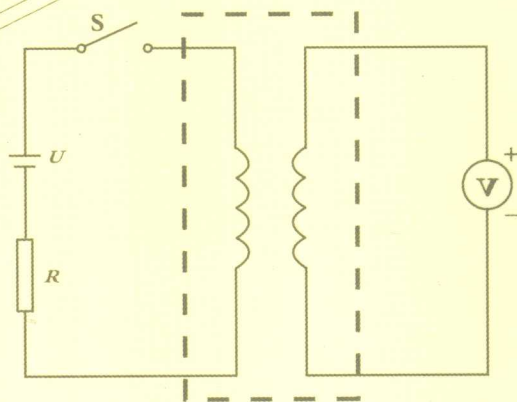


普通高等院校“十一五”规划教材

电路原理

DIANLU YUANLI

主编 刘长林 李永泉



国防工业出版社

National Defense Industry Press

普通高等院校“十一五”规划教材

电 路 原 理

主 编 刘长林 李永泉
副主编 郑存芳 丁丽华
参 编 任玉艳 徐义鑫 刘 静
主 审 卢辉斌

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书是根据工科电工课程指导委员会制定的《高等学校电路课程教学基本要求》编写的教材。

本书的内容包括电路模型和电路定律、电阻电路的分析、正弦稳态分析、三相电路、非正弦周期电流电路、动态电路的时域分析、动态电路的复频域分析、网络图论和网络方程、二端口网络和非线性电路。

本书可作为高等学校电类专业电路课程的教材,也可作为电类工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

电路原理/刘长林,李永泉主编. —北京:国防工业出版社,2009.7

普通高等院校“十一五”规划教材
ISBN 978-7-118-06356-1

I. 电... II. ①刘...②李... III. 电路理论-高等学校-教材 IV. TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 077343 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

国防工业出版社印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 19½ 字数 474 千字

2009年7月第1版第1次印刷 印数 1—4000册 定价 28.00元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010) 68428422

发行邮购:(010) 68414474

发行传真:(010) 68411535

发行业务:(010) 68472764

前 言

本书是根据工科电工课程指导委员会制定的《高等学校电路课程教学基本要求》编写的教材。教材编写组系由燕山大学里仁学院电学教研室教师组成,编写组根据三本学生的特点和培养目标,结合几年来的教学实践,对教材内容进行了必要的调整。

电路课程是电类专业的一门技术基础课。本书内容涵盖了电类专业电路课程的基本内容。它以电路课程的传统内容为主,现代内容为辅,注重基本概念、基本定律、定理和基本分析方法的理解,力求语言通俗易懂,文字表述简洁准确。在注重线性电路的分析的同时,集中一章进行非线性电路的分析。耦合电感电路没有单设一章,只作为正弦电流电路一章的内容阐述。特勒根定理与互易定理放在网络图论和网络方程一章里讲述,使其证明更简洁,更具一般性。运算放大器作为一种二端口元件介绍,删去诸多含理想运算放大器电路的分析。传输线理论应用的专业较少,本书未涉及。上述处理的目的是精选内容,缩短篇幅,适于少学时的电类专业使用,以适应教学改革的要求。

本书由刘长林教授、李永泉主编,参编的有刘长林、李永泉、刘静、郑存芳、丁丽华、任玉艳、徐义鑫。李永泉编写了第3章和第10章;刘静编写了第8章和第9章;郑存芳编写了第1章和第2章;丁丽华编写了第4章和第5章;任玉艳、徐义鑫编写了第6章和第7章。刘长林教授进行了教材大纲的编写和全书的统稿工作。本书由卢辉斌教授主审,并对书稿提出了宝贵的修改意见,在此表示真诚的感谢。本书在编写过程中得到学院领导的大力支持,在此表示谢意。

