



全国高职高专教育“十一五”规划教材

# 经济应用数学基础

主编 杨文兰  
主审 邬弘毅



高等教育出版社  
Higher Education Press

全国高职高专教育“十一五”规划教材

# 经济应用数学基础

主编 杨文兰

主审 邬弘毅

副主编 王春珊 叶迎春

编委(按姓氏笔画排序)

王春珊 叶迎春 吴松飞 杨文兰

徐利民 高继文 潘 卫 潘红英

高等教育出版社

## 内容提要

本书为全国高职高专教育“十五”规划教材。内容包括函数与极限、导数及应用、不定积分、定积分及应用、线性代数、概率初步与统计初步等,还涉及数学软件 MATLAB 的基本运用。本书章节安排合理,结构清晰,涵盖了高职高专经济管理类专业课程所需的数学知识。

本书采用了“案例驱动式”的编写体例,同时在各章节设计了特定模块,如“知识应用链接”、“问题思考”,较好地体现了数学知识在经济活动中的应用。全书难度适中,语言简洁,便于学生自学。

本书可作为高职高专经济管理类专业专业的数学教材,也可作为相关科技、管理人员的参考书以及培训用书。

## 图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学基础/杨文兰主编. —北京:高等教育出版社,2009.3

ISBN 978-7-04-026343-5

I. 经… II. 杨… III. 经济数学-高等学校:技术学校-教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 027286 号

|      |     |      |     |      |     |      |     |
|------|-----|------|-----|------|-----|------|-----|
| 策划编辑 | 邓雁城 | 责任编辑 | 董达英 | 市场策划 | 金家贵 | 封面设计 | 张志奇 |
| 责任绘图 | 黄建英 | 版式设计 | 余杨  | 责任校对 | 胡晓琪 | 责任印制 | 尤静  |

---

|      |                |      |   |
|------|----------------|------|---|
| 出版发行 | 高等教育出版社        | 购书热线 | 010-58581118  |
| 社 址  | 北京市西城区德外大街 4 号 | 免费咨询 | 800-810-0598  |
| 邮政编码 | 100120         | 网 址  | <a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>         |
| 总 机  | 010-58581000   |      | <a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>         |
| 经 销  | 蓝色畅想图书发行有限公司   | 网上订购 | <a href="http://www.landaco.com">http://www.landaco.com</a>       |
| 印 刷  | 北京铭成印刷有限公司     |      | <a href="http://www.landaco.com.cn">http://www.landaco.com.cn</a> |
|      |                | 畅想教育 | <a href="http://www.widedu.com">http://www.widedu.com</a>         |
| 开 本  | 787×1092 1/16  | 版 次  | 2009 年 3 月第 1 版   |
| 印 张  | 15.75          | 印 次  | 2009 年 3 月第 1 次印刷   |
| 字 数  | 360 000        | 定 价  | 24.50 元   |

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 26343-00

# 前 言

在改革开放三十年后的今天,我们欣喜地看到,我国经济的腾飞,催生着经济决策的科学化、管理工作的现代化和信息化,量化分析已逐步渗透到经济“肌体”的各个组成部分,悄然地改变着企业的商务运作模式和经营管理模式,显示了应用数学的无穷魅力。同时,我们也欣喜地看到,经济的迅速发展也进一步促进了高等职业教育的大发展,明确了应用型人才培养的方向。

近年来,为使高等数学的教学更加符合高等职业教育的培养目标,体现经济与管理专业鲜明的应用性特色,帮助我们未来的经济工作者逐步树立经济理念,培育经济素质,我们进行了课程体系和教学方式的改革和探索,在此基础上编写了这本《经济应用数学基础》。

本教材内容包括函数与极限、导数及应用、不定积分、定积分及应用、线性代数、概率初步与统计初步等七章,基本涵盖了高职高专经济管理类各专业课程所需的数学知识,在编写过程中,我们力求体现如下特色:

