

【库量精选，练一会十，高效学习必备】



2010 新编

高考题库

杜志建 主编

数 学

直线、平面、简单几何体

延边教育出版社



【库量精选，练一会十，高效学习必备】



2010 新编

高考题库

杜志建 主编

数 学

直线、平面、简单几何体

延边教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

新编高考题库. 数学. 直线、平面、简单几何体/杜志建主编. —延吉:延边教育出版社,2009.6
ISBN 978-7-5437-7922-8

I. 新… II. 杜… III. 数学课—高中—习题—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 099644 号

新编高考题库

主 编:杜志建
责任编辑:严今石
出版发行:延边教育出版社
社 址:吉林省延吉市友谊路 363 号
邮 编:133000
网 址:<http://www.ybep.com.cn>
电 话:0433—2913940
0371—68698015
传 真:0433—2913964
印 刷:河南省瑞光印务股份有限公司
开 本:890 毫米×1240 毫米 1/16
印 张:10.0
字 数:180 千字
版 次:2009 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
书 号:ISBN 978-7-5437-7922-8
定 价:13.80 元
法律顾问:北京陈鹰律师事务所(010-64970501)

延边教育出版社图书,版权所有,侵权必究。印装问题可随时退换。

领悟

我的一个挚友的伯父，善吹奏笛子，曾做过笛子演奏家林乐平的老师，我由朋友带着专门去拜访过他两次。

一日去的路上偶遇卖竹笛的，顺手挑了一支，请老人鉴赏。

老人仔细看过，随手放下，说：“这是支没用的。”

“为什么？”我很奇怪，拿过来重新审视，并没觉得有何不妥的地方。

老人吹了吹热茶，“这是用当年竹做的笛，经不起吹。”

我知道这里头一定有学问，连忙请教他。

老人告诉我：“凡用来制笛的竹子，都须是经年历冬的竹子。因为冬季气温骤降，竹子原先散漫的成长受到阻碍，竹子的质地霜冻雪侵中历练得更紧密结实；而一年生的竹子没有越冬，虽然看起来长得不错，只要用来制笛子，音色上就会差很多，而且不久就会产生裂痕，还经常有虫蛀现象。”

我把这支没用的竹笛带回了家，一边玩一边回味着老人的话，忽然想起了多年前认识的一位老花木工人。

他擅长培植菊花，经他的手侍弄的菊花又大又艳，而且清香扑鼻。他常把菊花放在露天处冻一冻，他说这是他的育花诀窍。温室里的菊花大而艳，可是空有其形，不香；只有经过深秋霜冻的菊花才会生出那种独有的香气。

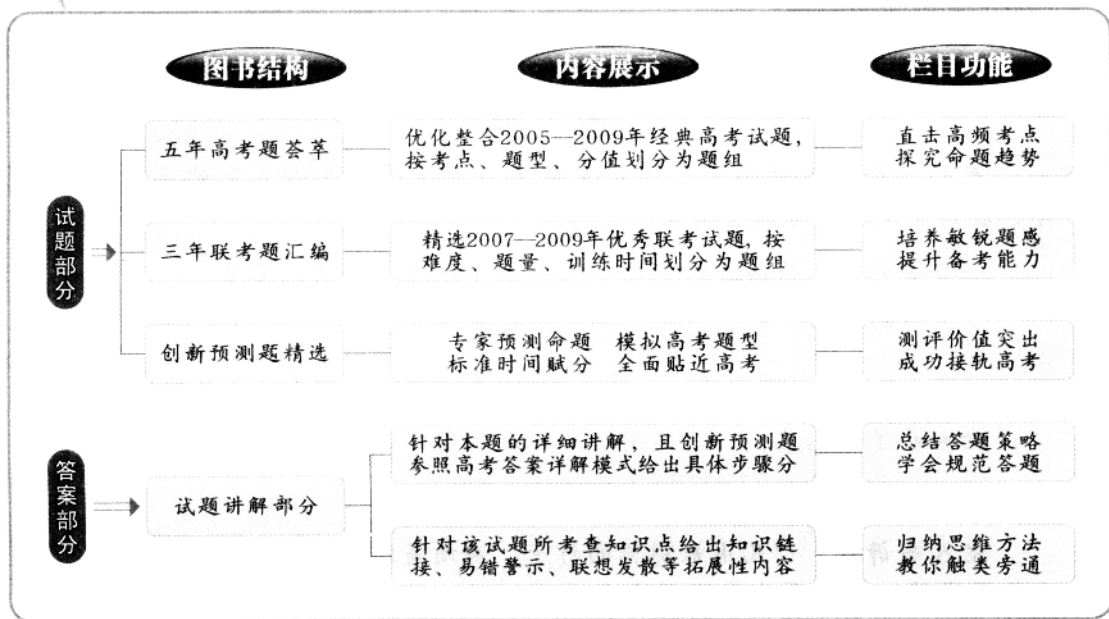
我又想起了一名菜农说过，卷心菜、茼蒿、白萝卜等许多蔬菜都有一个脾性，只有打过霜之后，才会有一种清甜的味道，才更好吃。看来，植物有着惊人的相似之处：雪侵霜冻而后成才。

生活的风雨和暗礁也许会将你摔得几乎粉身碎骨，但只要坚强地面对，你就会变得更加成熟。



图书使用指南

TUSHUSHIYONGZHINAN



适用范围

- 1 高三有劣势科目的学生（可以针对自己的劣势科目选择相应分册）
- 2 想让自己优势学科更优秀的学生
- 3 高一、高二学有余力的学生
- 4 想通过做题提高应试能力的学生

使用方法（建议如下使用）

- 1 根据自己的学习情况，每天做1—2个题组，加深对该知识点的记忆。
- 2 根据自己的复习情况，每天做1个题组，对自己进行测试，明白自己有哪些知识没有掌握好及做题速度是否符合高考要求。
- 3 根据自己做题组的情况来总结自己的易错点，结合答案中给出的详解详析及知识链接、方法技巧等及时查漏补缺，将知识与做题有效结合。
- 4 根据高考题分值，了解相关知识点在高考中所占比重，让学习和复习更有针对性。

