全国各类成人高等学校招生入学统一考试

教程及全真模拟试卷精解

——专科起点升本科

高等数学（一）

黄先开 主编

2001

专升本

现代出版社

全国各类成人高等学校招生入学统一考试

教程及全真模拟试卷精解

——专科起点升本科

高等数学（一）

现代出版社

图书在版编目(CIP)数据

全国各类成人高等学校招生入学统一考试教程及全真模拟试卷精解:高等数学(一)/黄先开主编.—北京:现代出版社,2000.8
ISBN 7-80028-580-4

Ⅰ.全... Ⅱ.黄... Ⅲ.高等数学-成人教育:高等教育-入学考试-自学参考资料 Ⅳ.G724.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 44847 号

责任编辑/张　颖　　封面设计/点　晴

全国各类成人高等学校招生入学统一考试高等数学(一)教程及全真模拟试卷精解
——专科起点升本科

出版发行/现代出版社
社　址/北京安定门外安华里 504 号　(邮编 100011)
经　销/全国各地新华书店
印　刷/〇五印刷厂

开　本/787×1092　1/16　总印张/188　总字数/4692 千字
版　次/2000 年 8 月第 1 版　2000 年 8 月第 1 次印刷
印　数/0001-5000 册

书　号/ISBN 7-80028-580-4/G·195
定　价/248.00 元(全 10 册 本册定价/24.80 元)

出版说明

为了帮助报考2001年全国各类成人高等学校专科起点升本科（即专升本）招生人学考试的广大考生系统、全面地复习各门应考课程，特组织中国人民大学、北京大学、北京大学医学部（原北京医科大学）、清华大学、北京师范大学、首都师范大学、中央财经大学、北京工商大学等10多所大学中具有丰富的专升本考试辅导经验和评阅试卷经验或参与专升本“考试大纲”制订或审订工作的教授、专家，严格按照中华人民共和国教育部高校学生司和教育部考试中心于2000年6月制订并颁布的**《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——专科起点升本科》**编写了这套丛书。

根据新“考试大纲”的规定，自2001年起，全国各类成人高等学校专升本招生入学考试的全国统考科目为8科。即：政治、英语、教育理论、艺术概论、大学语文、高等数学（一）、高等数学（二）和民法。

根据教育部的最新“考试大纲”，本丛书共10本，即：政治、英语、英语词汇用法指南、教育理论、艺术概论、大学语文（教材）、大学语文（教程及模拟）、高等数学（一）、高等数学（二）和民法。

本丛书具有“**新、全、真、快**”四大显著特点。

新：严格按照最新专升本复习考试大纲的要求，结合作者在北京各有关大学的成教学院举办的专升本考试入学全国统一考试考前辅导班授课的经验和在北京地区评阅试卷经验以及对历年全国统考试题的分析、研究，掌握了专升本入学考试命题的思路、方法和原则，从而把握专升本命题的新动向。

全：在编写本丛书的过程中，既注重知识的系统性，又突出重点、难点和考点，并且节节把关，章章细审，逐项验收，力求做到不多、不重、不漏。考生通过做各章的练习题及书后的全真模拟试卷，再对照解答分析，就能发现自己的薄弱环节，及时查缺补漏，直至验收合格。

真：名家亲笔编写，而不是挂名编写，题型、题量及难易程度均与全国统考试题一致，少数练习题及全真模拟试题还略比统考试题难，这样，有利于考生考前熟悉考试题型，从容走进考场，答题有的放矢，思路畅通。

快：针对性强，切题率高，短期复习见效特别快。

由于本丛书具备以上四个显著特点，因此已被北京、天津、上海、石家庄、济南、武汉、南京、杭州、西安、成都、长沙、哈尔滨等众多城市中近百所大学的成人教育学院专升本入学考试辅导班作为首选教材。

相信广大考生在认真读完本书后，能很快巩固原有知识，及时查缺补漏，提高应试能力和考试水平，在专升本考试中得心应手，一举成功!!