第一,在科学性的基础上,贯彻“必须、够用为度”的原则。用辩证法的思想浅显通俗地处理了概念的扩展与难点,对一元函数的导数与微分及多元函数的偏导数、定积分、线性代数的编写方式进行大胆改革与创新,力争跳出传统数学教学体系的约束。

第二,在职业教育理念的指导下,较好地体现数学知识的应用性。本书紧扣“成本与利润”这根主线,展示数学的魅力,培养学生运用数学知识的能力。

第三,采用案例驱动式的编写体例。每一章均提出与本章内容相关的经济问题,由此引入数学概念与内容,让学生始终带着问题学习与思考。

第四,注重知识的拓展,每一章都有知识应用链接与问题思考,潜移默化地向学生传达经济理念,培养学生运用数学工具对简单经济问题进行分析、预测、决策的能力。

第五,突出学生的主体地位。每一章都提出了学习目标,便于学生自学与评估。

第六,弱化了复杂的及技巧性较高的计算内容,引入了语言简洁、交互性较好、易于掌握的 MATLAB 数学软件,希望学生掌握这一功能强大的数学计算工具,能用它处理较为复杂的数学计算。

本教材由杨文兰任主编,王春珊、叶迎春任副主编,邬弘毅教授任主审。参与编写的有潘红英(第1章)、徐利民(第2章)、高继文(第3章)、潘卫(第4章)、王春珊(第5章)、杨文兰(第6章及每章的知识链接部分)、吴松飞(第7章)和叶迎春(第2章2.3.3,每章的 MATLAB 数学实验部分,部分统稿工作)。

作为本书主审, 鄢弘毅教授从一开始就参与了本书的审纲、组稿、审稿等工作, 他认真细致地审阅了本书初稿, 提出了修改建议, 在此深表感谢。

由于编者水平有限, 时间仓促, 书中不妥之处在所难免, 敬请读者批评指正。

编 者  
2009 年 1 月

# 郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010)58581897/58581896/58581879

传 真：(010)82086060

E - mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮 编：100120

购书请拨打电话：(010)58581118

## 出版物数码防伪说明：

本图书采用出版物数码防伪系统，用户购书后刮开封底防伪密码涂层，将16位防伪密码发送短信至106695881280，免费查询所购图书真伪，同时您将有机会参加鼓励使用正版图书的抽奖活动，赢取各类奖项，详情请查询中国扫黄打非网(<http://www.shdf.gov.cn>)。

反盗版短信举报：编辑短信“JB,图书名称,出版社,购买地点”发送至10669588128

数码防伪客服电话：(010)58582300/58582301

## 网络题库使用说明：

1. 进入“中国组卷网”(<http://www.zujuan.com.cn>)，输入本书封底提供的防伪码“明码”部分(需输入50本)，获取积分，即可免费从网上下载题库至本地机。使用时间为一个学年。

2. 高等数学网络题库拥有约8000道题目，内容涵盖微积分、线性代数、概率统计、线性规划、离散数学等高职高专数学类课程，包括选择、填空、判断、计算、分析、应用、证明等多种题目类型。题库系统设置了模板快速组卷、自定义组卷、个人大纲、个人题库、特色上传等功能。

