高职高专“十一五”规划教材

公共基础课系列

高等数学

郑桂梅 主 编

程恭品 沈 俊 谢中根 副主编

张 敏 主 审

国防科技大学出版社

高职高专"十一五"规划教材

公共基础课系列

高等数学

郑桂梅　主　编
程恭品　沈　俊　谢中根　副主编
张　敏　主　审

国防科技大学出版社

【内容简介】 本书是专为高职高专理工类、财经类各专业编写的高等数学课程教材。书中全面、系统地介绍了高职高专院校各专业所需的高等数学基础知识，内容包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、二重积分、无穷级数、微分方程、差分方程等。

本教材的特色在于知识讲解透彻易懂，例题选用经典实用，小结归纳方法技巧，数学基础内容全面。同时，本书注重理论知识与实际应用相结合，强调运用数学知识解决实际问题，体现了职业教育的特色。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学/郑桂梅主编. 一长沙：国防科技大学出版社，2008.6
（高职高专“十一五”规划教材·公共基础课系列）
ISBN 978-7-81099-501-6
Ⅰ.高… Ⅱ.郑… Ⅲ.高等数学—高等学校：技术学校—教材 Ⅳ.O13
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 062463 号

出版发行：国防科技大学出版社
电　　话：(0731)4572640
网　　址：http://www.gfkdcbs.com
责任编辑：石少平　　**特约编辑**：王磈媛
印 刷 者：北京昌平百善印刷厂
开　　本：720mm×960mm　1/16
印　　张：21.75
字　　数：461 千字
版　　次：2008 年 6 月第 1 版　2008 年 6 月第 1 次印刷
定　　价：32.00 元

高职高专“十一五”规划教材·公共基础课系列

编审委员会

出版说明

高职高专教育作为我国高等教育的重要组成部分，承担着培养高素质技术、技能型人才的重任。近年来，在国家和社会的支持下，我国的高职高专教育取得了不小的成就，但随着我国经济的腾飞，高技能人才的缺乏越来越成为影响我国经济进一步快速健康发展的瓶颈。这一现状对于我国高职高专教育的改革和发展而言，既是挑战，更是机遇。

要加快高职高专教育改革和发展的步伐，就必须对课程体系和教学模式等问题进行探索。在这个过程中，教材的建设与改革无疑起着至关重要的基础性作用，高质量的教材是培养高素质人才的保证。高职高专教材作为体现高职高专教育特色的知识载体和教学的基本工具，直接关系到高职高专教育能否为社会培养并输送符合要求的高技能人才。

为促进高职高专教育的发展，加强教材建设，教育部在《关于全面提高高等职业教育教学质量的若干意见》中，提出了“重点建设好3 000种左右国家规划教材”的建议和要求，并对高职高专教材的修订提出了一定的标准。为了顺应当前我国高职高专教育的发展潮流，推动高职高专教材的建设，我们精心组织了一批具有丰富教学和科研经验的人员成立了高职高专“十一五”规划教材编审委员会。

编审委员会依据教育部高教司制定的《高职高专教育基础课程教学基本要求》和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》，调研了百余所具有代表性的高等职业技术学院和高等专科学校，广泛而深入地了解了高职高专的专业和课程设置，系统地研究了课程的体系结构，同时充分汲取各院校在探索培养应用型人才方面取得的成功经验，并在教材出版的各个环节设置专业的审定人员进行严格审查，从而确保了整套教材“突出行业需求，突出职业的核心能力”的特色。

本套教材的编写遵循以下原则：

(1) 成立教材编审委员会，由编审委员会进行教材的规划与评审。

(2) 按照人才培养方案以及教学大纲的需要，严格遵循高职高专院校各学科的专业规范，同时最大程度地体现高职高专教育的特点及时代发展的要求。因此，本套教材非常注重培养学生的实践技能，力避传统教材“全而深”的教学模式，将“教、学、做”有机地融为一体，在教给学生知识的同时，强化了对学生实际操作能力的培养。

(3) 教材的定位更加强调“以就业为导向”，因此也更为科学。教育部对我国的高职高专教育提出了“以应用为目的，以必需、够用为度”的原则。根据这一原则，本套教材在编

写过程中，力求从实际应用的需要出发，尽量减少枯燥、实用性不强的理论灌输，充分体现出“以行业为向导，以能力为本，以学生为中心”的风格，从而使本套教材更具实用性和前瞻性，与就业市场结合也更为紧密。

