3, 5, 7.

例 4 一个等差数列的首项是 10, 第 n 项是 86, 前 n 项和为 960, 求公差 d 和项数 n .

解: 依题意有如下方程组

$$\begin{cases} 10 + (n-1)d = 86, \\ 10n + \frac{n(n-1)}{2}d = 960. \end{cases}$$

整理得到

$$\begin{cases} (n-1)d = 76, & \text{①} \\ 10n + \frac{1}{2}n(n-1)d = 960. & \text{②} \end{cases}$$

将①代入②, 得

$$10n + \frac{76}{2}n = 960,$$

解得

$$n = 20.$$

代入①得 $d = 4$.

故所求公差 $d = 4$, 项数 $n = 20$.

说明: (1) 利用通项公式 a_n 、前 n 项和 S_n 联立求解等差数列中的某些量是常用的方法.

(2) 在通项公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 中有四个元素 a_1, a_n, n 和 d ; 在前 n 项和公式 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 及 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ 中也分别有四个元素 S_n, a_1, a_n, n 或 S_n, n, a_1, d . 若已知其中三个便可求得另外一个. 简称“知三求一”.

如果将通项公式 a_n 和前 n 项和公式 S_n 联立, 则共有五个元素. 若已知五个元素中的任意三个, 可求得其余两个. 称之为“知三求二”. 上例就是典型的“知三求二”问题.

例 5 夏季某高山的气温从山脚起每升高 100 米降低 0.6°C . 现测得山顶的气温是

17.2 °C, 山脚的气温是 28 °C, 求此山的相对高度.

解: 由题意“每升高 100 米气温下降 0.6 °C”可知每个百米高度处的气温组成了一个等差数列. 其首项为 $a_1 = 28$, 末项为 $a_n = 17.2$, 公差为 $d = -0.6$. 为了求出从 28 到 17.2 下降了多少个 0.6, 只要求出项数 n 即可. 将已知数据代入公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$ 中, 得

$$17.2 = 28 - (n-1) \times 0.6,$$

解得

$$n = 19.$$

显然根据对应关系(其中 a_n 为温度值, h_n 为山的相对高度)

$$\begin{array}{ccccccc} a_1, & a_2, & a_3, & \dots, & a_{19}. \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ h_1 = 0 & h_2 = 100 & h_3 = 200 & & h_{19} = ? \end{array}$$

容易看出山的相对高度也构成一等差数列 $\{h_n\}$, $h_1 = 0$, $d = 100$, $n = 19$.

所以 $h_{19} = h_1 + (19-1) \times 100 = 1800$ (米).

答: 山的相对高度为 1800 米.

说明: 等差数列具有广泛的应用, 但如何才能将其应用于实际问题中呢? 关键问题是将应用问题转化成与之相关的数学模型. 如果从数学模型的观点看问题, 数列中通项公式 a_n 、前 n 项和公式 S_n 都是模型.

练 习 题

A 组

1. 选择题:

(1) 已知 $a_n = 3n - 2$, 则以下结果完全正确的一组是().

A. $a_1 = 1, d = 3, S_n = \frac{3}{2}n^2$

B. $a_1 = 1, d = 2, S_n = \frac{3}{2}n^2 - n$

C. $a_1 = 1, d = 3, S_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{n}{2}$

D. $a_1 = 1, d = 2, S_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{n}{2}$

(2) 等差数列中 $a_{n+2} = 2n + 5$, 那么等差数列的公差 d 是().

A. -2

B. -4

C. 2

D. 4

(3) 项数为 $2n + 1$ 的等差数列 ($n \in \mathbf{N}_+$), 所有奇数项的和与所有偶数项的和之比为().

A. 1

B. 2

C. $\frac{n+1}{n}$

D. $\frac{2n+1}{2n}$

2. 填空题:

(1) 已知等差数列的通项 $a_n = 3n - 2$, 那么 $a_1 =$ _____, $S_n =$ _____.

(2) 已知等差数列中 $a_1 = 3, d = 2, a_n = 21$, 则 $n =$ _____, $S_n =$ _____.

(3) 若 a, b 是方程 $x^2 + 37x + 16 = 0$ 的两个根, 则 a, b 的等差中项是 _____.

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n = 4n + 1$. 求公差 d 及前 $2n$ 项的和 S_{2n} .
4. 等差数列 $\{a_n\}$ 中第 3 项为 9, 第 9 项为 3. 求 a_{12} .
5. 一个等差数列的第 2 项为 -5, 第 6 项与第 4 项之差为 6, 求第 8 项及前 8 项之和.