电子邮箱：caokun@hep.com.cn

咨询电话：(010)58582365

# 目 录

|  |           |
|--|-----------|
| <b>第 1 章 函数与极限</b> .....                   | <b>1</b>  |
| 1.1 函数的概念和性质 .....                         | 1         |
| 1.2 极限 .....                               | 13        |
| 1.3 函数的连续性 .....                           | 25        |
| 知识应用链接 会计利润与经济利润 .....                     | 30        |
| 问题思考 1 .....                               | 31        |
| 数学实验 利用 MATLAB 进行基本数学计算和极限运算 .....         | 31        |
| 习题 1 .....                                 | 35        |
| <b>第 2 章 导数及应用</b> .....                   | <b>39</b> |
| 2.1 导数的概念 .....                            | 39        |
| 2.2 函数的微分 .....                            | 50        |
| 2.3 导数的应用 .....                            | 53        |
| 2.4 多元函数的偏导数与极值 .....                      | 69        |
| 知识应用链接 点弹性与弧弹性 .....                       | 75        |
| 问题思考 2 .....                               | 76        |
| 数学实验 利用 MATLAB 求函数的导数和微分 .....             | 76        |
| 习题 2 .....                                 | 77        |
| <b>第 3 章 不定积分</b> .....                    | <b>81</b> |
| 3.1 不定积分的概念 .....                          | 81        |
| 3.2 不定积分的基本公式与性质 .....                     | 83        |
| 3.3 换元积分法 .....                            | 85        |
| 3.4 分部积分法 .....                            | 89        |
| 知识应用链接 完全竞争市场下的 $MR = MC$ 与 $P = MC$ ..... | 90        |
| 问题思考 3 .....                               | 91        |
| 数学实验 利用 MATLAB 进行不定积分计算 .....              | 91        |
| 习题 3 .....                                 | 92        |
| <b>第 4 章 定积分及应用</b> .....                  | <b>95</b> |
| 4.1 定积分的概念与性质 .....                        | 95        |

|                                     |            |
|-------------------------------------|------------|
| 4.2 牛顿-莱布尼茨公式 .....                 | 103        |
| 4.3 定积分的换元积分法和分部积分法 .....           | 106        |
| 4.4 广义积分 .....                      | 109        |
| 4.5 定积分在经济中的应用 .....                | 112        |
| 知识应用链接 消费者剩余与生产者剩余 .....            | 114        |
| 问题思考 4 .....                        | 115        |
| 数学实验 利用 MATLAB 求定积分 .....           | 115        |
| 习题 4 .....                          | 116        |
| <b>第 5 章 线性代数 .....</b>             | <b>118</b> |
| 5.1 $n$ 元线性方程组与矩阵 .....             | 118        |
| 5.2 矩阵的运算 .....                     | 128        |
| 5.3 线性方程组解的一般理论 .....               | 139        |
| 知识应用链接 权益法与成本法 .....                | 145        |
| 问题思考 5 .....                        | 145        |
| 数学实验 利用 MATLAB 进行矩阵运算和线性方程组求解 ..... | 145        |
| 习题 5 .....                          | 148        |
| <b>第 6 章 概率初步 .....</b>             | <b>151</b> |
| 6.1 随机事件与概率 .....                   | 151        |
| 6.2 随机变量及分布 .....                   | 165        |
| 6.3 随机变量的数字特征 .....                 | 179        |
| 知识应用链接 马尔可夫预测法 .....                | 187        |
| 问题思考 6 .....                        | 191        |
| 数学实验 利用 MATLAB 进行概率计算和数字特征计算 .....  | 191        |
| 习题 6 .....                          | 193        |
| <b>第 7 章 统计初步 .....</b>             | <b>196</b> |
| 7.1 统计推断 .....                      | 196        |
| 7.2 一元线性回归分析 .....                  | 212        |
| 知识应用链接 经济增长与经济周期 .....              | 218        |
| 问题思考 7 .....                        | 218        |
| 数学实验 利用 MATLAB 求一元线性回归方程 .....      | 219        |
| 习题 7 .....                          | 220        |
| <b>习题答案 .....</b>                   | <b>222</b> |
| <b>附录 .....</b>                     | <b>232</b> |
| 泊松分布表 .....                         | 232        |
| 正态分布表 .....                         | 233        |



---

|                    |            |
|--------------------|------------|
| $t$ 分布表 .....      | 234        |
| $\chi^2$ 分布表 ..... | 236        |
| 参考书目 .....         | <b>240</b> |

# 第 1 章 函数与极限

## 学习目标

1. 了解初等函数的概念,掌握复合函数的分解过程.
2. 会求简单函数的极限及函数的连续区间和间断点.
3. 掌握常用的经济函数,并会根据经济变量分析或预测简单的经济问题.
4. 了解数学软件的基本知识,能用数学软件求极限.