（4）采用“以案例导入教学”的编写模式。本套教材力图突破陈旧的教育理念，在讲解的过程中，援引大量鲜明实用的案例进行分析，紧密结合实际，以达到编写实训教材的目标。这些精心设计的案例不但可以方便教师授课，同时又可以启发学生思考，加快对学生实践能力的培养，改革人才的培养模式。

本套教材涵盖了公共基础课系列、计算机系列和机电系列的主要课程。目前已经规划的教材系列名称如下：

公共基础课系列

- 公共基础课

机电系列

- 机械类
- 数控类
- 电子信息类

计算机系列

- 计算机公共基础课
- 计算机专业基础课
- 计算机网络技术专业
- 计算机软件技术专业
- 计算机应用技术专业

对于教材出版及使用过程中遇到的各种问题，欢迎您通过电子邮件及时与我们取得联系（联系方式详见“教师服务登记表”）。同时，我们希望有更多经验丰富的教师加入到我们的行列当中，编写出更多符合高职高专教学需要的高质量教材，为我国的高职高专教育做出积极的贡献。

高职高专“十一五”规划教材编审委员会

前　言

高等数学课程是培养学生计算、逻辑推理、抽象思维和空间想象能力以及应用知识能力必不可少的一门课程，是高职高专各专业的一门重要公共基础课，也是进一步学习现代科学知识的必修课。本书以教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》以及《高职高专教育专业人才培养目标及规格》为依据，结合高职高专院校在培养技术应用型人才方面的教学特点，由一批长期从事高职高专高等数学教学的教师，在总结自己多年教学经验的基础上编写而成。

本书共分十二章，内容包括函数、极限与连续、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、二重积分、无穷级数、微分方程和差分方程。

本书的特点是突出重点、深入浅出、紧密结合教学实际；针对不同专业的学生，组织编写各种应用型例题，以增强学生的应用能力；在讲述基本公式、概念、方程和定理的过程中，注意其几何图形直观的阐述；用实例引入抽象概念的讲解，让学生理解起来更加容易；例题的讲解清晰明了，并总结了不同类型题目的命题规律及解题思路；对学生容易混淆的概念，给出了“注意”予以提醒；对重点概念，给出了相关的“思考”，以加深对概念的理解并起到调节课堂氛围的作用。

本书适合作为高职高专理工类、财经类、农林、医药等相关专业学生使用的教材。目的在于培养学生的实际动手能力，使得学生更加适合用人单位的技能要求。建议学时为100～140学时，其中标*部分，供教师根据教学的需要及可利用学时数进行选讲。

本书由郑桂梅主编，程恭品、沈俊、谢中根担任副主编，参加编写的还有江波、李文、陈冠烈。另外，在本书编写的过程中，中国药科大学数学教研室盛海林主任、蒋秋浩副主任、高祖新教授及教研室的其他同事，给予了很多帮助和指导，提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢！

由于编写时间仓促，编者水平有限，书中定有不当之处，敬请广大读者批评指正。

编　者

目　　录

第一章　函　　数

函数描述了客观世界中量与量之间的依赖关系，是高等数学的主要研究对象. 高等数学这门学科，主要研究定义在实数集上的函数，函数的概念及其性质中学已经学过，本章主要是复习和巩固函数的一些基础知识.

第一节　函数的概念

为了研究问题的方便，首先来介绍高等数学中经常需要用到的几个基本概念.

一、集合、区间和邻域

(一) 集合

集合概念是数学中的一个最基本的概念，一般可以把**集合**(简称**集**) 理解为具有某种特定性质的事物的总体. 例如，某学校全体师生组成的一个集合；某学校某个班级的全体同学组成的一个集合；全体实数组成的一个集合；全体正整数组成的一个集合等. 集合中的每个事物称为集合的**元素**(简称**元**). 习惯上用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 表示集合，用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 表示集合的元素. 如果元素 a 是集合 A 中的元素，记作 $a\in A$(读作 a 属于 A)；如果元素 a 不是集合 A 中的元素，记作 $a\notin A$(读作 a 不属于 A).

如果一个集合只含有有限个元素，那么称这个集合为有限集；不是有限集的集合称为无限集. 例如，全体英文字母组成的一个集合是有限集，全体整数组成的集合是无限集.