预期结果

- 1 分考点分板块各个击破
- 2 让优势学科更优秀，成为自己高考中的强项
- 3 迅速提升劣势学科，突破高考瓶颈

目录

CONTENTS

第一章 空间直线和平面	1	(答案 61)
第一节 空间直线、平面	1	(答案 61)
第一部分 五年高考题荟萃	1	(答案 61)
第二部分 三年联考题汇编	5	(答案 64)
第三部分 创新预测题精选	8	(答案 65)
第二节 空间角和空间距离	9	(答案 66)
第一部分 五年高考题荟萃	9	(答案 66)
第二部分 三年联考题汇编	26	(答案 97)
第三部分 创新预测题精选	45	(答案 128)
第二章 简单几何体	49	(答案 133)
第一节 棱柱与棱锥	49	(答案 133)
第一部分 五年高考题荟萃	49	(答案 133)
第二部分 三年联考题汇编	52	(答案 136)
第三部分 创新预测题精选	54	(答案 138)
第二节 多面体和球	55	(答案 140)
第一部分 五年高考题荟萃	55	(答案 140)
第二部分 三年联考题汇编	58	(答案 143)
第三部分 创新预测题精选	60	(答案 145)



第一章 空间直线和平面

第一节 空间直线、平面

第一部分 五年高考题荟萃

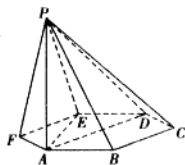
2009年高考题

考点题组一 平面及其基本性质

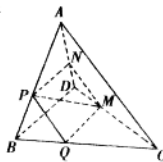
1. (湖南, 5分) 平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 既与 AB 共面也与 CC_1 共面的棱的条数为
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

考点题组二 直线、平面的位置关系

2. (四川, 5分) 如图, 已知六棱锥 $P-ABCDEF$ 的底面是正六边形, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA = 2AB$, 则下列结论正确的是
A. $PB \perp AD$
B. 平面 $PAB \perp$ 平面 PBC
C. 直线 $BC \parallel$ 平面 PAE
D. 直线 PD 与平面 ABC 所成的角为 45°



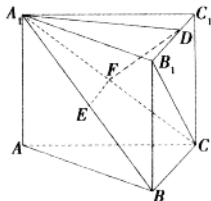
3. (江西, 5分) 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, 若截面 $PQMN$ 是正方形, 则在下列命题中, 错误的为
A. $AC \perp BD$
B. $AC \parallel$ 截面 $PQMN$
C. $AC = BD$
D. 异面直线 PM 与 BD 所成的角为 45°



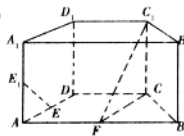
4. (重庆, 5分) 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 50° , P 为空间中任意一点, 则过点 P 且与平面 α 和平面 β 所成的角都是 25° 的直线的条数为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
5. (湖南, 5分) 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱上到异面直线 AB, CC_1 的距离相等的点的个数为
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. (江苏, 14分) 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, E, F 分别是 A_1B, A_1C 的中点, 点 D 在 B_1C_1 上, $A_1D \perp B_1C_1$. 求证:

- (1) $EF \parallel$ 平面 ABC ;
(2) 平面 $A_1FD \perp$ 平面 BB_1C_1C .



7. (山东, 12分) 如图, 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为等腰梯形, $AB \parallel CD$, $AB = 4$, $BC = CD = 2$, $AA_1 = 2$, E, E_1 分别是棱 AD, AA_1 的中点.



- (I) 设 F 是棱 AB 的中点, 证明: 直线 $EE_1 \parallel$ 平面 FCC_1 ;
(II) 证明: 平面 $D_1AC \perp$ 平面 BB_1C_1C .

2005—2008年高考试题

考点题组 直线、平面的位置关系

1. (2008 天津, 5 分) 设 a, b 是两条直线, α, β 是两个平面, 则 $a \perp b$ 的一个充分条件是
- A. $a \perp \alpha, b \parallel \beta, \alpha \perp \beta$ B. $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \parallel \beta$
C. $a \subset \alpha, b \perp \beta, \alpha \parallel \beta$ D. $a \subset \alpha, b \parallel \beta, \alpha \perp \beta$
2. (2008 安徽, 5 分) 已知 m, n 是两条不同直线, α, β, γ 是三个不同平面, 下列命题中正确的是
- A. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$
B. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$
C. 若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
D. 若 $m \perp \alpha, n \perp \alpha$, 则 $m \parallel n$
3. (2008 江西, 5 分) (文) 设直线 m 与平面 α 相交但不垂直, 则下列说法中正确的是
- A. 在平面 α 内有且只有一条直线与直线 m 垂直
B. 过直线 m 有且只有一个平面与平面 α 垂直
C. 与直线 m 垂直的直线不可能与平面 α 平行
D. 与直线 m 平行的平面不可能与平面 α 垂直
4. (2008 湖南, 5 分) (理) 设有直线 m, n 和平面 α, β . 下列四个命题中, 正确的是
- A. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$
B. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
C. 若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha$, 则 $m \perp \beta$
D. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \beta, m \not\subset \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$
- (文) 已知直线 m, n 和平面 α, β 满足 $m \perp n, m \perp \alpha, \alpha \perp \beta$, 则
- A. $n \perp \beta$ B. $n \parallel \beta$ 或 $n \subset \beta$
C. $n \perp \alpha$ D. $n \parallel \alpha$ 或 $n \subset \alpha$
5. (2008 辽宁, 5 分) 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为棱 AA_1, CC_1 的中点, 则在空间中与三条直线 A_1D_1, EF, CD 都相交的直线
- A. 不存在 B. 有且只有两条
C. 有且只有三条 D. 有无数条
6. (2008 宁夏、海南, 5 分) (文) 已知平面 $\alpha \perp$ 平面 $\beta, \alpha \cap \beta = l$, 点 $A \in \alpha, A \notin l$, 直线 $AB \parallel l$, 直线 $AC \perp l$, 直线 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 则下列四种位置关系中, 不一定成立的是
- A. $AB \parallel m$ B. $AC \perp m$ C. $AB \parallel \beta$ D. $AC \perp \beta$
7. (2007 北京, 5 分) 平面 $\alpha \parallel$ 平面 β 的一个充分条件是
- A. 存在一条直线 $a, a \parallel \alpha, a \parallel \beta$
B. 存在一条直线 $a, a \subset \alpha, a \parallel \beta$
C. 存在两条平行直线 $a, b, a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel \beta, b \parallel \alpha$
D. 存在两条异面直线 $a, b, a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel \beta, b \parallel \alpha$
8. (2007 天津, 5 分) 设 a, b 为两条直线, α, β 为两个平面. 下列四个命题中, 正确的命题是
- A. 若 a, b 与 α 所成的角相等, 则 $a \parallel b$
B. 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $a \parallel b$
C. 若 $a \subset \alpha, b \subset \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $a \parallel b$

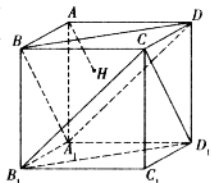
D. 若 $a \perp \alpha, b \perp \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $a \perp b$

9. (2007 安徽, 5 分) 设 l, m, n 均为直线, 其中 m, n 在平面 α 内, 则“ $l \perp \alpha$ ”是“ $l \perp m$ 且 $l \perp n$ ”的