【经济问题 1-1】 如果没有邻居的一匹马,你该如何分割遗产?

从前有一个牧民,临终前要把 17 匹马分给他的 3 个儿子.留下遗嘱:分给老大  $\frac{1}{2}$ ,老二  $\frac{1}{3}$ ,老三  $\frac{1}{9}$ .牧民死后,三个儿子都不知道如何来分.这时,邻居牵来自己的一匹马,共有 18 匹马了,于是老大分得 9 匹,老二得 6 匹,老三得 2 匹,还剩下 1 匹马,邻居又牵着自己的那匹马走了.这就是著名的“借马分马”故事.如果没有邻居的一匹马,你该如何分割遗产?

函数是一个重要的数学概念,在初等数学的基础上,我们将进一步在实数范围内研究函数的性质及经济应用问题.

## 1.1 函数的概念和性质

### 1.1.1 函数的概念

#### 1. 函数的概念

本节先分析【经济问题 1-1】中老大每次分得的马匹数.如果没有邻居的一匹马,只有 17 匹马,则老大可分得  $17 \times \frac{1}{2} = \frac{17}{2}$  匹;老二可以分得  $17 \times \frac{1}{3} = \frac{17}{3}$  匹;老三分得  $17 \times \frac{1}{9} = \frac{17}{9}$  匹,还剩下

$$17 - \frac{17}{2} - \frac{17}{3} - \frac{17}{9} = \frac{17}{18} \text{匹}.$$

把剩下的 $\frac{17}{18}$ 匹马按遗嘱继续分,老大又得 $\frac{17}{18 \times 2}$ 匹;老二分得 $\frac{17}{18 \times 3}$ 匹;老三得 $\frac{17}{18 \times 9}$ 匹,还剩下 $\frac{17}{18^2}$ 匹.

如此不断地分下去,老大每次分得的马匹数构成一个递减等比数列:

第一次得 $\frac{17}{2}$ ,第二次得 $\frac{17}{18 \times 2}$ ,第三次得 $\frac{17}{18^2 \times 2}$ ,...,第 $n$ 次得 $\frac{17}{18^{n-1} \times 2}$ ,...

通项为 
$$x_n = \frac{17}{18^{n-1} \times 2} \quad (n=1,2,3,\dots)$$

当 $n$ 任取一个数值时,根据上述确定的对应关系,老大每次分得的马匹数 $x_n$ 都会有一个确定的值与之对应,我们由此得到

**定义 1.1** 设 $x$ 和 $y$ 是两个变量,当 $x$ 在某个非空实数集合 $D$ 内任选一个数值时,变量 $y$ 按照某一对应关系 $f$ 总有一个确定值与之对应,则称变量 $y$ 为变量 $x$ 的**函数**,记作

$$y = f(x) \quad (x \in D)$$

其中,数集 $D$ 称为函数的**定义域**,相应地, $y$ 的取值范围称为该函数的**值域**.

【经济问题 1-1】中老大每次分得的马匹数 $x_n = \frac{17}{18^{n-1} \times 2}$ , $n=1,2,3,\dots$ ,就是一个函数,由于定义域为正整数,故又称**整标函数**.

在实际中,常常会遇到表示变量之间函数关系的表达式不止一个的情况.

**例 1** 某市市内电话的收费标准为:通话时间在 3 分钟内收费 0.6 元,3 分钟后,每分钟加收 0.1 元,那么,通话费与通话时间的函数关系如何正确表达?

**解** 用 $y$ 来表示话费,用 $t$ 来表示通话时间,由题意知

$$y = \begin{cases} 0.6, & 0 < t \leq 3 \\ 0.6 + 0.1 \times (t - 3), & t > 3 \end{cases}$$

在自变量变化的不同区间内有不同表达式的函数称为**分段函数**.