B 组

1. 在等差数列中, 已知 $a_5 = 3.8$, $a_8 = 5.9$, 求 $a_{61} + a_{62} + \cdots + a_{100}$.
2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 求 a_n , 并判断数列是否为等差数列:
 (1) $S_n = n^2 + 3n$; (2) $S_n = n^2 + 2n + 1$.
3. 在等差数列中已知 $a_8 = 4$, 求 S_{15} .
4. 如果 $a > 0$, 数列 $\log_{\sqrt{3}} a, \log_{\sqrt[3]{3}} a, \log_{\sqrt[4]{3}} a, \cdots$ 的和大于 90, 那么这个数列至少有多少项?

§ 10-3 等 比 数 列

学 习 要 求

知 识 点	认 知 要 求	能 力 要 求
等比数列的定义	1. 理解等比数列的概念 2. 了解公比 q 对于等比数列的影响	1. 会判断等比数列, 会求公比 2. 能举出几个等比数列的例子
等比数列的通项公式	掌握等比数列通项公式	1. 会求通项公式 2. 会应用通项公式解决等比数列中有关量的计算
等比中项	1. 理解等比中项的概念 2. 理解等比中项公式成立的条件, 掌握等比中项公式	会求两个数的等比中项
等比数列的前 n 项和公式	1. 理解等比数列的前 n 项和 2. 掌握等比数列前 n 项和公式, 并理解公式的条件 3. 了解等比数列的应用	1. 会求等比数列前 n 项和 2. 会应用前 n 项和公式解决有关的量的计算 3. 会分析、解决简单的应用问题

典 型 例 题

例 1 已知等比数列的第 1 项与第 3 项的和为 16, 第 4 项与第 6 项的和为 128, 求 S_5 .

解: 设数列的公比为 q , 由题意得

$$\begin{cases} a_1 + a_3 = 16, \\ a_4 + a_6 = 128. \end{cases}$$

即
$$\begin{cases} a_1 + a_1 q^2 = 16, \\ a_1 q^3 + a_1 q^5 = 128. \end{cases}$$

即
$$\begin{cases} a_1(1 + q^2) = 16, \\ a_1 q^3(1 + q^2) = 128. \end{cases} \quad \text{①}$$

②

① ÷ ② 得
$$\frac{1}{q^3} = \frac{1}{8},$$

解得 $q = 2$, 代入①式得 $a_1 = 3.2$.

于是 $S_5 = \frac{3.2(1-2^5)}{1-2} = 99.2$.

说明: 如何求得 a_1 和 q , 是解决等比数列中有关量的计算的关键. 紧扣等比数列的通项公式, 是解决问题常用的方法. 解题过程中, 往往会遇到解高次方程(组), 应注意灵活处理.

例 2 有四个数成等比数列, 前三个数的积为 729, 后三个数的和为 117, 求这四个数.

解: 设这四个数分别为 $\frac{x}{q}, x, xq, xq^2$, q 为公比. 依题意有
$$\begin{cases} \frac{x}{q} \cdot x \cdot xq = 729, \\ x + xq + xq^2 = 117. \end{cases}$$

解得 $x = 9, q = 3$ 或 $q = -4$.

因此, 所求的四个数为 3, 9, 27, 81 或 $-\frac{9}{4}, 9, -36, 144$.

说明: 在等比数列的基本问题中, 如果遇到与上面类似的情形, 解题的关键是几个数如何去设. 要注意充分利用等比数列的特点, 既要使所设未知量尽可能少, 又要使计算方便. 如上面要求四个数, 由于处理得当, 所设的四个数中只出现了两个未知量.

例 3 某机床厂生产某种机器, 今年的产量是 12 000 台, 计划今后每年比前一年增长一个相同的百分数, 使三年(包括今年)的总产量达到 42 000 台, 求这个百分数.

解: 设 $a_1 = 12\,000$, $S_3 = 42\,000$. 由题意有

$$42\,000 = \frac{12\,000(1-q^3)}{1-q}.$$

当 $q \neq 1$ 时上式可整理成

$$2q^2 + 2q - 5 = 0.$$

解得

$$q = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}.$$

取 $q = \frac{\sqrt{11}-1}{2} \approx 1.16$.