专升本招生考试试题研究组

2000年8月于北京

前　言

中华人民共和国教育部于2001年6月重新修订和颁布了《全国各类成人高等学校招生复习考试大纲——专科起点升本科》。为了帮助参加全国各类成人高等学校专升本考试的广大考生全面、系统地复习最新考试大纲所规定的全部数学考试内容，我们特依据中华人民共和国教育部最新制订和颁布的“考试大纲”，编写了这本《高等数学(一)》。

本书源于编者多年在专升本考前辅导班上讲授高等数学课程时所使用的讲义，融汇了编者在长期从事高等数学教学和考前辅导中对命题研究所积累的实践经验，旨在帮助读者复习基础知识，理解基本概念，掌握解题方法，强化应试技能。

本书特点有：

1. 紧扣考试大纲，满足准备参加“专升本”入学考试考生系统地复习高等数学的需要，完整地介绍了最新考试大纲所规定的全部内容。

2. 归纳常考题型与重要公式、定理。归纳题型便于考生在众多习题中分析归类，突出重点，把握命题特点，有的放矢地进行解题训练；归纳重要公式与定理，并不是简单罗列教材上的公式、定理，而是针对考生容易忽视或忘记的一些重要知识点或考点，甚至有时是个别习题的结论，进行总结。熟记和掌握这部分内容对于应考是至关重要的。

3. 精选、精解典型例题，针对每一类考题，先给出解题提示，然后精选大量的例题进行分析，使考生能明确解题思路，把握解题脉络，达到举一反三，触类旁通，迅速提高解题能力的目的。本书选题覆盖面广，重点类型突出，题型丰富，难易适度，符合实际考试要求。特别是考虑到专升本考试中填空题和单项选择题占有相当比重，本书每个章节均精心专门编写了大量的此类例题与习题。

书中最后选编了五套优秀全真模拟试题和近几年的全国统一考试数学试题，以便考生对复习效果进行自测检查、验收，巩固复习成果。

本书在编写过程中参考了大量高等数学教材和相关的复习辅导用书，在此向有关作者、编者表示衷心感谢！

本书是专为参加专升本入学考试的考生编写的一本复习指导用书，同时也可作为其他各类学生的学习参考书。

限于编者的水平，书中疏漏及不妥之处，恳请广大读者和同行赐教。

编　者

2000年8月

丛书目录

书名	定价
政治	24.80元
英语	24.80元
英语词汇用法指南	24.80元
教育理论	24.80元
艺术概论	24.80元
大学语文(教材)	24.80元
大学语文(教程及模拟)	24.80元
高等数学(一)	24.80元
高等数学(二)	24.80元
民法	24.80元

目　录

第一章　函数、极限与连续

§1　函数

一、考试要求与说明

(一)知识范围

1. 函数的概念

函数的定义,函数的表示法,分段函数.

2. 函数的简单性质

单调性,奇偶性,有界性,周期性.

3. 反函数

反函数的定义,反函数的图象.

4. 函数的四则运算与复合运算.

5. 基本初等函数

幂函数,指数函数,对数函数,三角函数,反三角函数.

6. 初等函数

(二)要求

1. 理解函数的概念.会求函数的定义域、表达式及函数值.会求分段函数的定义域、函数值,并会作出简单的分段函数的图象.

2. 理解和掌握函数的单调性、奇偶性、有界性和周期性,会判断所给函数的类别.

3. 了解函数 $y=f(x)$与其反函数 $y=f^{-1}(x)$之间的关系(定义域、值域、图象),会求单调函数的反函数.

4. 理解和掌握函数的四则运算与复合运算,熟练掌握复合函数的复合过程.

5. 掌握基本初等函数的简单性质及其图象.

6. 了解初等函数的概念.

7. 会建立简单实际问题的函数关系式.

二、内容提要

(一)函数的概念

1. 函数的定义

设 D 是一个给定的数集,f 是一个确定的对应关系,如果对于 D 中的每一个元素 x,通过 f 都有 R 内的唯一确定的一个元素 y 与之对应,那么这个关系 f 就叫做从 D 到 R 的函数关系,简称为函数,记作

$$f:D\to R \text{ 或 } f(x)=y$$

按照函数 f 与 $x\in D$ 所对应的 $y\in R$ 叫做 f 在 x 处的函数值,记作 $y=f(x)$,并称 D 为

函数 f 的定义域，而 f 的函数值的集合 $\{f(x)\mid x\in D\}$ 称为函数 f 的值域.

函数关系通常用 $y=f(x), x\in D$ 来表示，并称 y 是 x 的函数，其中 x 叫做自变量，y 叫做因变量.