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

10. (2007 江西, 5 分) (理) 如图, 正方体 AC_1 的棱长为 1, 过点 A 作平面 A_1BD 的垂线, 垂足为点 H , 则以下命题中, 错误的命题是

A. 点 H 是 $\triangle A_1BD$ 的垂心
B. AH 垂直平面 CB_1D_1
C. AH 的延长线经过点 C_1
D. 直线 AH 和 BB_1 所成的角为 45°



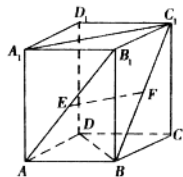
11. (2007 湖北, 5 分) (理) 平面 α 外有两条直线 m 和 n , 如果 m 和 n 在平面 α 内的射影分别是 m' 和 n' , 给出下列四个命题: ① $m' \perp n' \Rightarrow m \perp n$; ② $m \perp n \Rightarrow m' \perp n'$; ③ m' 与 n' 相交 $\Rightarrow m$ 与 n 相交或重合; ④ m' 与 n' 平行 $\Rightarrow m$ 与 n 平行或重合.

其中不正确的命题个数是

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

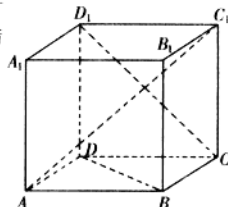
12. (2007 湖南, 5 分) (文) 如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 AB_1, BC_1 的中点, 则以下结论中不成立的是

A. EF 与 BB_1 垂直
B. EF 与 BD 垂直
C. EF 与 CD 异面
D. EF 与 A_1C_1 异面



13. (2007 四川, 5 分) 如图, $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体, 下面结论错误的是

A. $BD \parallel$ 平面 CB_1D_1
B. $AC_1 \perp BD$
C. $AC_1 \perp$ 平面 CB_1D_1
D. 异面直线 AD 与 CB_1 所成的角为 60°



14. (2007 重庆, 5 分) (理) 若三个平面两两相交, 且三条交线互相平行, 则这三个平面把空间分成

A. 5 部分 B. 6 部分 C. 7 部分 D. 8 部分

(文) 垂直于同一平面的两条直线

A. 平行 B. 垂直 C. 相交 D. 异面

15. (2007 浙江, 5 分) 若 P 是两条异面直线 l, m 外的任意一点, 则

A. 过点 P 有且仅有一条直线与 l, m 都平行
B. 过点 P 有且仅有一条直线与 l, m 都垂直
C. 过点 P 有且仅有一条直线与 l, m 都相交
D. 过点 P 有且仅有一条直线与 l, m 都异面

16. (2007 福建, 5 分) 已知 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列命题中正确的是
- A. $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m // \beta, n // \beta \Rightarrow \alpha // \beta$
 B. $\alpha // \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta \Rightarrow m // n$
 C. $m \perp \alpha, m \perp n \Rightarrow n // \alpha$
 D. $n // m, n \perp \alpha \Rightarrow m \perp \alpha$
17. (2007 辽宁, 5 分) 若 m, n 是两条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 则下列命题中的真命题是
- A. 若 $m \subset \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp \alpha$
 B. 若 $\alpha \cap \gamma = m, \beta \cap \gamma = n, m // n$, 则 $\alpha // \beta$
 C. 若 $m \perp \beta, m // \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$
 D. 若 $\alpha \perp \gamma, \alpha \perp \beta$, 则 $\beta \perp \gamma$
18. (2007 江苏, 5 分) 已知两条直线 m, n , 两个平面 α, β . 给出下面四个命题:
- ① $m // n, m \perp \alpha \Rightarrow n \perp \alpha$;
 ② $\alpha // \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta \Rightarrow m // n$;
 ③ $m // n, m // \alpha \Rightarrow n // \alpha$;
 ④ $\alpha // \beta, m // n, m \perp \alpha \Rightarrow n \perp \beta$.
- 其中正确命题的序号是
- A. ①③ B. ②④ C. ①④ D. ②③
19. (2007 广东, 5 分) (文) 若 l, m, n 是互不相同的空间直线, α, β 是不重合的平面, 则下列命题中为真命题的是
- A. 若 $\alpha // \beta, l \subset \alpha, n \subset \beta$, 则 $l // n$
 B. 若 $\alpha \perp \beta, l \subset \alpha$, 则 $l \perp \beta$
 C. 若 $l \perp n, m \perp n$, 则 $l // m$
 D. 若 $l \perp \alpha, l // \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
20. (2006 上海, 4 分) (文) 如果一条直线与一个平面垂直, 那么, 称此直线与平面构成一个“正交线面对”, 在一个正方体中, 由两个顶点确定的直线与含有四个顶点的平面构成的“正交线面对”的个数是
- A. 48 B. 18 C. 24 D. 36
21. (2006 北京, 5 分) (理) 平面 α 的斜线 AB 交 α 于点 B , 过定点 A 的动直线 l 与 AB 垂直, 且交 α 于点 C , 则动点 C 的轨迹是
- A. 一条直线 B. 一个圆
 C. 一个椭圆 D. 双曲线的一支
- (文) 设 A, B, C, D 是空间四个不同的点, 在下列命题中, 不正确的是
- A. 若 AC 与 BD 共面, 则 AD 与 BC 共面
 B. 若 AC 与 BD 是异面直线, 则 AD 与 BC 是异面直线
 C. 若 $AB = AC, DB = DC$, 则 $AD = BC$
 D. 若 $AB = AC, DB = DC$, 则 $AD \perp BC$
22. (2006 湖南, 5 分) (理) 过平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 任意两条棱的中点作直线, 其中与平面 DBB_1D_1 平行的直线共有
- A. 4 条 B. 6 条 C. 8 条 D. 12 条
23. (2006 湖北, 5 分) 关于直线 m, n 与平面 α, β , 有下列四个命题:
- ① 若 $m // \alpha, n // \beta$ 且 $\alpha // \beta$, 则 $m // n$;
 ② 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$;
 ③ 若 $m \perp \alpha, n // \beta$ 且 $\alpha // \beta$, 则 $m \perp n$;
 ④ 若 $m // \alpha, n \perp \beta$ 且 $\alpha \perp \beta$, 则 $m // n$.
- 其中真命题的序号是
- A. ①② B. ③④ C. ①④ D. ②③
24. (2006 天津, 5 分) (理) 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面. 考查下列命题, 其中正确的命题是
- A. $m \perp \alpha, n \subset \beta, m \perp n \Rightarrow \alpha \perp \beta$
 B. $\alpha // \beta, m \perp \alpha, n // \beta \Rightarrow m \perp n$
 C. $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha, n // \beta \Rightarrow m \perp n$
 D. $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = m, n \perp m \Rightarrow n \perp \beta$
- (文) 若 l 为一条直线, α, β, γ 为三个互不重合的平面, 给出下面三个命题:
- ① $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma \Rightarrow \alpha \perp \beta$; ② $\alpha \perp \gamma, \beta // \gamma \Rightarrow \alpha \perp \beta$; ③ $l // \alpha, l \perp \beta \Rightarrow \alpha \perp \beta$. 其中正确的命题有
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
25. (2006 福建, 5 分) 对于平面 α 和共面的直线 m, n , 下列命题中真命题是
- A. 若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n // \alpha$
 B. 若 $m // \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$
 C. 若 $m \subset \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$
 D. 若 m, n 与 α 所成的角相等, 则 $m // n$
26. (2005 湖北, 5 分) (文) 已知 a, b, c 是直线, β 是平面, 给出下列命题:
- ① 若 $a \perp b, b \perp c$, 则 $a // c$;
 ② 若 $a // b, b \perp c$, 则 $a \perp c$;
 ③ 若 $a // b, b \subset \beta$, 则 $a // \beta$;
 ④ 若 a 与 b 异面, 且 $a // \beta$, 则 b 与 β 相交;
 ⑤ 若 a 与 b 异面, 则至多有一条直线与 a, b 都垂直.
- 其中真命题的个数是
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
27. (2005 福建, 5 分) 已知直线 m, n 与平面 α, β , 给出下列三个命题:
- ① 若 $m // \alpha, n // \alpha$, 则 $m // n$;
 ② 若 $m // \alpha, n \perp \alpha$, 则 $n \perp m$;
 ③ 若 $m \perp \alpha, m // \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$.
- 其中真命题的个数是
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
28. (2005 浙江, 5 分) 设 α, β 为两个不同的平面, l, m 为两条不同的直线, 且 $l \subset \alpha, m \subset \beta$. 有如下两个命题:
- ① 若 $\alpha // \beta$, 则 $l // m$; ② 若 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$. 那么
- A. ①是真命题, ②是假命题
 B. ①是假命题, ②是真命题
 C. ①②都是真命题
 D. ①②都是假命题
29. (2007 安徽, 4 分) (理) 在正方体上任意选择 4 个顶点, 它们可能是如下各种几何形体的 4 个顶点, 这些几何形体是_____