**说明** (1) 函数的表示法有解析式法、图像法和表格法三种.

(2) 在讨论函数时,经常用到邻域概念.称开区间 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 为点 $x_0$ 的 **$\delta$ 邻域**,简称点 $x_0$ 的**邻域**;若该邻域不含点 $x_0$ ,则称为点 $x_0$ 的**空心邻域**,其中 $\delta$ 为正数,称为邻域的半径.

(3) 在实际应用问题中,除了要根据解析式本身来确定自变量的取值范围以外,还要考虑到变量的实际意义,一般来说,经济变量往往取正值.

(4) 函数的定义域、对应法则、值域称为函数的三要素.当两个函数的定义域与对应法则一致时,这两个函数表示的是同一个函数.如 $f(x) = \sqrt{x^2}$ 与 $g(x) = |x|$ ,它们的定义域与对应法则一致,只是表示不同而已,实际是同一个函数.

## 2. 多元函数的概念

在上面所讨论函数中,自变量只有一个,这样的函数称为一元函数,但在实际问题中,也会遇

到两个或两个以上自变量的函数,例如:

销售商品时,应密切注意市场的需求情况,需求量  $Q$  受许多因素的影响,最重要的是该商品的价格  $P$ ,还有相关商品的价格  $P_r$ 、家庭收入  $M$ 、个人偏好  $F$  等因素,把它们都当成自变量,需求量  $Q$  当作因变量,则需求量  $Q$  可以用函数关系式  $Q = f(P, P_r, M, F, \dots)$  来表示,这样的函数称为多元函数.

**定义 1.2** 设  $D$  为  $xOy$  平面上的一个区域,如果对应于  $D$  上的每一点  $P(x, y)$ ,变量  $z$  依照某一规律  $f$  总有唯一确定的数值与之对应,则称  $z$  为  $x, y$  的**二元函数**,记作

$$z = f(x, y)$$

其中  $x, y$  称为自变量,  $z$  称为因变量或函数.

如  $z = x^2 + y^2, z = x + y + 1$  都是二元函数.

类似地可以定义三元函数,记作  $u = f(x, y, z)$ .

二元及二元以上的函数统称为**多元函数**.

二元函数的定义域的求法与一元函数定义域的求法类似,只不过二元函数的定义域一般用一平面区域表示.

## 1.1.2 函数的性质

### 1. 函数的奇偶性

设函数  $f(x)$  的定义域  $D$  关于原点对称,对于任意点  $x \in D$ ,若恒有  $f(-x) = f(x)$ ,则称函数  $f(x)$  为**偶函数**;若恒有  $f(-x) = -f(x)$ ,则称函数  $f(x)$  为**奇函数**.

若函数既不是奇函数,也不是偶函数,则称为非奇非偶函数.

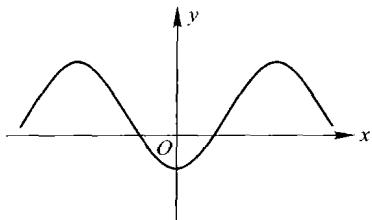


图 1-1

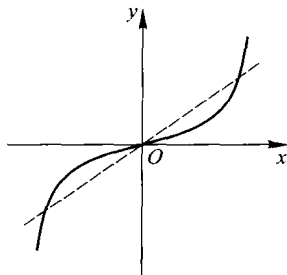


图 1-2

偶函数的图形关于  $y$  轴对称,如图 1-1;奇函数的图形关于原点对称,如图 1-2. 例如余弦函数  $y = \cos x$  的图形关于  $y$  轴对称,是偶函数;正弦函数  $y = \sin x$  的图形关于原点对称,是奇函数.

### 2. 函数的单调性

设函数  $f(x)$  在开区间  $(a, b)$  内有定义,对于  $(a, b)$  内的任意两点  $x_1$  和  $x_2$ ,若  $x_2 > x_1$  时,恒

有  $f(x_2) > f(x_1)$ , 则称函数  $f(x)$  在  $(a, b)$  内是**单调增加**的; 若  $x_2 > x_1$  时, 恒有  $f(x_2) < f(x_1)$ , 则称函数  $f(x)$  在  $(a, b)$  内是**单调减少**的.