即每年增长的百分数应是 16%.

说明:等比数列在实际工作及日常生活中具有广泛应用,要认真审题,弄清楚具体问题的数学含意.对于求得的结果,要注意分析是否合题意.如本题中 $q < 0$ 就不合题意.

练习题

A 组

1. 在 160 与 5 之间插入 4 个数,使它们成等比数列,求这 4 个数.

2. 已知等比数列 $15, -5, \frac{5}{3}, -\frac{5}{9}, \dots$, 求 S_6 .

3. 选择题:

(1) 三个数 1, A , 9 成等比数列,则 A 的值是().

A. 5

B. $\pm \frac{9}{2}$

C. 3

D. ± 3

(2) 等比数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_5 = \frac{1}{32}$, 则 a_2 与 a_4 的值分别为().

A. $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}$

B. $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{16}$

C. 4, 16

D. $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}$ 或 $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{16}$

(3) 公比等于 -1 的等比数列是().

A. 递增数列

B. 递减数列

C. 常数数列

D. 摆动数列

(4) 某城市有人口 400 万,若平均年增长率为 1%,要求人口增长一倍的年数 n ,需解下列方程中的().

A. $2 = 1 + 0.01n$

B. $1 = 2(1 + 0.01n)$

C. $2 = (1 + 0.01)^n$

D. $2 = (1 + 0.01)^{n-1}$

4. 已知等比数列的首项为 3,第 n 项是 96,前 n 项的和为 189,求此数列的公比 q 和项数 n 的值.

5. 设我国去年创汇 700 亿美元,如果以后的若干年内每年比上一年的创汇增长率均能保持 10%.那么,从今年起的五年内共能创汇多少亿美元?

6. 某工厂原有资产 a 万元,一年后资产增加了 $\frac{1}{2}a$ 万元,以后每年资产的增长数都是上一年资产增长数的 1.5 倍.则照此下去,6 年后该工厂有资产多少万元? n 年后呢?(增长数等于当年的资产与上年资产的差)

B 组

1. 已知等比数列中 $a_1 + a_4 = 133$, $a_2 + a_3 = 70$, 求 a_1 及 q .

2. 在等比数列中,已知 $q = \frac{3}{2}$, $S_5 = \frac{633}{2}$ 求 a_1 .

3. 已知等比数列前三项之和为 3.5, 前三项的平方和为 5.25, 求 a_1 和 q .
4. 设首项为正数的等比数列中, 前 n 项的和为 80, 其中数值最大的一项为 54, 若前 $2n$ 项的和是 6560, 求这个数列.
5. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 而 $b_n = 2^{-a_n}$, 且 $b_1 + b_2 + b_3 = \frac{21}{8}$, $b_1 b_2 b_3 = \frac{1}{8}$, 求通项 a_n .

§ 10-4 数列的极限

学习要求

知 识 点	认 知 要 求	能 力 要 求
$\sum$ 符号简介	1. 了解 $\sum$ 符号的意义 2. 掌握三个常见的幂和公式	会将一个有规律的离散和式用 $\sum$ 符号表出
数列极限的概念	1. 理解数列极限的定义 2. 掌握数列极限四则运算法则 3. 理解教材中给出的几个结论及例 5 中(2)题的做法	1. 会运用极限四则运算法则求极限 2. 能处理与例 6、例 7 类似的问题
无穷递缩等比数列的和	1. 理解无穷递缩等比数列及其和的概念 2. 掌握无穷递缩等比数列求和公式	1. 会利用无穷递缩等比数列求和公式求给定的无穷递缩等比数列的和 2. 会将循环小数化为分数

典型例题

例 1 展开 $\sum_{n=1}^6 (n-3)$ 并求值.

解: $\sum_{n=1}^6 (n-3) = (1-3) + (2-3) + (3-3) + (4-3) + (5-3) + (6-3)$
 $= 3.$

例 2 展开 $\sum_{k=1}^5 (n-3)^k$.

解: $\sum_{k=1}^5 (n-3)^k = (n-3)^1 + (n-3)^2 + (n-3)^3 + (n-3)^4 + (n-3)^5.$

说明: 将一个和式展开时应注意两点: 一是展开是对哪个变量进行, 如例 2 是对 k 进行, 此时 n 视为常数. 二是展开共几项.

例 3 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n + 3b_n) = 8$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (4a_n - b_n) = 2$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n + 2b_n)$.