_____. (写出所有正确结论的编号)

①矩形;②不是矩形的平行四边形;③有三个面为等腰直角三角形,另一个面为等边三角形的四面体;④每个面都是等边三角形的四面体;⑤每个面都是直角三角形的四面体.

30. (2005 全国 I, 4 分) 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, 过对角线 BD' 的一个平面交 AA' 于 E , 交 CC' 于 F , 则

- ①四边形 $BFD'E$ 一定是平行四边形;
②四边形 $BFD'E$ 有可能是正方形;
③四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 内的射影一定是正方形;
④平面 $BFD'E$ 有可能垂直于平面 $BB'D$.

以上结论正确的为 _____. (写出所有正确结论的编号)

31. (2008 四川, 5 分) 直线 $l \subset$ 平面 α , 经过 α 外一点 A 与 l, α 都成 30° 角的直线有且只有

- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

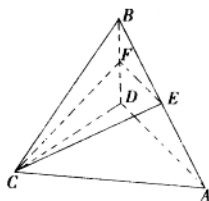
32. (2008 浙江, 5 分) (文) 对于两条不相交的空间直线 a 与 b , 必存在平面 α , 使得

- A. $a \subset \alpha, b \subset \alpha$ B. $a \subset \alpha, b // \alpha$
C. $a \perp \alpha, b \perp \alpha$ D. $a \subset \alpha, b \perp \alpha$

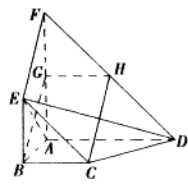
33. (2007 上海, 4 分) (理) 在平面上, 两条直线的位置关系有相交、平行、重合三种. 已知 α, β 是两个相交平面, 空间两条直线 l_1, l_2 在 α 上的射影是直线 s_1, s_2 , l_1, l_2 在 β 上的射影是直线 t_1, t_2 . 用 s_1 与 s_2, t_1 与 t_2 的位置关系, 写出一个总能确定 l_1 与 l_2 是异面直线的充分条件: _____.

34. (2008 江苏, 14 分) 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $CB = CD, AD \perp BD$, 点 E, F 分别是 AB, BD 的中点, 求证:

- (I) 直线 $EF //$ 平面 ACD ;
(II) 平面 $EFC \perp$ 平面 BCD .



35. (2008 四川, 12 分) (文) 如图, 平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABEF$ 与 $ABCD$ 都是直角梯形, $\angle BAD = \angle FAB = 90^\circ, BC \parallel \frac{1}{2} AD, BE \parallel \frac{1}{2} FA, G, H$ 分别为 FA, FD 的中点.



- (I) 证明: 四边形 $BCHG$ 是平行四边形;
(II) C, D, F, E 四点是否共面? 为什么?
(III) 设 $AB = BE$, 证明: 平面 $ADE \perp$ 平面 CDE .

第二部分 三年联考题汇编

2009年联考题

训练题组

难度:★★★

时间:30分钟

训练日:

1. (衡阳第一次联考) 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $B_1C_1 = A_1C_1$, $AC_1 \perp A_1B$, M, N 分别为 A_1B_1, AB 的中点, 给出下列结论:

① $C_1M \perp$ 面 A_1ABB_1 ; ② $A_1B \perp AM$; ③ 面 $AMC_1 \parallel$ 面 CNB_1 .

其中正确的结论的个数为

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. (衡阳第一次联考) 已知直线 l_1, l_2 与平面 α , 则下列结论正确的是

A. 若 $l_1 \subset \alpha, l_2 \cap \alpha = A$, 则 l_1, l_2 为异面直线

B. 若 $l_1 \parallel l_2, l_1 \parallel \alpha$, 则 $l_2 \parallel \alpha$

C. 若 $l_1 \perp l_2, l_1 \perp \alpha$, 则 $l_2 \parallel \alpha$

D. 若 $l_1 \perp \alpha, l_2 \perp \alpha$, 则 $l_1 \parallel l_2$

3. (成都第一次诊断) 已知 m, n 是两条不重合的直线, α, β 是两个不重合的平面, 下列命题中正确的是

A. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$

B. 若 $m \parallel n, n \subset \alpha, m \not\subset \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$

C. 若 $\alpha \perp \beta, m \perp \alpha$, 则 $m \parallel \beta$

D. 若 $m \perp \alpha, n \subset \beta, m \perp n$, 则 $\alpha \perp \beta$

4. (西安八校第一次联考) 若 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 则下列命题中不正确的是