由于时间和水平有限,书中如有错误和不当之处,请广大读者批评指正。

编者
2009年1月

目 录

第 1 章 电路模型和电路定律	1
1.1 电路和电路模型	1
1.2 电流、电压及其参考方向	2
1.3 功率	4
1.4 电阻元件	5
1.5 电容元件	6
1.6 电感元件	8
1.7 电压源和电流源	10
1.8 受控源	12
1.9 基尔霍夫定律	13
习题一	16
第 2 章 电阻电路的分析	19
2.1 电阻的串联、并联和串并联	19
2.2 实际电源模型的等效变换	23
2.3 电阻三角形连接与星形连接的等效变换	25
2.4 支路电流法	28
2.5 网孔电流法和回路电流法	31
2.6 节点电压法	35
2.7 替代定理	39
2.8 叠加定理	40
2.9 等效电源定理	44
习题二	50
第 3 章 正弦稳态分析	55
3.1 周期量	55
3.2 正弦电流	57
3.3 正弦量的相量表示法	59
3.4 电阻、电感和电容的电压、电流的相量关系	63
3.5 基尔霍夫定律相量形式	67
3.6 电阻、电感、电容串联电路和复阻抗	68

3.7	电阻、电感、电容并联电路和复导纳	72
3.8	等效阻抗和等效导纳	74
3.9	阻抗的串联、并联和串并联	76
3.10	复杂正弦电流电路的分析	80
3.11	正弦电流电路中的功率	83
3.12	串联谐振电路	91
3.13	并联谐振电路	95
3.14	耦合电感	97
3.15	含耦合电感的正弦电流电路	100
3.16	空心变压器	106
3.17	理想变压器	108
	习题三	110
第4章	三相电路	118
4.1	三相电路基本概念	118
4.2	对称三相电路的计算	123
4.3	不对称三相电路的概念	126
4.4	三相电路中的功率	128
	习题四	132
第5章	非正弦周期电流电路	134
5.1	非正弦周期电流	134
5.2	周期函数分解为傅里叶级数	134
5.3	周期函数的波形与傅里叶系数的关系	137
5.4	有效值和平均功率	139
5.5	非正弦周期电流电路的计算	141
5.6	傅里叶级数的指数形式	144
5.7	傅里叶积分和傅里叶变换	146
	习题五	149
第6章	动态电路的时域分析	151
6.1	动态电路及其方程	151
6.2	动态电路的初始条件	152
6.3	一阶电路的零输入响应	155
6.4	一阶电路的零态响应	160
6.5	一阶电路的全响应	166
6.6	求一阶电路全响应的三要素法	168
6.7	一阶电路的阶跃响应	172
6.8	一阶电路的冲激响应	176

6.9 RLC 串联电路的零输入响应	184
习题六	190
第7章 动态电路的复频域分析	195
7.1 拉普拉斯变换	195
7.2 拉普拉斯变换的基本性质	197
7.3 拉普拉斯反变换和部分分式法	200
7.4 复频域中的电路定律和电路模型	204
7.5 分析线性电路暂态过程的复频域法	206
7.6 网络函数	211
习题七	214
第8章 网络图论和网络方程	217
8.1 网络图论简介	217
8.2 关联矩阵	220
8.3 基本割集矩阵	222
8.4 基本回路矩阵	224
8.5 支路电压电流关系的矩阵形式	226
8.6 节点分析法	230
8.7 改进的节点分析法	235
8.8 回路分析法	236
8.9 割集分析法	238
8.10 网络的状态方程	240
8.11 特勒根定理	244
8.12 互易定理	246
习题八	250
第9章 二端口网络	255
9.1 二端口网络的概念	255
9.2 二端口网络的导纳矩阵和阻抗矩阵	256
9.3 二端口网络的传输矩阵和混合参数矩阵	261
9.4 二端口网络的等效电路	266
9.5 有载二端口网络	268
9.6 二端口网络的级联	271
9.7 运算放大器	273
9.8 回转器	274
习题九	276

第 10 章 非线性电路	280
10.1 非线性电路元件	280
10.2 非线性电阻电路的图解法	283
10.3 小信号分析法	284
10.4 折线法	288
10.5 非线性电阻电路的数值解法与友网路	291
10.6 非线性动态电路的状态方程	294
习题十	295
习题参考答案	297
参考文献	304

第 1 章 电路模型和电路定律

本章介绍电路和电路模型;电路的主要概念——电流、电压及其参考方向;着重阐述电路元件——电阻元件、电感元件、电容元件、电压源、电流源和受控源的元件特性(元件约束)以及反映元器件连接特性的基本规律——基尔霍夫定律(拓扑约束)。