给定一个集合，就是给出这个集合有哪些元素组成，给出集合的方法通常有两种：列举法和描述法.

列举法就是把集合中的所有元素都列举出来写在大括号内. 例如，由 1,2,3,4,5,6,7,8 八个数组成的集合 A 可记作

$$A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$

描述法就是把集合中所有元素的公共属性描述出来，记作

$$A=\{x\mid x\text{ 具有性质 }P\}$$

例如，

$$A=\{x\mid 0<x<6\}$$

表示满足不等式 $0<x<6$ 的实数.

$$B = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leqslant 4\}$$

表示在 xOy 平面上以原点 O 为中心，半径为 2 的圆周及其内部所有点所组成的集合.

习惯上，全体实数组成的集合记作 $\mathbf{R}$，即 $\mathbf{R} = \{x \mid x$ 为实数$\}$；全体有理数组成的集合记作 $\mathbf{Q}$，即 $\mathbf{Q} = \{x \mid x$ 为有理数$\}$；全体整数组成的集合记作 $\mathbf{Z}$，即 $\mathbf{Z} = \{x \mid x$ 为整数$\}$；全体自然数组成的集合记作 $\mathbf{N}$，即 $\mathbf{N} = \{x \mid x$ 为自然数$\}$.

设 A,B 是两个集合，如果集合 A 中的元素都是集合 B 中的元素，则称集合 A 是集合 B 的子集，记作

$$A \subset B(\text{读作 } A \text{ 包含于 } B) \quad \text{或} \quad B \supset A(\text{读作 } B \text{ 包含 } A)$$

如果集合 B 与集合 A 互为子集，即 $A \subset B$ 且 $B \subset A$，则称集合 B 与集合 A 相等，记作

$$A = B$$

例如，集合 $A = \{2,3\}$，集合 $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$，则 $A = B$.

特别地，不包含任何元素的集合称为空集，记作 $\varnothing$. 并规定空集是任何集合的子集.

例如，$\{x \mid x^2 + 1 = 0$ 且 $x \in \mathbf{R}\}$ 是空集，因为满足条件 $x^2 + 1 = 0$ 的实数是不存在的.

注意 以后用到的集合主要指数集，即元素都是数的集合. 如果没有特别声明，以后提到的数都是指实数.

集合的基本运算有以下几种：并、交、差.

设 A,B 是两个集合，由所有属于 A 或者属于 B 的元素组成的集合，称为 A 与 B 的**并集**(简称**并**)，记作 $A \cup B$，即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$$

由所有既属于 A 又属于 B 的元素组成的集合，称为 A 与 B 的**交集**(简称**交**)，记作 $A \cap B$，即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}$$

由所有属于 A 而不属于 B 的元素组成的集合，称为 A 与 B 的**差集**(简称**差**)，记作 $A\backslash B$，即

$$A\backslash B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$$

特别地，若集合 B 包含于集合 A(即 $B \subset A$)，则称 $A\backslash B$ 为 B 关于 A 的**余集**，或称为**补集**，记作 $C_A B$. 通常我们所讨论的问题是在一个大集合 I 中进行，所研究的其他集合 A 都是 I 的子集，此时称 $I\backslash A$ 为 A 的余集，记作 $C_I A$ 或 A^C.

例如，在实数集 $\mathbf{R}$ 中，集合 $A = \{x \mid -3 \leqslant x \leqslant 5\}$ 的余集为

$$A^C = \{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$$

集合的并、交、余运算满足下面的基本法则.

设 A,B,C 为三个任意集合，则下列法则成立：

(1) 交换律 $A \cup B = B \cup A$，$A \cap B = B \cap A$

(2) 结合律 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

(3) 分配律 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$
$$(A \backslash B) \cap C = (A \cap C) \backslash (B \cap C)$$

(4) 幂等律　$A \cup A = A$，　$A \cap A = A$

(5) 吸收律　$A \cup \varnothing = A$，　$A \cap \varnothing = \varnothing$

$A \cup B = B$，　$A \cap B = A$，其中 $A \subset B$

$A \cup (A \cap B) = A$，　$A \cap (A \cup B) = A$

(6) 对偶律　$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$

$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$

以上法则都可以利用集合的定义来验证.