A. 若 $\alpha \parallel \beta, m \perp \alpha$, 则 $m \perp \beta$

B. 若 $m \parallel n, m \perp \alpha$, 则 $n \perp \alpha$

C. 若 $m \parallel \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

D. 若 $\alpha \cap \beta = m, n$ 与 α, β 所成的角相等, 则 $m \perp n$

5. (石家庄第一次质检) 若 a, b 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列命题中正确的是

A. 若 $a \parallel \alpha, b \parallel \alpha$, 则 $a \parallel b$

B. 若 $a \parallel \alpha, a \parallel b$, 则 $b \parallel \alpha$

C. 若 $a \parallel \alpha, a \subset \beta, \alpha \cap \beta = b$, 则 $a \parallel b$

D. 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = b, a \perp b$, 则 $a \perp \beta$

6. (北京西城区抽样) 已知 m 是平面 α 的一条斜线, 点 $A \notin \alpha, l$ 为过点 A 的一条动直线, 那么下列情形可能出现的是

A. $l \parallel m, l \perp \alpha$

B. $l \perp m, l \perp \alpha$

C. $l \perp m, l \parallel \alpha$

D. $l \parallel m, l \parallel \alpha$

7. (南昌第一次调研) 设 α, β, γ 是三个互不重合的平面, m, n 是两条不重合的直线, 给出下列命题:

① 若 $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \perp \gamma$; ② 若 $\alpha \parallel \beta, m \subset \beta$, 则 $m \parallel \alpha$; ③ 若 m, n 在 γ 内的射影互相垂直, 则 $m \perp n$; ④ 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta, \alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$.

其中正确命题的个数为

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

8. (西安八校第二次联考) 平面 $\alpha \perp$ 平面 β 的一个充分条件是

A. 存在一条直线 l , 使得 $l \perp \alpha, l \perp \beta$

B. 存在一个平面 γ , 使得 $\gamma \perp \alpha, \gamma \perp \beta$

C. 存在一个平面 γ , 使得 $\gamma \parallel \alpha, \gamma \parallel \beta$

D. 存在一条直线 l , 使得 $l \perp \alpha, l \parallel \beta$

9. (东北三校第一次联考) 已知 m, n 为直线, α, β 为平面, 给出下列命题:

① $\begin{cases} m \perp \alpha \\ m \perp n \end{cases} \Rightarrow n \parallel \alpha;$

② $\begin{cases} m \perp \beta \\ n \perp \beta \end{cases} \Rightarrow m \parallel n;$

③ $\begin{cases} m \perp \alpha \\ m \perp \beta \end{cases} \Rightarrow \alpha \parallel \beta;$

④ $\begin{cases} m \subset \alpha \\ n \perp \beta \Rightarrow m \parallel n. \\ \alpha \parallel \beta \end{cases}$

其中正确命题的序号是

A. ③④ B. ②③ C. ①② D. ①②③④

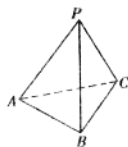
10. (东北三校第一次联考) 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ, PA = PB = PC$, 则下列说法正确的是

A. 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC

B. 平面 $PAB \perp$ 平面 PBC

C. $PB \perp$ 平面 ABC

D. $BC \perp$ 平面 PAB



11. (郑州第一次质检) 下列命题:

① 如果一个平面内有一条直线与另一个平面内的一条直线平行, 那么这两个平面平行; ② 如果一个平面内的两条直线分别平行于另一个平面, 那么这两个平面平行; ③ 平行于同一平面的两个不同平面相互平行; ④ 垂直于同一直线的两个不同平面相互平行. 其中的真命题是 _____. (把正确命题的序号全部填在横线上)

12. (黄冈3月质检) 如图是一几何体的平面展开图, 其中 $ABCD$ 为正方形, E, F 分别为 PA, PD 的中点. 在此几何体中, 给出下面四个结论:

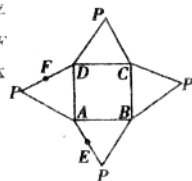
① 直线 BE 与直线 CF 异面;

② 直线 BE 与直线 AF 异面;

③ 直线 $EF \parallel$ 平面 PBC ;

④ 平面 $BCE \perp$ 平面 PAD .

其中正确的有 _____. 个.



☞ (答案详见 64 页)

训练
总结

1. (2008 北京海淀区期末) 设 m, n 是不同的直线, α, β, γ 是不同的平面, 有以下四个命题:

①若 $\alpha \parallel \beta, \alpha \parallel \gamma$, 则 $\beta \parallel \gamma$; ②若 $\alpha \perp \beta, m \parallel \alpha$, 则 $m \perp \beta$; ③若 $m \perp \alpha, m \parallel \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$; ④若 $m \parallel n, n \subset \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$.

其中真命题的序号是

- A. ①④ B. ②③ C. ②④ D. ①③

2. (2008 北京东城区目标检测) 已知两个不同的平面 α, β 和两条不重合的直线 m, n , 有下列四个命题:

①若 $m \parallel n, n \subset \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$; ②若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 且 $m \subset \beta, n \subset \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$; ③若 $m \parallel \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m \parallel n$; ④若 $\alpha \parallel \beta, m \subset \alpha$, 则 $m \parallel \beta$.

其中正确命题的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. (2008 成都第一次诊断) 如图, 直线 $PA \perp$ 圆 O 所在的平面, $\triangle ABC$ 内接于圆 O , 且 AB 为圆 O 的直径, 点 M 为线段 PB 的中点. 现有以下命题:

① $BC \perp PC$; ② $OM \parallel$ 平面 APC ; ③点 B 到平面 PAC 的距离等于线段 BC 的长.

其中真命题的个数为

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

4. (2008 武汉 2 月调研) 下面给出四个命题:

①直线 l 与平面 α 内两直线都垂直, 则 $l \perp \alpha$;
②经过直线 a 有且仅有一个平面垂直于直线 b ;
③过平面 α 外两点, 有且只有一个平面与 α 垂直;
④直线 l 同时垂直于平面 α, β , 则 $\alpha \parallel \beta$.

其中正确命题的个数为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. (2008 合肥第一次质检) 下面命题正确的是

A. 已知直线 l , 点 $A \in l$, 直线 $m \subset \alpha, A \notin m$, 则 l 与 m 异面
B. 已知直线 $m \subset \alpha$, 直线 $l \parallel m$, 则 $l \parallel \alpha$
C. 已知平面 α, β , 直线 $n \perp \alpha$, 直线 $n \perp \beta$, 则 $\beta \parallel \alpha$
D. 若直线 a, b 与 α 所成的角相等, 则 $a \parallel b$

6. (2008 湖北第二次联考) 对于不重合的两个平面 α, β , 给定下列条件:

①存在直线 l , 使 $l \perp \alpha, l \perp \beta$; ②存在平面 γ , 使 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$;
③ α 内有不共线三点到 β 的距离相等; ④存在异面直线 l, m , 使 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta, m \parallel \alpha, m \parallel \beta$.