1.1 电路和电路模型

电路是电流的流通过径,它是由一些电气设备和元器件按一定方式连接而成的。复杂的电路呈网状,又称网络。本书中电路和网络这两个术语是通用的。

电路的组成方式不同,功能也就不同。它的一种作用是实现电能的传输和转换,各类电力系统就是典型实例。图 1-1(a)是一种简单的实用电路,它由干电池、小灯泡、开关和连接导线等组成。当开关闭合时,电路中有电流流动,小灯泡发光。干电池向电路提供电能;小灯泡是用电器件,它把电能转化为热能和光能;开关和连接导线的作用是把电源和负载连接起来,构成电流通路。

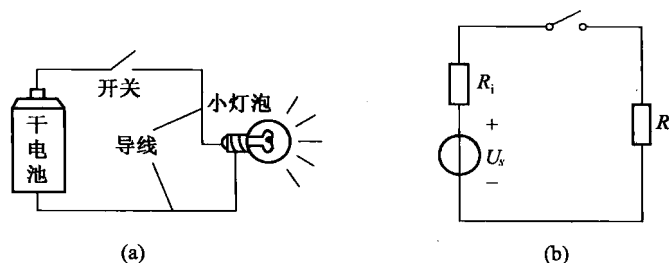


图 1-1 电路的组成

电路的另一种作用是实现信号的处理,收音机和电视机电路就是这类实例。收音机和电视机的调谐电路是用来选择需要的信号。由于收到的信号很弱,需用放大电路对信号进行放大。调谐电路和放大电路的作用就是完成对信号的处理。

在自动控制系统、计算机和通信设备中有各种各样的电路,完成不同的任务。

电路中提供电能或信号的器件,称为电源,如图 1-1(a)中的干电池。电路中的电流源或电压源称为激励。电路中吸收电能或输出信号的器件,称为负载,如图 1-1(a)中的小灯泡。负载中的电流或电压称为响应。在电源和负载之间引导和控制电流的导线和开关等是传输控制器件。因此,电路是由电源和负载通过传输控制器件联接起来而构成的,用以实现电能传输或信号处理功能。

实际电路中器件种类很多,功能各异,其中涉及的物理过程多种多样,涉及声、光、热、化、电、磁等多方面的问题,但本书只注重其中的电磁过程。为了便于进行分析,常常在一定条件

下对实际的电路器件加以理想化,抽象出一些反映单一电磁性质的理想化电路元件,通过它们适当的组合构成实际电路的电路模型,这是研究实际电路的常用方法。电路理论研究的对象是电路模型而不是实际电路。电路模型简称为电路。

常见的电路元件是一些集中参数电路元件,元件特性由其端点上的电流和电压确切表达。由集中参数元件组成的电路称为集中参数电路。图 1-1(a) 所示电路的集中参数电路模型如图 1-1(b) 所示。干电池用电源元件表示,小灯泡用电阻元件表示,导线看作无电阻的理想导线,图中各种符号以后再做说明。

1.2 电流、电压及其参考方向

带电粒子(电子、离子等)的定向运动,称为电流。电流的量值(大小)等于单位时间内穿过导体横截面的电荷量,用符号 i 表示,即

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

式中: Δq 为极短时间 Δt 内通过导体横截面的电荷量。

电流的实际方向,为正电荷的运动方向。

当电流的量值和方向都不随时间变化时,则 $dq/dt = \text{定值}$,这种电流称为直流电流,简称直流(DC)。直流电流常用英文大写字母 I 表示,式(1-1)可写成

$$I = \frac{q}{t} \quad (1-2)$$

式中: q 为时间 t 内通过导体横截面的电荷量。

在国际单位制(SI)中,电流的 SI 主单位是安[培],符号为 A。电流的十进倍数单位和分数单位,常用的有千安(kA)、毫安(mA)、微安(μA)等。

$$1\text{A} = 10^3\text{mA} = 10^6\mu\text{A}$$

在复杂电路的分析中,一段电路电流的实际方向很难预先判断出来;有时一段电路电流的实际方向还不断改变。因此,很难在电路中标明电流的实际方向。由于上述原因,在电路分析中要引入电流的参考方向(正方向)的概念。