【注】1°函数定义中最本质的是：①对应法则. 对应法则用记号 f 表示，它不只表示某一数学表达式，也可以用几个数学式子，甚至可以用一个图形或一张表格表示，关键是它确定了两个数集之间的对应规则即可. ②定义域. 定义域分两种情况：在实际问题中，函数的定义域由问题的实际意义确定；在单纯由数学表达式定义的函数时，其定义域是使函数的表达式有意义的一切实数所构成的数集.

2°两个函数相同(或恒等)当且仅当它们的对应法则和定义域都相同.

2. 分段函数

在定义域内的不同点集内由不同的数学表达式表示的函数称为分段函数.

注意，分段函数在其定义域上表示的是一个函数，而不是几个函数.

(二)函数的简单性质

1. 有界性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果存在正数 M，使得对一切 $x\in I$，都有 $|f(x)|\leqslant M$，则称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上有界；如果这样的 M 不存在，就称函数 $y=f(x)$ 在区间 I 上无界.

2. 单调性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，任给 $x_1, x_2\in I$，且 $x_1<x_2$，如果恒有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 I 上是单调增加的；如果恒有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 I 上是单调减少的. 单调增加函数与单调减少函数统称为单调函数.

注意，函数的单调性总是与某区间 I 相联系的，相应的区间 I 称为单调区间(单调增加区间或单调减少区间). 若笼统地称某函数为单调函数，往往意指在其定义区间上是单调函数.

3. 奇偶性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域 D 关于坐标原点对称，如果对于定义域 D 中的任何 x，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为奇函数；如果对于定义域 D 中的任何 x，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为偶函数.

注意，讨论一个函数奇偶性的前提是其定义域必须关于坐标原点对称. 奇函数的图形关于坐标原点对称，偶函数的图形关于 y 轴对称.

4. 周期性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，如果存在常数 $T(T\neq 0)$，使得对于定义域 D 中的任何 x，$x\pm T$ 也在定义域 D 中，且恒有 $f(x\pm T)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为周期函数，满足上式的最小正常数 T 称为 $f(x)$ 的周期.

周期函数在每一个周期内的图形是相同的.

(三)反函数

设 $y=f(x)$ 是定义在 D 上的函数，其值域为 Z，如果对每个 $y\in Z$，都有唯一的对应值 $x\in D$，满足 $y=f(x)$，则称 x 为定义在 Z 上以 y 为自变量的函数，记为

$$x=f^{-1}(y), y\in Z$$

并称其为 $y=f(x)$ 的反函数.

如以 x 为自变量,则 $y=f(x)$ 的反函数记为 $y=f^{-1}(x), x\in Z$;且 $y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

注意,严格单调增加(或减少)的函数有反函数.有些函数在其定义域内不是单调函数,但它在其子区间上是单调的,这时可在其子区间上讨论它的反函数.

(四)基本初等函数及其图形

1. 常数函数

$y=c$(c 为常数).

2. 幂函数

形如 $y=x^{\mu}$(μ 是常数)称为幂函数.它的定义域需根据 μ 的值而定.但是不论 μ 取何值,在区间 $(0,+\infty)$ 上它总是有定义的.

对于常见的幂函数 $y=x, y=x^2, y=x^3, y=\sqrt{x}, y=\frac{1}{x}$ 应掌握它们的定义域、值域和单调性.

3. 指数函数

形如 $y=a^x(a>0, a\neq 1)$ 称为指数函数.它的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,值域为 $(0,+\infty)$.当 $a>1$ 时,函数是单调增加的;当 $a<1$ 时,函数是单调减少的.指数函数的图形总在 x 轴上方,且过点 $(0,1)$.

4. 对数函数

指数函数 $y=a^x$ 的反函数,记作 $y=\log_a x(a>0, a\neq 1)$ 称为对数函数.它的定义域为 $(0,+\infty)$,值域为 $(-\infty,+\infty)$,当 $a>1$ 时,对数函数 $y=\log_a x$ 是单调增加的;当 $0<a<1$ 时,对数函数 $y=\log_a x$ 为单调减少的.对数函数的图形位于 y 轴右方.

注意,对数函数 $y=\log_a x$ 与指数函数 $y=a^x$ 互为反函数,其定义域和值域互相对应,一个函数的定义域恰好是另一个函数的值域.

特别地,取 $a=e$,得自然对数 $y=\ln x$.

5. 三角函数与反三角函数

(1)正弦函数　函数 $y=\sin x$ 称为正弦函数,其定义域为 $(-\infty,+\infty)$,值域为 $[-1,1]$,且为有界函数、奇函数和以 2π 为周期的周期函数.