其中可以判定 $\alpha \parallel \beta$ 的有

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

7. (2008 石家庄第一次质检) 已知 m, n 是两条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 则下列命题正确的是

A. 若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
B. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$
C. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$
D. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$

8. (2008 安徽“江南十校”素质测试) 已知直二面角 $\alpha - l - \beta$, 直线 $a \subset \alpha$, 直线 $b \subset \beta$, 且 a, b 与 l 均不垂直, 那么

A. a 与 b 可以垂直, 但不可以平行
B. a 与 b 可以垂直, 也可以平行
C. a 与 b 不可以垂直, 也不可以平行
D. a 与 b 不可以垂直, 但可以平行

9. (2008 南昌第一次调研) 已知 α, β 是不同的两个平面, 直线 $a \subset \alpha$, 直线 $b \subset \beta$, 命题 $p: a$ 与 b 没有公共点; 命题 $q: \alpha \parallel \beta$, 则 p 是 q 的

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

10. (2008 福建第一次质检) 若 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则以下命题中正确的是

A. 若 $m \parallel \alpha, n \subset \alpha$, 则 $m \parallel n$
B. 若 $m \parallel \alpha, m \subset \beta, \alpha \cap \beta = n$, 则 $m \parallel n$
C. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$
D. 若 $\alpha \cap \beta = m, m \perp n$, 则 $n \perp \alpha$

11. (2008 宜昌第二次调研) 已知 l, m 为两条直线, α, β 为两个平面, 则下列命题中的假命题是

A. 若 $\alpha \parallel \beta, l \subset \alpha$, 则 $l \parallel \beta$
B. 若 $\alpha \parallel \beta, l \perp \alpha$, 则 $l \perp \beta$
C. 若 $l \parallel \alpha, m \subset \alpha$, 则 $l \parallel m$
D. 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, m \subset \alpha, m \perp l$, 则 $m \perp \beta$

12. (2007 南京调研) α, β 为平面, m 为直线, 如果 $\alpha \parallel \beta$, 那么“ $m \parallel \alpha$ ”是“ $m \subset \beta$ ”的

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

13. (2007 北京海淀区期末) 已知三条不同直线 m, n, l , 两个不同平面 α, β , 有下列命题:

① $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta \Rightarrow \alpha \parallel \beta$;
② $m \subset \alpha, n \subset \alpha, l \perp n, l \perp m \Rightarrow l \perp \alpha$;
③ $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = m, n \subset \beta, n \perp m \Rightarrow n \perp \alpha$;
④ $m \parallel n, n \subset \alpha \Rightarrow m \parallel \alpha$.

其中正确的命题是

- A. ①③ B. ②④ C. ①②④ D. ③

14. (2007 北京西城区抽样) 在空间中, 有如下四个命题:

①平行于同一个平面的两条直线是平行直线;
②垂直于同一条直线的两个平面是平行平面;
③若平面 α 内有不共线的三个点到平面 β 的距离相等, 则 $\alpha \parallel \beta$;
④过平面 α 的一条斜线有且只有一个平面与平面 α 垂直.

其中正确的两个命题是

- A. ①③ B. ②④ C. ①④ D. ②③

15. (2007 湖北八校第一次联考) 已知二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小为 50° , b, c 是两条异面直线, 则下面的四个条件中, 一定能使 b

和 c 所成的角为 50° 的是

- A. $b \parallel \alpha, c \parallel \beta$ B. $b \parallel \alpha, c \perp \beta$
C. $b \perp \alpha, c \perp \beta$ D. $b \perp \alpha, c \parallel \beta$

16. (2007 成都第一次诊断) 已知 l, m 是不重合的直线, α, β, γ 是两两不重合的平面, 给出下列命题:

①若 $m \parallel l, m \perp \alpha$, 则 $l \perp \alpha$; ②若 $m \parallel l, m \parallel \alpha$, 则 $l \parallel \alpha$; ③若 $\alpha \perp \beta, l \subset \alpha$, 则 $l \perp \beta$; ④若 $\alpha \cap \gamma = m, \beta \cap \gamma = l, \alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel l$.

其中真命题的序号为

- A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ②④

17. (2007 湖北第二次联考) 对于平面 α 和直线 m, n , 给出下列命题:

①若 $m \parallel n$, 则 m, n 与 α 所成的角相等;
②若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$;
③若 $m \perp \alpha, m \perp n$, 则 $n \parallel \alpha$;
④若 m 与 n 异面且 $m \parallel \alpha$, 则 n 与 α 相交.

其中真命题的个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

18. (2007 东北三校第一次联考) 设 α, β 是两个不同的平面, m, n 是两条不同的直线, 则下列命题中正确的是

A. 若 $m \parallel n$, 且 $m \perp \alpha, n \perp \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
B. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta$, 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$
C. 若 $m, n \subset \alpha$, 且 $m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
D. 若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha, n \subset \beta$, 则 $m \perp n$

19. (2007 西安八校联考) (理) 在空间中, 设 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则 $m \perp \alpha$ 的一个充分条件是

A. $\alpha \perp \beta$ 且 $m \subset \beta$ B. $\alpha \perp \beta$ 且 $m \parallel \beta$
C. $\alpha \parallel \beta$ 且 $m \perp \beta$ D. $m \perp n$ 且 $n \parallel \alpha$

(文) 已知 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 若 $m \perp \alpha, n \perp \beta$, 则下列命题中不正确的是

A. 若 $m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$
B. 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $m \perp n$
C. 若 m, n 相交, 则 α, β 相交
D. 若 α, β 相交, 则 m, n 相交

20. (2007 石家庄第二次质检) 若 α, β 表示不同的平面, m, n 表示不同的直线, 则 $m \parallel \alpha$ 的一个充分条件是

A. $\alpha \perp \beta$ 且 $m \perp \beta$
B. $\alpha \cap \beta = n$ 且 $m \parallel n$
C. $m \parallel n$ 且 $n \parallel \alpha$
D. $\alpha \parallel \beta$ 且 $m \subset \beta$

21. (2008 合肥第一次质检) 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 则下列四个命题:

① P 在直线 BC_1 上运动时, 三棱锥 $A-D_1PC$ 的体积不变; ② P 在直线 BC_1 上运动时, 直线 AP 与平面 ACD_1 所成角的大小不变; ③ P 在直线 BC_1 上运动时, 二面角 $P-AD_1-C$ 的大小不变; ④ M 是平面 $A_1B_1C_1D_1$ 上到点 D 和 C_1 距离相等的点, 则 M 点的轨迹是过 D_1 点的直线.