电流参考方向是任意选定的一个方向,在电路中用实线箭头表示。在电流参考方向一定的情况下,电流则为代数量,其数值可正可负。若电流的实际方向与参考方向一致,则电流为正值;若电流的实际方向与参考方向相反,则电流为负值;图 1-2 表明了电流参考方向的意义,虚线箭头代表电流的实际方向。电流的参考方向有时也用双下标表示,如 i_{AB} 。

当导体中存在电场时,电荷在电场力的作用下运动,电场力对运动电荷做功,运动电荷的电能将减少,电能转化为其他形式的能量。电路中 A、B 两点间的电压 u_{AB} 是单位正电荷在电

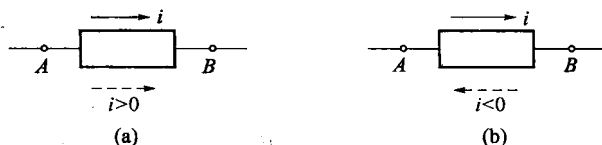


图 1-2 电流的参考方向

场力的作用下由 A 点移动到 B 点所减少的电能,即

$$u_{AB} = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta W_{AB}}{\Delta q} = \frac{dW_{AB}}{dq} \quad (1-3)$$

式中: Δq 为由 A 点移动到 B 点的电荷量; ΔW_{AB} 为移动过程中电荷所减少的电能。

电压的实际方向是使正电荷电能减少的方向,当然也是电场力对正电荷作正功的方向。

在国际单位制中,电压的 SI 单位名称是伏[特],单位符号为 V。电压的十进倍数单位和分数单位有千伏(kV)、毫伏(mV)、微伏(μ V)等。

对于直流电压,用大写字母 U 表示。

与电流类似,在电路分析中也要规定电压的参考方向,通常用三种方式表示:

(1) 采用正(+)、负(-)极性表示,称为参考极性,如图 1-3(a)所示。这时从正极性端指向负极性端的方向就是电压的参考方向。



图 1-3 电压的参考方向

(2) 采用实线箭头表示,如图 1-3(b)所示。

(3) 采用双下标表示,如 u_{AB} 表示电压的参考方向由 A 指向 B 。

电压的参考方向指定以后,电压就是代数量。当电压的实际方向和参考方向一致时,电压为正值;当电压的参考方向和实际方向相反时,电压为负值。

引入电流和电压的参考方向以后,电流和电压就能用函数式表示。如图 1-4 所示,电流按正弦规律随时间变化,则可表示成 $i = I_m \sin \omega t$, 其中 $\omega = 2\pi/T$ 。

电流和电压的参考方向在电路分析中起着十分重要的作用,分析任何电路时都应先指定电流和电压的参考方向。

一段电路上电流和电压的参考方向可独立地任意指定。如果指定电流从电压的“+”极性端流入,并从电压的“-”极性端流出,即电流的参考方向与电压的参考方向一致,则把这种电流和电压的参考方向称为关联参考方向,如图 1-5(a)所示。否则,称为非关联参考方向,如图 1-5(b)所示。

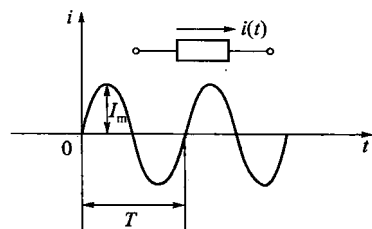


图 1-4 正弦电流



图 1-5 电流和电压的关联参考方向与非关联参考方向

1.3 功率

一段电路上,正电荷沿着电压的实际方向通过这段电路,电场力作正功,电荷的电能减少,这段电路吸收能量;相反,正电荷逆着电压的实际方向通过这段电路,电场力作负功,电荷的电能增加,这段电路释放出能量。因此一段电路上的电流和电压的实际方向相同时,这段电路吸收电能;电流和电压的实际方向相反时,这段电路发出电能。