(2)余弦函数　函数 $y=\cos x$ 称为余弦函数.其定义域为 $(-\infty,+\infty)$,值域为 $[-1,1]$,且为有界函数、偶函数和以 2π 为周期的周期函数.

(3)正切函数　函数 $y=\tan x$ 为正切函数.它的定义域为 $(k\pi-\frac{\pi}{2}, k\pi+\frac{\pi}{2})(k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots)$,值域为 $(-\infty,+\infty)$,它是奇函数,且是以 π 为周期的周期函数.

(4)余切函数　函数 $y=\cot x$ 称为余切函数.它的定义域是 $(k\pi-\pi, k\pi)(k=0,\pm 1, 2\pm,\cdots)$,值域为 $(-\infty,+\infty)$.它是奇函数,且是以 π 为周期的周期函数.

(5)正割函数　函数 $y=\sec x$ 称为正割函数.它是余弦函数的倒数,即 $\sec x=\frac{1}{\cos x}$.它的定义域是 $(k\pi-\frac{\pi}{2}, k\pi+\frac{\pi}{2})(k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots)$.它是以 2π 为周期的周期函数,且是偶函数.

(6)余割函数　函数 $y=\csc x$ 称为余割函数.它是正弦函数的倒数,即 $\csc x=\frac{1}{\sin x}$.它的定义域为 $(k\pi-\pi, k\pi)(k=0,\pm 1,\pm 2,\cdots)$.它是以 2π 为周期的周期函数,且是奇函数.

(7)反三角函数　由于三角函数在它们的定义域内不是单调的，在通常意义下无法讨论其反函数.通过限制它的定义域范围，使其成为单调的，这样得到的三角函数的反函数称为反三角函数.

正弦函数 $y=\sin x$ 和余弦函数 $y=\cos x$ 的反函数依次为：

反正弦函数　$y=\arcsin x$，定义域$[-1,1]$，值域$[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$；

反余弦函数　$y=\arccos x$，定义域$[-1,1]$，值域$[0,\pi]$.反正弦函数是单调增函数、奇函数；反余弦函数是单调减函数.

正切函数 $y=\tan x$ 和余切函数 $y=\cot x$ 的反函数依次为：

反正切函数　$y=\arctan x$，定义域为$(-\infty,+\infty)$，值域为$(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$；

反余切函数　$y=\operatorname{arccot} x$，定义域为$(-\infty,+\infty)$，值域为$(0,\pi)$.反正切函数是单调增函数，且是奇函数；反余切函数是单调减函数.

上述五种函数统称为基本初等函数，是最常用、最基本的函数，它们的定义域、性质和图形(图形请参考相关教科书)应当牢记.

【注】1°指数函数运算性质有

$$a^{x_1}\cdot a^{x_2}=a^{x_1+x_2}$$
$$(ab)^x=a^xb^x$$
$$(a^x)^y=a^{xy}$$

2°对数函数运算性质有

$$\log_a(x_1x_2)=\log_a x_1+\log_a x_2$$
$$\log_a(x_1/x_2)=\log_a x_1-\log_a x_2$$
$$\log_a x^b=b\log_a x$$
$$\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}$$
$$a^{\log_a x}=x$$

3°常用的三角公式

$$\sin(-x)=-\sin x,\cos(-x)=\cos x$$
$$\sin^2x+\cos^2x=1,\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$$
$$\sin x\cdot\csc x=1,\cos x\cdot\sec x=1,\tan x\cdot\cot x=1$$
$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$
$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$
$$\sin x\cos y=\frac{1}{2}[\sin(x+y)+\sin(x-y)]$$
$$\sin^2x=\frac{1-\cos2x}{2},\cos^2x=\frac{1+\cos2x}{2}$$

(五)复合函数

设 y 是 u 的函数：$y=f(u)$，而 u 又是 x 的函数：$u=\varphi(x)$，且函数 $u=\varphi(x)$的值域的全部或一部分包含在函数 $y=f(u)$的定义域内，则对 $u=\varphi(x)$的定义域内的某些 x，通过变量

u,变量 y 有确定的值与之对应,从而得到一个以 x 为自变量,以 y 为因变量的函数,称此函数是由函数 $y=f(u)$与函数 $u=\varphi(x)$复合而成的复合函数,记作 $y=f[\varphi(x)]$,其中 u 称为中间变量.