单调增加函数与单调减少函数统称**单调函数**, 所对应区间称为**单调区间**.

显然单调增加函数图像从左至右逐渐上升, 如图 1-3; 单调减少函数图像从左至右逐渐下降, 如图 1-4.

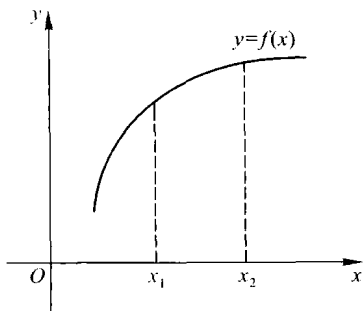


图 1-3

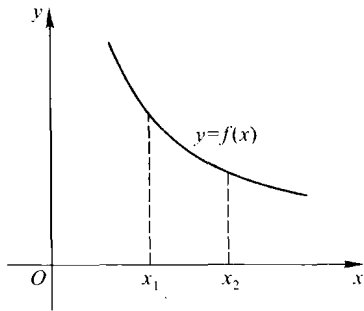


图 1-4

### 3. 函数的有界性

设函数  $f(x)$  在区间  $D$  上有定义, 若存在一个常数  $M > 0$ , 使得对于所有点  $x \in D$ , 恒有  $|f(x)| \leq M$ , 则称函数  $f(x)$  在  $D$  上**有界**. 如果不存在这样的正数  $M$ , 则称函数  $f(x)$  在  $D$  上**无界**.

函数  $y=f(x)$  在区间  $(a, b)$  内有界的几何意义是: 曲线  $y=f(x)$  在区间  $(a, b)$  内被限制在  $y=M$  和  $y=-M$  两条线之间. 如图 1-5 所示.

如函数  $y = \sin x, y = \cos x, y = \arctan x, y = \operatorname{arccot} x$  等是区间  $(-\infty, +\infty)$  上的有界函数.

### 4. 函数的周期性

设函数  $y=f(x)$  的定义域为  $D$ , 若存在非零常数  $T$ , 使得对于任意  $x \in D$ , 当  $(x+T) \in D$  时, 总有  $f(x) = f(x+T)$  成立, 则称此函数为**周期函数**.  $T$  称为函数  $y=f(x)$  的一个**周期**.

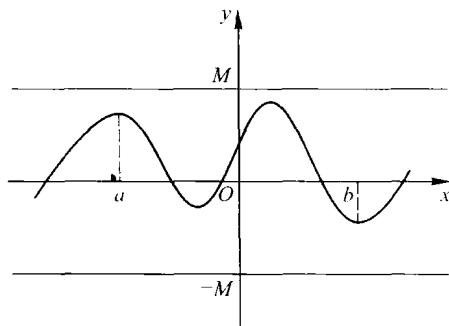


图 1-5

周期函数的周期有无穷多个, 通常所说函数的周期指的是**最小正周期**.

例如正弦函数  $y = \sin x$ 、余弦函数  $y = \cos x$  都是周期函数, 周期为  $2\pi$ .

周期函数的特征是: 在定义域内每个长度为  $T$  的区间上, 函数图像有相同的形状.

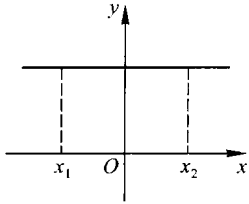
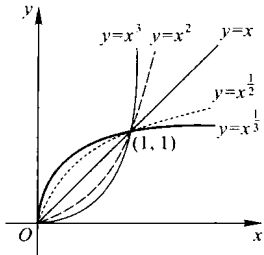
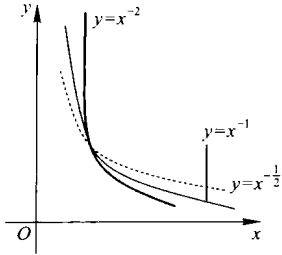
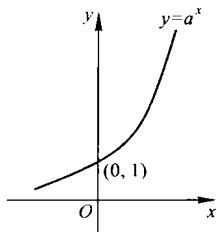
## 1.1.3 初等函数