图 1-6 所示的一段电路,电流和电压的参考方向是关联的。根据电压的定义,这段电路从 t_0 到 t 时间内吸收的电能 W 为

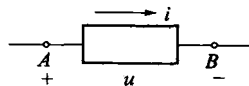


图 1-6 功率的定义

$$W = \int_{q(t_0)}^{q(t)} u dq \quad (1-4)$$

由于 $i = dq/dt$, 所以

$$W = \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d\xi \quad (1-5)$$

式中: u 和 i 都是时间 t 的函数,并且是代数量,因此电能 W 也是时间 t 的函数,且也是代数量。电能 SI 单位名称为焦[耳],单位符号为 J,实用上常用千瓦时($\text{kW} \cdot \text{h}$,习称度)。

$$1\text{kW} \cdot \text{h} = 3.6\text{MJ}$$

电能对时间的变化率称为功率。功率的单位名称是瓦[特],简称瓦,单位符号为 W。功率的十进倍数和分数单位有千瓦(kW)、兆瓦(MW)和毫瓦(mW)等。

在电流和电压的关联参考方向下,功率(用 p 表示)为

$$p = \frac{dW}{dt} = u(t)i(t) \quad (1-6)$$

式(1-6)是一段电路吸收功率的表达式, p 是代数量。 $p > 0$,该段电路吸收电能; $p < 0$,则该段电路实际是释放电能。因为在电流和电压的关联参考方向下,一段电路吸收电能时,其电流和电压的实际方向相同,电流和电压的量值同号, $p = ui > 0$;一段电路发出功率时,其电流和电压的实际方向相反,电流和电压的量值符号相反, $p = ui < 0$ 。

如果一段电路的电流的参考方向与电压的参考方向相反(非关联),则 $p = ui$ 是该段电路发出功率的表达式。 $p > 0$ 该段电路发出电能; $p < 0$,该段电路实际上是吸收电能。因为在这种电流和电压的参考方向下,一段电路发出电能时,其电流和电压的实际方向相反,电流和电压的量值符号相同, $p = ui > 0$;一段电路吸收电能时,其电流和电压的实际方向相同,电流和电压的量值符号相反, $p = ui < 0$ 。

例 1-1 图 1-7 所示的直流电路中, $U_1 = 5\text{V}$, $U_2 = -6\text{V}$, $U_3 = 8\text{V}$, $I = 2\text{A}$,求各元件吸收的电功率。

解 各元件上的电流和电压的参考方向是关联的,故各元件吸收的功率为

$$p_1 = U_1 I = 5 \times 2 = 10(\text{W}) \quad (\text{吸收})$$

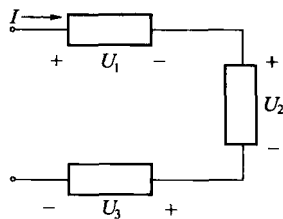


图 1-7 例 1-1 图

$$p_2 = U_2 I = (-6) \times 2 = -12(\text{W})(\text{发出})$$

$$p_3 = U_3 I = 8 \times 2 = 16(\text{W})(\text{吸收})$$

各种实际的电气元器件(如电灯、电烙铁、电阻器等),都有关于电流、电压和功率的量值限额,称作额定值。在额定电压下,许多电器才能正常、安全、可靠地工作。电压过高时容易损坏,电压过低时则功率不足。由于电流、电压和功率间有一定关系,所以在给出额定值时,三者不必全给出。灯泡、电烙铁通常只给额定电压和额定功率,而电阻器除给出电阻的额定值外,还给出额定功率。

1.4 电阻元件

电路是由电路元件连接而成的,研究电路时首先要了解各种电路元件的特性。表示电路元件特性的数学关系称为元件约束。

电阻元件是一种只消耗电能的二端理想元件,电阻的电流和电压的实际方向总是相同的,它的特性用其电流与电压的代数关系表示,称作电压电流关系(VCR),也叫做伏安特性。在 $u-i$ 坐标平面上表示元件特性的图形是通过坐标原点的曲线,称为伏安特性曲线。在关联参考方向下,伏安特性曲线在第 I 象限和第 III 象限。

当电阻元件的伏安特性不随时间变动,称为定常电阻,否则称为时变电阻。本书只讨论定常电阻。

若定常电阻元件的伏安特性曲线是通过坐标原点的直线,这种电阻元件称为线性电阻元件,简称线性电阻。若定常电阻元件的伏安特性是通过坐标原点的曲线,这种电阻元件称为非线性电阻元件。