在许多问题中还经常用到乘积集合的概念. 设 A,B 是任意两个非空集合，在集合 A 中任意取一个元素 x，在集合 B 中任意取一个元素 y，把有序对 (x,y) 作为新的元素，它们的全体组成的集合称为集合 A 与集合 B 的直积，记作 $A \times B$，即

$$A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \text{ 且 } y \in B\}$$

例如，设 $A = \{x \mid a < x < b\}$，$B = \{y \mid c < y < d\}$，则

$$A \times B = \{(x,y) \mid a < x < b, c < y < d\}$$

它表示 xOy 平面上以 (a,c)，(b,c)，(b,d)，(a,d) 为顶点的矩形内部的所有点构成的集合，而 $\mathbf{R} \times \mathbf{R} = \{(x,y) \mid x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 就表示整个坐标平面，记作 $\mathbf{R}^2$.

(二) 区间

在很多情况下，集合可以用区间来表示. 设 a 和 b 都是实数，且 $a < b$，集合 $\{x \mid a < x < b\}$ 称为**开区间**，记作 (a,b)，即

$$(a,b) = \{x \mid a < x < b\}$$

它在数轴上表示点 a 与点 b 之间的线段，但不包括端点 a 及端点 b，如图 1－1 所示.

集合 $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 称为**闭区间**，记作 $[a,b]$，即

$$[a,b] = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$$

它在数轴上表示点 a 与点 b 之间的线段，包括两个端点，如图 1－2 所示.

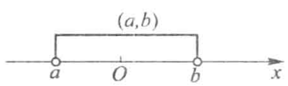

图　1－1

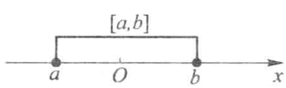

图　1－2

还有其他类似的区间：

集合 $\{x \mid a < x \leqslant b\}$ 记作 $(a,b]$，称为左开右闭区间，如图 1－3 所示.

集合 $\{x \mid a \leqslant x < b\}$ 记作 $[a,b)$，称为左闭右开区间，如图 1－4 所示.

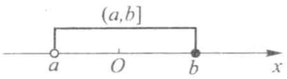

图 1-3

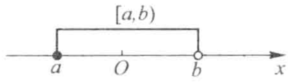

图 1-4

上述两个区间$(a,b]$和$[a,b)$统称为半开区间.

以上这些区间都称为有限区间,数$b-a$称为这些区间的长度.从数轴上看,这些有限区间是长度为有限的线段.

此外还有所谓无限区间,引进记号$+\infty$(读作正无穷大)及$-\infty$(读作负无穷大),则无限区间表示如下:

$(a,+\infty)=\{x \mid x>a\}$,如图 1-5 所示.$[a,+\infty)=\{x \mid x \geqslant a\}$,如图 1-6 所示.

$(-\infty,b)=\{x \mid x<b\}$,如图 1-7 所示.$(-\infty,b]=\{x \mid x \leqslant b\}$,如图 1-8 所示.

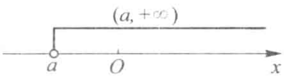

图 1-5

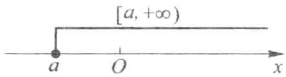

图 1-6

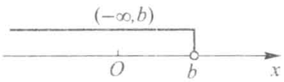

图 1-7

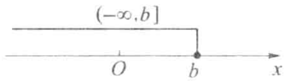

图 1-8

全体实数的集合$\mathbf{R}=(-\infty,+\infty)=\{x \mid x$ 为任意实数$\}$,它也是无限区间.

注意 以后在不需要辨明所讨论区间是否包含端点,以及是有限区间还是无限区间的问题时,就简单地称它为“区间”,且常用I来表示.

(三)邻域

设a与δ是两个实数且$\delta>0$,则称数集

$$\{x \mid |x-a|<\delta\}$$

或

$$\{x \mid a-\delta<x<a+\delta\}$$

为点a的δ**邻域**,记作$U(a,\delta)$,并称点a为该邻域的中心,δ为该邻域的半径.如图 1-9 所示.

因为$|x-a|$表示点x与点a间的距离,所以$U(a,\delta)$表示与点a距离小于δ的一切点x的全体.实际上,邻域就表示以点a为中心的任何开区间.

点a的δ邻域去掉中心点a后的集合,称为点a的去心δ邻域,记作$\mathring{U}(a,\delta)$,并且

$$\mathring{U}(a,\delta)=\{x \mid 0<|x-a|<\delta\}$$

其中$0<|x-a|$就表示$x \neq a$.