注意,不是任何两个函数都能复合成复合函数,关键是 $u=\varphi(x)$的值域与 $y=f(u)$的定义域必须相交.

关于复合函数要熟练掌握的内容有三:求定义域;将若干个简单函数复合;将复合函数拆分成若干个简单函数,这里说的简单函数是指基本初等函数与基本初等函数经过四则运算后得出的函数.熟练掌握复合函数的拆分是今后正确运用求导公式的基础.

(六)初等函数

由基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的复合运算且能用一个解析式子表示的函数称为初等函数.

一般来说,分段函数不是初等函数.

三、典型考题类型与例题

(一)典型考题类型

涉及本节内容的典型考题类型有:

1. 判断两个函数是否恒等;
2. 求函数的定义域;
3. 正确运用函数记号,求函数值与函数表达式;
4. 判定给定函数的奇偶性;
5. 求已知函数的反函数.

其中重点是求函数的定义域.

(二)例题

1. 判断两个函数是否恒等(或相同)

[解题提示] 判别给定的两个函数是否表示同一函数(或恒等),一般从两方面着手:1°验证定义域是否相同;2°对应法则是否一致.当且仅当两者完全相同时它们才恒等.

例 1.1 下列几组函数是否恒等?

(1)$y=\cos x$ 与 $y=\sqrt{1-\sin^2 x}$;

(2)$y=\ln\dfrac{1+x}{1-x}$与 $y=\ln(1+x)-\ln(1-x)$;

(3)$y=2\ln|x|$与 $y=\ln x^2$;

(4)$y=1$ 与 $y=\sin^2 x+\cos^2 x$;

(5)$y=\dfrac{x^3-1}{x-1}$与 $y=x^2+x+1$.

[解] (1)$y=\cos x$ 与 $y=\sqrt{1-\sin^2 x}=|\cos x|$,定义域相同,但对应法则不同,故它们不恒等.

(2)$y=\ln\dfrac{1+x}{1-x}$的定义域为$D=\{x|-1<x<1\}$,且 $y=\ln\dfrac{1+x}{1-x}=\ln(1+x)-\ln(1-x)$,而 $y=\ln(1+x)-\ln(1-x)$的定义域也为 $D=\{x|-1<x<1\}$,说明两个函数的定义域与对应法则都相同,故它们恒等.

(3)因为 $y=\ln x^2=\ln|x|^2=2\ln|x|$,易知两者恒等.

(4)由 $y=\sin^2x+\cos^2x=1$,知两者恒等.

(5)$y=\dfrac{x^3-1}{x-1}$的定义域为 $x\neq1$,$y=x^2+x+1$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,两者不一致,故它们不是恒等函数.

2. 求函数的定义域

[解题提示]　由解析式子表示的函数的定义域是使该解析表达式有意义的一切实数所构成的集合,求定义域时应注意以下几点:

1°如果函数的表达式中含有分式,则分式的分母不能为零;

2°如果函数的表达式中含有偶次方根,则根号下的表达式必须大于或等于零;

3°如果函数的表达式含有对数,则真数必须大于零;

4°如果函数的表达式中含有反正弦函数或反余弦函数,则必须符合反正弦函数与反余弦函数的定义域,即对于 $\arcsin\varphi(x)$,$\arccos\varphi(x)$,必须满足$|\varphi(x)|\leqslant1$;

5°分段函数的定义域是各个部分自变量的取值范围之总和;

6°若函数式是由几个函数经过四则运算构成,其定义域是各个函数的定义域的公共部分.

例 1.2　求下列函数的定义域:

(1)$y=\sqrt{x-2}+\dfrac{1}{x-3}+\ln(5-x)$;

(2)$y=\dfrac{\sqrt{\ln(x-1)}}{x(x-3)}$;

(3)$y=\sqrt{16-x^2}+\arcsin\dfrac{2x-1}{7}$.

[解]　(1)要使 y 有意义,x 应满足

$$x-2\geqslant0,x-3\neq0,5-x>0$$

即 $x\geqslant2$,$x\neq3$ 且 $x<5$,其公共部分为$[2,3)\cup(3,5)$,故所求定义域为 $D=[2,3)\cup(3,5)$

(2)要使 y 有意义,x 必须满足

$$\begin{cases}\ln(x-1)\geqslant0\\x-1>0\\x(x-3)\neq0\end{cases}\quad 即\begin{cases}x-1\geqslant1\\x>1\\x\neq0 且 x\neq3\end{cases}$$

其交集为$[2,3)\cup(3,+\infty)$,故函数的定义域为　$D=[2,3)\cup(3,+\infty)$.