线性电阻元件的图形符号如图 1-8 所示。由于线性电阻元件的伏安特性曲线是通过坐标原点的直线,故元件电压与元件电流成正比,这个关系称为欧姆定律。在电流和电压的关联参考方向下,线性电阻元件的伏安特性曲线如图 1-9 所示;欧姆定律的表达式为

$$u = Ri \quad (1-7)$$

式中: R 是元件的电阻,它是一个反映电路中电能消耗的电路参数,是一个正实常数。式中电压用伏表示,电流用安表示,电阻的单位是欧[姆],符号为 Ω 。电阻的十进倍数单位有千欧($k\Omega$)、兆欧($M\Omega$)等。

令 $G = 1/R$,则式(1-7)变为

$$i = Gu \quad (1-8)$$

式中: G 称为电阻元件的电导,单位是西[门子],符号为 S 。

如果线性电阻元件的电流和电压的参考方向相反,则欧姆定律的表达式为

$$u = -Ri \quad (1-9)$$

或

$$i = -Gu \quad (1-10)$$

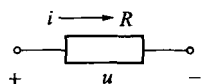


图 1-8 线性电阻元件图形符号

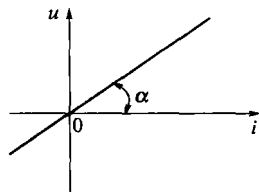


图 1-9 线性电阻的伏安特性曲线

按图 1-9 所示的线性电阻元件的伏安特性曲线,电阻 R 可按下式确定

$$R = \frac{u}{i} = \frac{m_u}{m_i} \tan \alpha \quad (1-11)$$

式中： m_u 、 m_i 分别是 $u-i$ 平面上电压和电流坐标比例尺； α 是伏安特性直线与电流坐标轴间的夹角。

在电流和电压关联参考方向下，任何瞬时线性电阻元件吸收（消耗）的电功率为

$$p = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R} = Gu^2 \quad (1-12)$$

由于电阻 R 和电导 G 都是正数，功率 p 恒为非负值。既然功率 p 不能为负值，这就说明任何时刻电阻元件不可能发出电能，它吸收的全部电能都转换成其他形式的能量。所以，线性电阻元件不仅是无源元件，也是耗能元件。

如果电阻元件吸收的电能都转化为热能，从 t_0 到 t 时间内电阻元件产生的热量为

$$Q = \int_{t_0}^t Ri^2(\xi) d\xi \quad (1-13)$$

等于这段时间内电阻消耗的电能。

实际上，所有电阻器、白炽灯、电炉等器件，它们的伏安特性曲线在一定程度上都是非线性的。但在一定的条件下，这些器件的伏安特性近似为一条直线，用线性电阻元件作为它们的电路模型可以得到令人满意的结果。

线性电阻元件有两种特殊情况值得注意：一种情况是电阻值 R 为无限大，电压为任何有限值时，其电流总是零，这时把它称为“开路”；另一种情况是电阻为零，电流为任何有限值时，其电压总是零，这时把它称为“短路”。

例 1-2 有 220V、100W 灯泡一个，其灯丝电阻是多少？每天用 5h，一个月（30 天）消耗的电能是多少度？

解 灯泡灯丝电阻为

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{100} = 484(\Omega)$$

一个月消耗的电能为

$$W = PT = 100 \times 10^{-3} \times 5 \times 30 = 15(\text{kW} \cdot \text{h}) = 15(\text{度})$$

1.5 电容元件

电容器应用很广泛，它是由绝缘介质隔开的两块金属极板构成的。加上电源后，两块极板上分别聚集起等量异性电荷，在介质中建立起电场，并储存有电场能量。当电源移去后，电荷继续聚集在极板上，电场继续存在。如果不计电容器中介质的损耗和漏电流，就可得到一个只储存电场能量的二端理想元件——电容元件，作为实际电容器的理想化模型。

线性电容元件在电路中的符号如图 1-10(a) 所示。图中 $+q$ 和 $-q$ (q 是代数数量) 分别是该元件正极板和负极板上的电荷量。当电容元件上电压的参考方向由正极板指向负极板时，则任何时刻极板上的电荷量 q 与极板间电压 u 的关系为