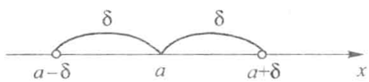

图 1-9

例如，点 0 的$\frac{1}{5}$邻域为$\{x \mid |x| < \frac{1}{5}\}$；点 2 的$\frac{1}{2}$去心邻域为$\{x \mid 0 < |x-2| < \frac{1}{2}\}$.

设 a 与 δ 是两个实数且 $\delta > 0$，则称数集

$$\{x \mid a < x < a+\delta\}$$

与

$$\{x \mid a-\delta < x < a\}$$

分别为点 a 的右 δ 邻域与点 a 的左 δ 邻域，分别记作 $U_+(a,\delta)$，$U_-(a,\delta)$.

例如，点 0 的右$\frac{1}{5}$邻域为$\{x \mid 0 < x < \frac{1}{5}\}$，点 0 的左$\frac{1}{5}$邻域为$\{x \mid -\frac{1}{5} < x < 0\}$.

思考　某个班级的所有高个子学生能用一个集合来表示吗？为什么？

二、函数的基本概念

在对自然现象与社会现象的观察与研究过程中，人们会碰到许多用来表示不同事物的量，通常可将它们分为两类：一类是在某个问题的研究过程中保持不变的量，称之为常量；一类是在某个问题的研究过程中会出现变化，即可以取不同的值的量，称之为变量.

例如，学校的体育馆的面积是保持不变的，是常量，而每天来体育馆打球的人数是不同的，因而是变量.

又如，将一密闭的容器中的气体进行加热，在加热过程中，容器中的气体的体积，分子数保持不变，是常量；而气体的温度、容器内的气压在不断变化，是变量.

在研究实际问题的过程中，常常发现有几个变量同时变化，它们并不是孤立的，它们不仅是相互联系的，而且还是遵循一定变化规律联系的，下面先举例说明两个变量的情形.

例 1　正方体的体积 V 与其边长 x 之间的关系由公式 $V = x^3$，这里 V 和 x 都是变量，当边长 x 变化时，其体积 V 也随之作相应的变化.

例 2　在自由落体运动中，设物体下落的时间为 t，下落的距离为 s，如果取开始下落的时刻 $t=0$，那么 s 和 t 之间的依赖关系由公式

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad (g\text{ 为重力加速度})$$

表示，若物体到达地面的时刻 $t = T$，则在时间区间$[0,T]$上任取一个数值时，由上面的公式都可以确定出 s 的对应值.

例 3　设某产品的固定成本为 100 万元，每生产 100 件成本就增加 4 万元，已知该商品市场前景看好，即产品可以全部销售出去，又知其需求量函数为 $q = 200-2p$(其中 p 表示销售单价). 显然，总成本为

$$C(q) = 100 + 4q$$

总收益为

$$R(q) = pq = \frac{1}{2}(200-q)q = 100q - \frac{1}{2}q^2$$

因此,总利润为

$$L(q) = R(q) - C(q) = 100q - \frac{1}{2}q^2 - (100 + 4q) = -\frac{1}{2}q^2 + 96q - 100$$

即总利润是随需求量的变化而变化的.

上面三个例子的实际意义虽然不同,但却有共同之处,每个例子所描述的变化过程都有两个变量,当其中一个变量在一定变化范围内取定一个数值时,按照某一确定的法则,另一个变量有唯一确定的数值与之对应.两个变量之间的这种对应关系,在数学上就是函数的概念.

定义 1 设 D 为一个给定的实数集,对于每个 $x \in D$,按照某种对应法则 f,总存在唯一确定的实数值 y 与之对应,则称 f 为定义在 D 上的一个**函数**,习惯上也称 y 是 x 的函数,并记作

$$y = f(x), \quad x \in D$$

其中 x 称为**自变量**,y 称为**因变量**,实数集 D 称为这个函数 f 的**定义域**.

函数定义中,对于每个 $x \in D$,按照某种对应法则 f,总存在唯一确定的实数值 y 与之对应,这个实数值 y 称为函数 f 在 x 处的函数值,记作 $f(x)$,即 $y = f(x)$.当 x 遍取实数集 D 的每个数值时,对应的函数值的全体组成的数集

$$W = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数 f 的**值域**.