其中真命题的编号是 _____. (写出所有真命题的编号)

22. (2008 湖南十二校第一次联考) 我们把平面内与直线垂直的非零向量称为直线的法向量, 在平面直角坐标系中, 利用求动点轨迹方程的方法, 可以求出过点 $A(-3, 4)$, 且法向量为 $\mathbf{n} = (1, -2)$ 的直线(点法式)方程为 $1 \times (x+3) + (-2) \times (y-4) = 0$, 化简得 $x-2y+11=0$. 类比以上方法, 在空间直角坐标系中, 经过点 $A(1, 2, 3)$ 且法向量为 $\mathbf{n} = (-1, -2, 1)$ 的平面(点法式)方程为 _____. (请写出化简后的结果)

23. (2007 湖北八校第一次联考) 如图, 设平面 $\alpha \cap \beta = EF$, $AB \perp \alpha, CD \perp \alpha$, 垂足分别为 B, D . 若增加一个条件, 就能推出 $BD \perp EF$. 现有:

① $AC \perp \beta$; ② AC 与 α, β 所成的角相等;
③ AC 与 CD 在 β 内的射影在同一条直线上; ④ $AC \parallel EF$. 那么上述几个条件中能成为增加条件的是 _____. (填上你认为正确的所有条件的序号)

☞ (答案详见 64 页)

训练
总结

第三部分 创新预测题精选

测评题组

时间:30 分钟 得分:

测评日:

一、选择题(本题共7小题,每小题5分)

1. 已知直线 l , 若直线 m 同时满足以下三个条件:

- ① m 与 l 是异面直线; ② m 与 l 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$; ③ m 与 l 的距离为 2 009. 那么, 这样的直线 m 有

A. 0 条 B. 2 条 C. 4 条 D. 无数条

2. 若空间中三条直线 l_1, l_2, l_3 两两不共面, 则空间中与这三条直线所成的角相等的平面个数

- A. 为 0 B. 为 1
C. 为无数个 D. 与三条直线的位置有关

3. 已知 m, n 是两条不同直线, α, β, γ 是三个不同平面, 给出以下几个命题:

- ①若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$; ②若 $\alpha \perp \beta, m \perp \beta, m \not\subset \alpha$, 则 $m \parallel \alpha$;
③若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$; ④若 $m \perp \alpha, n \perp \alpha$, 则 $m \parallel n$; ⑤若 $\alpha \perp \beta, m \subset \alpha$, 则 $m \perp \beta$; ⑥若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$.

其中正确命题的序号是

- A. ②④ B. ①②③ C. ③④⑤ D. ④⑤⑥

4. 已知直线 m, n 分别是两个平面 α, β 内的直线, γ 为一个平面. 下列命题中正确的是

- A. 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel n$
B. 若 $m \perp \gamma, n \perp \gamma$, 则 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$
C. 若 $m \parallel \gamma, n \parallel \gamma$, 则 $\alpha \parallel \gamma, \beta \parallel \gamma$
D. 若 $m \parallel n$, 则 $\alpha \parallel \beta$

5. 在下列条件中, 可判定平面 α 与平面 β 平行的是

- A. α, β 都垂直于平面 γ
B. α 内有不共线的三点到 β 的距离相等
C. l, m 是 α 内两条直线, 且 $l \parallel \beta, m \parallel \beta$
D. l, m 是两条异面直线, 且 $l \parallel \alpha, m \parallel \alpha, l \parallel \beta, m \parallel \beta$

6. 设两平面 α, β , 直线 m, n 满足: $m \subset \alpha, n \subset \beta$, 则以下四个命题:

- ①一定存在 m, n , 使得 $m \parallel n$; ②一定存在 m, n , 使得 $m \perp n$;
③一定存在 m, n , 使得 m 与 n 是相交直线; ④一定存在 m, n , 使得 m 与 n 是异面直线.

其中正确命题的个数为

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

7. 已知 l, m, n 是不同的直线, α, β, γ 是不同的平面, 给出下列命题:

- ①若 $m \parallel l$, 且 $m \perp \alpha$, 则 $l \perp \alpha$; ②若 $m \parallel l$, 且 $m \parallel \alpha$, 则 $l \parallel \alpha$;
③若 $\alpha \cap \beta = l, \beta \cap \gamma = m, \gamma \cap \alpha = n$, 则 $l \parallel m \parallel n$; ④若 $\alpha \cap \gamma = m, \beta \cap \gamma = l$, 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel l$.

其中两个真命题的序号是

- A. ①② B. ①③ C. ②④ D. ①④

二、填空题(本题共2小题,每小题5分)

8. 如图, 边长为 a 的正 $\triangle ABC$ 的中线 AF 与中位线 DE 相交于 G , 已知 $\triangle A_1ED$ 是 $\triangle AED$ 绕 DE 旋转过程中的一个图形, 现给出下列命题:

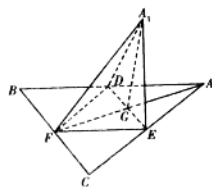
- ①动点 A_1 在平面 ABC 上的射影的轨迹是线段 AF ;
②三棱锥 A_1-FED 的体积有最大值;
③恒有平面 $A_1CF \perp$ 平面 $BCED$;
④异面直线 A_1E 与 BD 不可能互相垂直;
⑤异面直线 FE 与 A_1D 所成角的取值范围是 $(0, \frac{\pi}{2}]$.

其中正确的命题为 _____. (只需填上正确命题的序号)

9. 已知直线 $l \perp$ 平面 α , 直线 $m \subset$ 平面 β , 有下面四个命题:

- ① $\alpha \parallel \beta \Rightarrow l \perp m$; ② $\alpha \perp \beta \Rightarrow l \parallel m$; ③ $l \parallel m \Rightarrow \alpha \perp \beta$; ④ $l \perp m \Rightarrow \alpha \parallel \beta$. 其中正确命题的序号是 _____.

(答案详见 65 页)



第二节 空间角和空间距离

第一部分 五年高考题荟萃

2009年高考题

考点题组一 异面直线所成的角

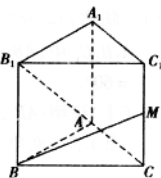
1. (全国 I, 5 分) 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等, A_1 在底面 ABC 上的射影为 BC 的中点, 则异面直线 AB 与 CC_1 所成的角的余弦值为

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

2. (全国 II, 5 分) 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB$, E 为 AA_1 中点, 则异面直线 BE 与 CD_1 所成角的余弦值为

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{3}{5}$

3. (四川, 4 分) 如图, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各条棱长都相等, M 是侧棱 CC_1 的中点, 则异面直线 AB_1 和 BM 所成的角的大小是 _____.