(3)要使 y 有意义,必须

$$\begin{cases}16-x^2\geqslant0 & ①\\ \left|\dfrac{2x-1}{7}\right|\leqslant1 & ②\end{cases}$$

由①式解得 $-4\leqslant x\leqslant4$;解②式得 $-7\leqslant2x-1\leqslant7$,即 $-6\leqslant2x\leqslant8$,也即 $3\leqslant x\leqslant4$. 于是,所给函数的定义域为 $D=[3,4]\cap[-4,4]=[3,4]$.

例 1.3　设

$$f(x)=\begin{cases}-x^2,x\geqslant0\\-e^x,x<0\end{cases},\varphi(x)=\ln x.$$

(1)求 $f[\varphi(x)]$及其定义域;

(2)可以复合成形如 $\varphi[f(x)]$的函数吗?

[分析]复合函数中内层函数的值域与外层函数的定义域之交集必须是非空集.

[解]　(1)因为 $\varphi(x)$的定义域是$(0,+\infty)$,值域是$(-\infty,+\infty)$,而 $f(x)$的定义域是$(-\infty,+\infty)$,所以 $\varphi(x)$的值域在 $f(x)$的定义域内,故 $f[\varphi(x)]$有意义,因而

$$f[\varphi(x)]=\begin{cases}-\varphi^2(x), & \varphi(x)\geqslant 0\\ -e^{\varphi(x)}, & \varphi(x)<0\end{cases}$$

即

$$f[\varphi(x)]=\begin{cases}-\ln^2 x, & x\geqslant 1\\ -x, & 0<x<1\end{cases}$$

从上式可看出,$f[\varphi(x)]$的定义域是两部分定义域之和,即为$(0,+\infty)$.

(2)由于 $f(x)$的值域是$(-\infty,0)$,$\varphi(x)$的定义域是$(0,+\infty)$,它们无公共的部分,所以不能复合成形如 $\varphi[f(x)]$的函数.

例 1.4　已知函数 $f(x)$的定义域为$[0,1]$,求 $f(2x-3)$,$f(\sin 2x)$的定义域.

[解]　因为 $f(x)$的定义域为$[0,1]$,所以 $f(2x-3)$的定义域为 $0\leqslant 2x-3\leqslant 1$,

即 $3\leqslant 2x\leqslant 4$,也即$\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant 2$.

同理,$f(\sin 2x)$的定义成为 $0\leqslant\sin 2x\leqslant 1$,即

$$2n\pi\leqslant 2x\leqslant 2n\pi+\pi$$

故定义域为　$n\pi\leqslant x\leqslant n\pi+\frac{\pi}{2}\quad(n\in Z)$

3. 求函数值与函数表达式

[解题提示]　按函数定义,对定义域 D 中的任一 x,根据法则 f 所对应的因变量 y,记作 $f(x)$,称为函数 f 在 x 的函数值.当函数 $f(x)$用一个解析表达式表示时,将表达式中之 x 代以 x_0 便得到 $f(x_0)$.对分段函数求函数值 $f(x_0)$时,要根据 x_0 所在的区间,用 $f(x)$相对应的表达式求 $f(x_0)$.

例 1.5　设

$$f(x)=\begin{cases}\lim\limits_{u\to 0}(1+xu)^{\frac{1}{u}}, x\geqslant 1\\ \ln(1+x), & |x|<1\\ \lim\limits_{u\to 0}\dfrac{\sin ux}{u}, & x\leqslant -1\end{cases}$$

求 $f(-1)$,$f(0)$,$f(1)$.

[解]　这是分段函数,求函数值时必须从自变量所在的区间的解析表达式中去计算.

$$f(1)=\lim_{u\to 0}\frac{\sin(-u)}{u}=\lim_{u\to 0}-\frac{\sin(-u)}{-u}=-1,$$

$$f(0)=\ln(1+x)|_{x=0}=\ln 1=0,$$

$$f(1)=\lim_{u\to 0}(1+u)^{\frac{1}{u}}=e$$

例 1.6　设$\int_0^x f(u)\mathrm{d}u=\sin x+\cos x$,求 $f(\pi)$.

[解]　这里函数 $f(x)$是变上限积分的被积函数,利用变上限积分的性质,等式两边同时