值得注意的是记号 f 和 $f(x)$ 的含义是有区别的,f 表示自变量 x 和因变量 y 之间的对应法则,而 $f(x)$ 表示与自变量 x 对应的函数值.

如果 $x_0 \in D$,则称函数 f 在点 x_0 处有定义或有意义;如果 $x_0 \notin D$,则称函数 f 在点 x_0 处无定义或无意义.当 $x = x_0$ 时,函数 f 的值为 y_0,记为 $y_0 = f(x_0)$.如果函数在某个区间 I 上每一点都有定义,就说这个函数在该区间 I 上有定义.

如果 y 是 x 的函数,有时也可记为 $y = g(x)$,$y = F(x)$,$y = \varphi(x)$ 或 $y = y(x)$ 等.当讨论到几个不同的函数时,为了区别起见,需要用不同的记号来表示它们.

由于函数的定义域和对应法则被确定后,其值域就随之而定,因此定义域和对应法则就成了函数的两个要素.如果两个函数的定义域和对应法则都相同,则称这两个函数相同,否则就不同.

例 4 函数 $y = x^3$ 与 $y = t^3$,它们的定义域为实数集 $\mathbf{R}$,且其对应法则都是"自变量的三次方",因此,虽然表示变量的字母不同,但它们仍然是两个相同的函数.可是对于函数 $y = \frac{1}{x+2}$ 与 $y = \frac{x}{x^2 + 2x}$,由于它们的定义域不同,所以它们是两个不同的函数.对于函数 $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$ 有相同的定义域,但当 $x < 0$ 时,两个函数的对应法则不同,所以它们也是两个不同的函数.

在研究函数时必须注意它的定义域.在实际问题中,函数的定义域是根据问题的实际意义来确定的.如例 1 中定义域为 $D = (0, +\infty)$,例 2 中定义域为 $D = [0, T]$,例 3 中定义域为

$D = [0,200)$.

在数学中，有时不考虑函数的实际意义，而抽象地研究用算式表达的函数，这时约定函数的定义域就是使得这个式子的运算有意义的所有实数值. 这种定义域又称为函数的自然定义域.

通常情况下，求函数定义域时要注意以下几点：

(1) 分式中分母不能为零；

(2) 偶次根式中，被开方式的值非负；

(3) 对数式中的真数大于零，底数大于零且不等于 1.

例 5　求函数 $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{9-x}}$ 的定义域 .

解　要使 $f(x)$ 有意义，必须使 $9-x>0$，即 $x<9$. 所以函数 $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{9-x}}$ 的定义域为 $\{x \mid x<9\}$.

例 6　求函数 $y = \lg\dfrac{x}{x-2}$ 的定义域.

解　要使函数 $f(x)$ 有意义，只有 $\dfrac{x}{x-2}>0$，即 $x>2$ 或 $x<0$. 所以函数 $y=\lg\dfrac{x}{x-2}$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$.

一般情况下，表示函数的方法主要有三种：表格法、图形法、解析法（公式法）.

用图形法表示函数是基于函数图形的概念，即坐标平面上的点集

$$\{(x,y) \mid y = f(x), x\in D\}$$

称为函数 $y=f(x), x\in D$ 的图形.

在用解析法表示函数时，有些函数在整个定义域范围内，可以用一个数学式子表示，但有些函数在其定义域的不同部分用不同数学式子才能表示，这类函数我们称之为分段函数. 值得注意的是，分段函数的定义域是几个不相交的子定义域的并集. 求分段函数值时，应该把自变量的值代入相应的取值范围的式子中进行计算.

例如，函数 $y=\begin{cases}-x+1, & 0\leqslant x<1\\ -x-1, & -1\leqslant x<0\end{cases}$ 是一个分段函数，其定义域为 $\{x \mid -1\leqslant x<1\}$.

当 $x=\dfrac{1}{2}$ 时，　$f(\dfrac{1}{2}) = -\dfrac{1}{2}+1 = \dfrac{1}{2}$；

当 $x=-\dfrac{1}{2}$ 时，　$f(-\dfrac{1}{2}) = -(-\dfrac{1}{2})-1 = -\dfrac{1}{2}$.

下面举几个函数的例子.

例 7　函数 $y=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0\\ -x, & x<0\end{cases}$ 称为绝对值函数，它的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，值域