### 1. 基本初等函数

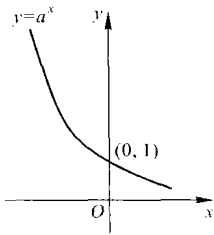
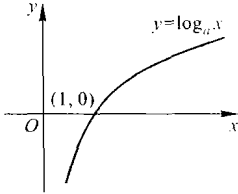
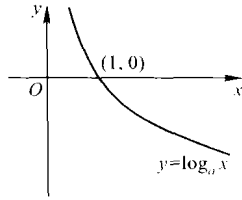
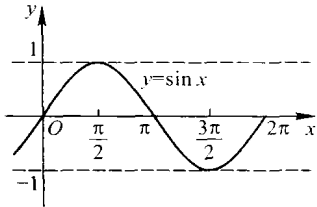
我们把常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数统称为**基本初等函**

数. 其主要性质与图像概括如下(见表 1-1):

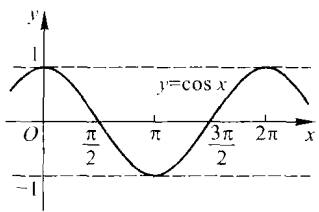
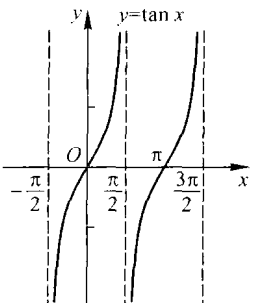
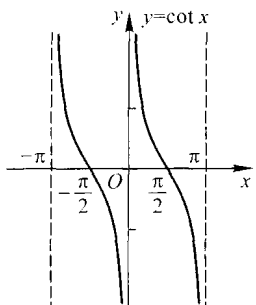
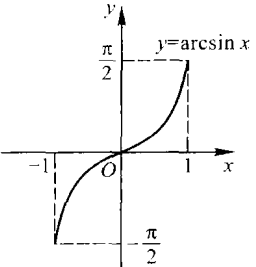
表 1-1

| 名称   | 表达式                              | 定义域                                    | 图像   | 性质  |
|------|----------------------------------|--|--|---|
| 常数函数 | $y=c$<br>( $c$ 为常数)              | $(-\infty, +\infty)$                   |                           | <ol style="list-style-type: none"> <li>偶函数;</li> <li>有界.</li> </ol>   |
| 幂函数  | $y=x^\alpha$ ( $\alpha$ 为任意实数)   | 根据 $\alpha$ 值的不同, $y=x^\alpha$ 的定义域也不同 | <br>( $\alpha > 0$ 的情况)   | <ol style="list-style-type: none"> <li>图像都过 <math>(0,0)</math> 和 <math>(1,1)</math> 点;</li> <li>在 <math>[0, +\infty)</math> 内单调增加.</li> </ol> |
|      |                                  |  | <br>( $\alpha < 0$ 的情况) | <ol style="list-style-type: none"> <li>图像都过 <math>(1,1)</math> 点;</li> <li>在 <math>(0, +\infty)</math> 内单调减少.</li> </ol>                      |
| 指数函数 | $y=a^x$<br>( $a > 0, a \neq 1$ ) | $(-\infty, +\infty)$                   | <br>( $a > 1$ 的情况)      | <ol style="list-style-type: none"> <li>图像均在 <math>x</math> 轴上方;</li> <li>图像均过 <math>(0,1)</math> 点;</li> <li>单调增加.</li> </ol>                 |