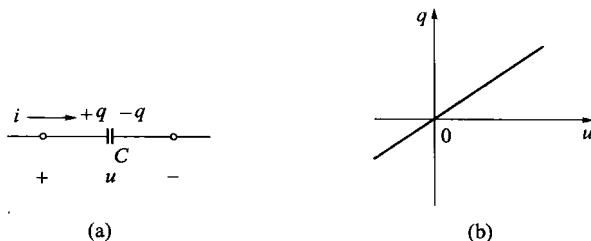


图 1-10 线性电容元件及其库伏特性

$$q = Cu \quad (1-14)$$

式中： C 为电容元件的电容，它是与电荷 q 、电压 u 无关的正实数。

电容的单位是法[拉]，符号为 F。实际电容往往比 1F 小得多，因此常用微法(μF)、皮法(pF)等单位。

$$1\text{F} = 10^6 \mu\text{F} = 10^{12} \text{pF}$$

如果把电容元件的电荷 q 取为纵坐标，电压 u 取为横坐标，便可画出电荷与电压的关系曲线，这条曲线称为电容元件的库伏特性。线性电容元件的库伏特性是通过 $q-u$ 平面坐标原点的一条直线，电容 C 与该条直线斜率成比例，如图 1-10(b) 所示。

当极板间电压 u 变化时，极板上的电荷 q 也随之变化，电容元件中便出现电流。若规定电压电流的参考方向一致，如图 1-10(a) 所示，则电流为

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (1-15)$$

式(1-15)表示线性电容元件的电流电压关系。该式表明线性电容元件任何时刻的电流只与该时刻的电压变化率成正比。电压 u 增高时， $\frac{du}{dt} > 0$ ， $\frac{dq}{dt} > 0$ ， $i > 0$ ，极板上电荷 q 增加，电容元件充电；电压 u 降低时， $\frac{du}{dt} < 0$ ， $\frac{dq}{dt} < 0$ ， $i < 0$ ，极板上电荷 q 减少，电容元件放电。随着电容元件电压不断变动，电容元件不断地充电和放电，形成了电容电流。当电压 u 不随时间变化时，则电容电流为零，这时电容元件相当于开路，故电容有隔断直流的作用。

对式(1-15)求积分，可以导出线性电容元件电流电压关系另一种形式

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\xi) d\xi = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i(\xi) d\xi + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi \quad (1-16)$$

由式(1-16)可见，电容元件在任何时刻 t 的电压 $u(t)$ 与电压初始值 $u(0)$ 和从 0 到 t 的所有电流有关，所以电容是一种“记忆”元件。

在关联的电流、电压参考方向下，线性电容元件吸收的功率为

$$p = ui = Cu \frac{du}{dt}$$

输入电容的电能为

$$W = \int_{-\infty}^t p(\xi) d\xi = C \int_{-\infty}^t u(\xi) u'(\xi) d\xi = C \int_{u(-\infty)}^{u(t)} u(\xi) du(\xi) = \frac{1}{2} Cu^2(t) \geq 0$$

式中: 令 $u(-\infty) = 0$, 于是电容元件中电场能量为

$$W_C(t) = \frac{1}{2} Cu^2(t) = \frac{1}{2C} q^2(t) \quad (1-17)$$

可见电容元件只能储存电场能量而无能量损耗, 所以电容元件是一种储能元件。同时, 输入电容元件的电能 $W \geq 0$, 所以电容元件也是一种无源元件。

1.6 电感元件

电感元件是实际线圈的理想化模型, 线性电感元件是一个二端理想化元件。假设线圈是无电阻的导线绕制而成的, 且周围无铁磁物质。线圈通以电流, 其中便产生磁通。对于 N 匝的线圈, 与整个线圈相交链的总磁通通称为线圈的磁链, 用 Ψ 表示, 则

$$\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_N$$

式中: $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$ 分别为第 $1, 2, \dots, N$ 个线匝所交链的磁通。如果线圈绕得非常紧密, 可以认为