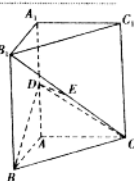


考点题组二 直线与平面所成的角

4. (全国 II, 12 分) 如图, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC$, D 、 E 分别为 AA_1 、 B_1C 的中点, $DE \perp$ 平面 BCC_1 .

(I) 证明: $AB = AC$;

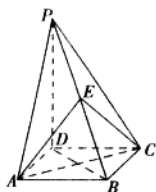
(II) 设二面角 $A-BD-C$ 为 60° , 求 B_1C 与平面 BCD 所成的角的大小.



5. (北京, 14 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 点 E 在棱 PB 上.

(1) 求证: 平面 $AEC \perp$ 平面 PDB ;

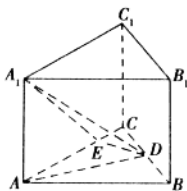
(2) 当 $PD = \sqrt{2}AB$ 且 E 为 PB 的中点时, 求 AE 与平面 PDB 所成的角的大小.



6. (湖南, 12 分) 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = 4$, $AA_1 = \sqrt{7}$, 点 D 是 BC 的中点, 点 E 在 AC 上, 且 $DE \perp A_1E$.

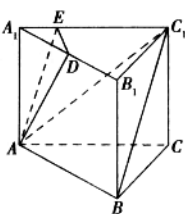
(I) 证明: 平面 $A_1DE \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;

(II) 求直线 AD 和平面 A_1DE 所成角的正弦值.



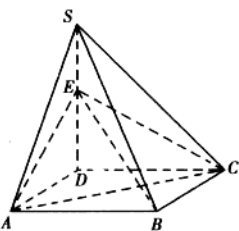
7. (湖南, 12 分) 如图, 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = \sqrt{2}AA_1$, 点 D 是 A_1B_1 的中点, 点 E 在 A_1C_1 上, 且 $DE \perp AE$.

- (I) 证明: 平面 $ADE \perp$ 平面 ACC_1A_1 ;
(II) 求直线 AD 和平面 ABC_1 所成角的正弦值.



9. (湖北, 12 分) 如图, 四棱锥 $S - ABCD$ 的底面是正方形, $SD \perp$ 平面 $ABCD$, $SD = AD = a$, 点 E 是 SD 上的点, 且 $DE = \lambda a$ ($0 < \lambda \leq 1$).

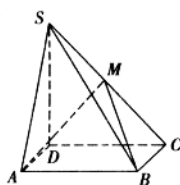
- (I) 求证: 对任意的 $\lambda \in (0, 1]$, 都有 $AC \perp BE$;
(II) 若二面角 $C - AE - D$ 的大小为 60° , 求 λ 的值.



考点题组三 平面与平面所成的角

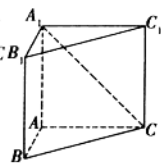
8. (全国 I, 12 分) 如图, 四棱锥 $S - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $SD \perp$ 底面 $ABCD$, $AD = \sqrt{2}$, $DC = SD = 2$. 点 M 在侧棱 SC 上, $\angle ABM = 60^\circ$.

- (I) 证明: M 是侧棱 SC 的中点;
(II) 求二面角 $S - AM - B$ 的大小.

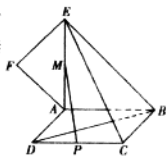


10. (陕西, 12 分) 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = 1$, $AC = AA_1 = \sqrt{3}$, $\angle ABC = 60^\circ$.

- (I) 证明: $AB \perp A_1C$;
(II) 求二面角 $A - A_1C - B$ 的大小.

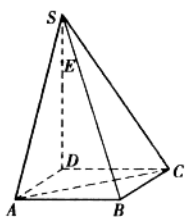


11. (四川, 12 分) 如图, 正方形 $ABCD$ 所在平面与平面四边形 $ABEF$ 所在平面互相垂直, $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形, $AB = AE$, $FA = FE$, $\angle AEF = 45^\circ$.



- (I) 求证: $EF \perp$ 平面 BCE ;
 (II) 设线段 CD, AE 的中点分别为 P, M , 求证: $PM \parallel$ 平面 BCE ;
 (III) 求二面角 $F-BD-A$ 的大小.

13. (湖北, 12 分) 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形, $SD \perp$ 平面 $ABCD$, $SD = 2a$, $AD = \sqrt{2}a$, 点 E 是 SD 上的点, 且 $DE = \lambda a$ ($0 < \lambda \leq 2$).



- (I) 求证: 对任意的 $\lambda \in (0, 2]$, 都有 $AC \perp BE$;
 (II) 设二面角 $C-AE-D$ 的大小为 θ , 直线 BE 与平面 $ABCD$ 所成的角为 φ . 若 $\tan \theta \cdot \tan \varphi = 1$, 求 λ 的值.

考点题组四 空间角与空间距离的综合问题

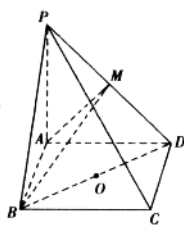
14. (北京, 5 分) 若正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为 1, AB_1 与底面 $ABCD$ 成 60° 角, 则 A_1C_1 到底面 $ABCD$ 的距离为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

15. (全国 I, 5 分) 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 为 60° , 动点 P, Q 分别在面 α, β 内, P 到 β 的距离为 $\sqrt{3}$, Q 到 α 的距离为 $2\sqrt{3}$, 则 P, Q 两点之间距离的最小值为

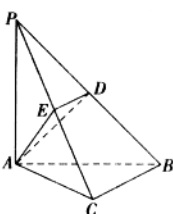
A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{3}$ D. 4

16. (江西, 12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = AD = 4$, $AB = 2$. 以 BD 的中点 O 为球心、 BD 为直径的球面交 PD 于点 M .



- (1) 求证: 平面 $ABM \perp$ 平面 PCD ;
 (2) 求直线 PC 与平面 ABM 所成的角;
 (3) 求点 O 到平面 ABM 的距离.

12. (北京, 14 分) 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 底面 ABC , $PA = AB$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCA = 90^\circ$, 点 D, E 分别在棱 PB, PC 上, 且 $DE \parallel BC$.



- (I) 求证: $BC \perp$ 平面 PAC ;
 (II) 当 D 为 PB 的中点时, 求 AD 与平面 PAC 所成的角的大小;
 (III) 是否存在点 E 使得二面角 $A-DE-P$ 为直二面角? 并说明理由.