续表

| 名称   | 表达式                                     | 定义域                  | 图像  | 性质  |
|------|---|----------------------|---|---|
| 指数函数 | $y = a^x$<br>( $a > 0, a \neq 1$ )      | $(-\infty, +\infty)$ |  <p>(<math>0 &lt; a &lt; 1</math> 的情况)</p>   | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 图像均在 <math>x</math> 轴上方;</li> <li>2. 图像均过 <math>(0, 1)</math> 点;</li> <li>3. 单调减少.</li> </ol>   |
| 对数函数 | $y = \log_a x$<br>( $a > 0, a \neq 1$ ) | $(0, +\infty)$       |  <p>(<math>a &gt; 1</math> 的情况)</p>          | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 图像均在 <math>y</math> 轴右侧;</li> <li>2. 图像均过 <math>(1, 0)</math> 点;</li> <li>3. 单调增加.</li> </ol>   |
|      |   |                      |  <p>(<math>0 &lt; a &lt; 1</math> 的情况)</p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 图像均在 <math>y</math> 轴右侧;</li> <li>2. 图像均过 <math>(1, 0)</math> 点;</li> <li>3. 单调减少.</li> </ol>   |
| 正弦函数 | $y = \sin x$                            | $(-\infty, +\infty)$ |    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 奇函数;</li> <li>2. 周期 <math>T = 2\pi</math>;</li> <li>3. 有界;</li> <li>4. 在区间 <math>\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]</math> (<math>k \in \mathbf{Z}</math>) 上单调增加; 在区间 <math>\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]</math> (<math>k \in \mathbf{Z}</math>) 上单调减少.</li> </ol> |

续表

| 名称    | 表达式             | 定义域  | 图像  | 性质  |
|-------|-----------------|--|---|---|
| 余弦函数  | $y = \cos x$    | $(-\infty, +\infty)$                                       |    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 偶函数;</li> <li>2. 周期 <math>T = 2\pi</math>;</li> <li>3. 有界;</li> <li>4. 在区间 <math>[(2k-1)\pi, 2k\pi]</math> (<math>k \in \mathbf{Z}</math>) 上单调增加; 在区间 <math>[2k\pi, (2k+1)\pi]</math> (<math>k \in \mathbf{Z}</math>) 上单调减少.</li> </ol> |
| 正切函数  | $y = \tan x$    | $\{x \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$ |    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 奇函数;</li> <li>2. 周期 <math>T = \pi</math>;</li> <li>3. 在区间 <math>(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)</math> (<math>k \in \mathbf{Z}</math>) 上单调增加.</li> </ol>  |
| 余切函数  | $y = \cot x$    | $\{x \mid x \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$                 |  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 奇函数;</li> <li>2. 周期 <math>T = \pi</math>;</li> <li>3. 在区间 <math>(k\pi, (k+1)\pi)</math> (<math>k \in \mathbf{Z}</math>) 上单调减少.</li> </ol>   |
| 反正弦函数 | $y = \arcsin x$ | $[-1, 1]$  |  | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 奇函数;</li> <li>2. 有界;</li> <li>3. 单调增加.</li> </ol>   |



续表

| 名称    | 表达式                           | 定义域                  | 图像 | 性质  |
|-------|-------------------------------|----------------------|----|---|
| 反余弦函数 | $y = \arccos x$               | $[-1, 1]$            |    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 有界;</li> <li>2. 单调减少.</li> </ol>                  |
| 反正切函数 | $y = \arctan x$               | $(-\infty, +\infty)$ |    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 奇函数;</li> <li>2. 有界;</li> <li>3. 单调增加.</li> </ol> |
| 反余切函数 | $y = \operatorname{arccot} x$ | $(-\infty, +\infty)$ |    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 有界;</li> <li>2. 单调减少.</li> </ol>                  |

**说明** (1) 现实生活中常见以  $e$  为底的指数函数  $y = e^x$ , 其中  $e = 2.71828\dots$ , 与圆周率  $\pi$  一样是个无理数. 比如, 人口按指数增长、放射性按指数衰变等.

(2) 以  $e$  为底的对数函数称为**自然对数**, 简记为  $y = \ln x$ . 以  $10$  为底的对数函数称为**常用对数**, 记为  $y = \lg x$ .

(3) 三角函数一律以弧度作为度量角的单位.