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \dots = \Phi_N = \Phi$$

则线圈的磁链为

$$\Psi = N\Phi$$

如果线圈的电流的参考方向和磁链的参考方向规定的符合右手螺旋法则, 如图 1-11(a) 所示, 则线圈的磁链 Ψ 与电流 i 的关系为

$$\Psi = Li \quad (1-18)$$

式中: L 称为线圈的自感或电感, 它是与电流、磁链无关的正实常数。这种理想化的线圈就是线性电感元件, 参数是自感或电感 L 。

磁通和磁链的单位是韦[伯](Wb)。自感的单位名称是韦/安, 称为亨[利], 单位符号为 H。自感的常用单位还有毫亨(mH)和微亨(μ H)。

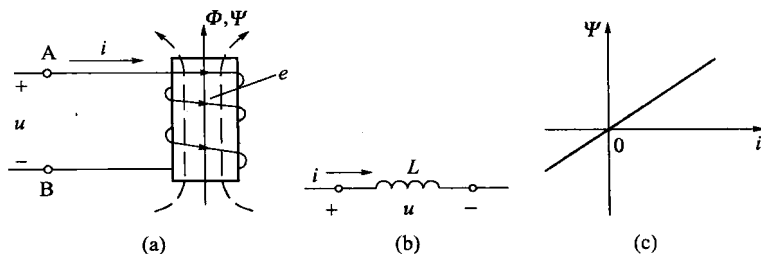


图 1-11 线性电感元件及其韦安特性

线性电感元件的图形符号如图 1-11(b) 所示。以电感元件的自感磁链为纵坐标, 以电流为横坐标, 则在 $\Psi-i$ 平面内画出的自感磁链和电流的关系曲线, 称为电感元件的韦安特性, 它是通过坐标原点的直线, 如图 1-11(c) 所示。

当电感元件中的电流 i 随时间变化时, 磁链 Ψ 也随之变化。根据法拉第电磁感应定律, 在电感元件中引起感应电动势 e (自感电动势), 感应电动势 e 的量值等于磁链的变化率, 即

$$|e| = \left| \frac{d\Psi}{dt} \right| \quad (1-19)$$

感应电动势的实际方向由楞次定律判定: 感应电动势的方向总是企图产生感应电流来阻碍原磁链的变化。

习惯上取感应电动势 e 的参考方向与磁链的参考方向符合右手螺旋法则, 这时感应电动势 e 的参考方向和电流 i 的参考方向相同, 如图 1-11(a) 所示。

当电流 $i > 0$, 且 $\frac{di}{dt} > 0$, 即当电流 i 为正值并增加时, 则 $\Psi > 0$, 且 $\frac{d\Psi}{dt} > 0$, 即磁链 Ψ 为正值并增加。磁链增加要在线圈中引起感应电动势。由楞次定律知, 感应电动势的实际方向是: 它所驱使的电流产生反向磁链以阻止原磁链的增加。按图 1-11(a) 中 e 的参考方向, $e < 0$ 。

当电流 $i > 0$, 而 $\frac{di}{dt} < 0$, 即当电流 i 为正值并减小时, 则 $\Psi > 0$, 而 $\frac{d\Psi}{dt} < 0$, 即磁链 Ψ 为正值并减小。磁链减小要在线圈中引起感应电动势。由楞次定律知, 感应电动势的实际方向是: 它所驱使的电流产生正向磁链以阻止原磁链的减小。按图 1-11(a) 中 e 的参考方向, $e > 0$ 。

当 i 和 Ψ 为负值时, 也可按其增加和减小两种情况进行类似的分析。

由上述分析得知, 在线圈中的感应电动势 e 与磁链 Ψ 的参考方向符合右手螺旋法则的前提下, e 与 $\frac{d\Psi}{dt}$ 总是反号的, 所以有

$$e = - \frac{d\Psi}{dt} \quad (1-20)$$

感应电动势 e 在线圈两端造成感应电压 u 。如果电压 u 的参考方向与电流的参考方向一致, 则 u, e, i 三者的参考方向相同。由于感应电动势的实际方向是电位升高的方向, 感应电压的实际方向是电位降落的方向, 两者实际方向恰好相反, 而量值又相等, 故在上述参考方向下, 有

$$u = -e = \frac{d\Psi}{dt}$$

将式(1-17)代入, 则有

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (1-21)$$

式(1-21)就是线性电感元件的电压、电流关系(VCR)。由此式可知, 线性电感元件上的电压与其电流变化率成正比。电流变化得越快, 感应电压越高; 电流变化得越慢, 感应电压越低; 当电流是不随时间变化的直流时, 则感应电压为零, 所以对于直流电, 电感元件是短路的。

把式(1-21)积分, 则得