

地球物理學報

第 5 卷

第 1 期

1956

中国地球物理学会編輯
科学出版社出版

地球物理学报

第5卷 第1期

目 录

对三层电测深曲线等值原则证明的一些补充.....	章冠人(1)
论圆环组合爆炸在反射法地震勘探中的应用.....	馬恩澤(9)
介质的磁化率与包裹体形状的关系.....	熊光楚(21)
根据测得的重力值决定均匀三轴椭球体的位置、深度及其大小	
小的一个方法.....	李業緒(33)
论地面流.....	黃万里(37)
论降雨集流.....	黃万里(51)
关于黃万里先生“论三轴椭球体的位置、深度及其大小”的意见.....	編者(75)

对三層电測深曲綫等值原則 証明的一些补充

章 冠 人

(东北地质学院)

引 言

一般三層电測深曲綫, 当中間層厚度很小时, 視电阻率曲綫的形狀不單独和中间層
的电阻率 ρ_2 或厚度 h_2 直接發生关系, 而决定于其縱向导电率 $S_2 = \frac{h_2}{\rho_2}$ (当 $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$)
或橫向导电率 $T_2 = h_2 \rho_2$ (当 $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$)。从达赫諾夫“石油与天然气的电法勘探”一書
中, 我們可以看到这証明。为了使問題的提出更清楚起見, 現將其証明作一扼要的叙述,
这証明利用了由三層問題中点电源在地面上产生的电位公式

$$U_1 = \frac{\rho_1 I}{2\pi r} + \int_0^\infty 2B_1(m) J_0(mr) dm, \quad (1)$$

其中

$$B_1(m) = q \frac{k_{12} e^{-2mH_2} + k_{23} e^{-2mH_3}}{1 - k_{12} e^{-2mH_2} - k_{23} e^{-2mH_3} + k_{12} k_{23} e^{-2m(H_2 + H_3)}} \quad (2)$$

式中

$$q = \frac{\rho_1 I}{2\pi}, \quad k_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}, \quad \text{及} \quad k_{23} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2}, \quad H_2 = h_2 \quad \text{及} \quad H_3 = h_1 + h_2,$$

由于 ρ_2, h_2 仅包括在 $B_1(m)$ 內, 故証明中仅討論了 $B_1(m)$ 和它們的关系。在証明
中, 当 $h_2 \ll h_1, \rho_2 \ll \rho_1, \rho_2 \ll \rho_3$ 时, 又利用了下列近似关系:

$$e^{-2m(h_1 + h_2)} \simeq e^{-2mh_1} e^{-2mh_2} \simeq e^{-2mh_1} (1 - 2mh_2) \quad (3)$$

$$k_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \simeq \frac{2\rho_2}{\rho_1} - 1 \quad (4)$$

及

$$k_{23} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2} \simeq 1 - \frac{2\rho_2}{\rho_3} \quad (5)$$

將(3)(4)及(5)代入 $B_1(m)$ 經化簡后得:

$$B_1(m) = q e^{-2mh_1} \frac{\rho_3 - \rho_1 - m \rho_1 \rho_3 S_2}{-(\rho_3 - \rho_1 - m \rho_3 \rho_1 S_2) e^{-2mh_1} + \rho_3 - \rho_1 + m \rho_1 \rho_3 S_2}, \quad (6)$$

因而書中得出結論当 $h_2 \ll h_1$ 及 $\rho_2 \ll \rho_1, \rho_2 \ll \rho_3$ 时 $B_1(m)$ 仅和 S_2 有关。在

• 1966年1月14日收到。

另一种情形。

当 $\rho_2 > \rho_1$, $\rho_2 > \rho_3$ 及 $k_2 < k_1$ 时証明中利用了下列近似关系:

$$e^{-2m(h_1+k_2)} \simeq e^{-2mh_1}(1-2mk_2), \quad (7)$$

$$k_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \simeq 1 - \frac{2\rho_1}{\rho_2}, \quad (8)$$

$$k_{23} = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2} \simeq \frac{2\rho_3}{\rho_2} - 1. \quad (9)$$

將(7)(8)及(9)代入 $B_1(m)$ 簡化后得:

$$B_1(m) = q e^{-imh_1} \frac{\rho_3 - \rho_1 + mT_2}{(\rho_1 - \rho_3 - mT_2) e^{-2mh_1} + \rho_1 + \rho_3 + mT_2}. \quad (10)$$

因而書中得出結論, $B_1(m)$ 当 $\rho_2 > \rho_1$, $\rho_2 > \rho_3$ 及 $k_2 < k_1$ 时, 仅和 T_2 有关。

显然在上述証明中, 可以看出(3)式和(7)式的依指数級数展开, 忽略其高次項, 仅当 $2mh_2$ 很小时方能成立, 然在(1)式中可以看出 m 是在从 0 到 ∞ 的范围内变化, 而 k_2 并不是很小而近于零的数值。显然这近似关系是缺乏足够的理由的。由于該方面的文献, 国内尚未見到, 本文的目的就是要証明这近似关系仅在当电极距足够大时, 方能成立。等值原則仅是根据視电阻率曲綫的右部存在这一关系而提出的, 因此 S_2 或 T_2 的不变仅是使整个視电阻率曲綫不变的必要条件, 并不是充份的条件。

几个数学定理的証明

为了說明我們的問題, 首先必須証明几个数学定理:

定理 I 如 $\int_a^b B(m) dm$ 存在(如其为广义积分)并絕對收敛, 則当 r 趋近无穷大时,

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_a^b B(m) J_0(mr) dm = 0$$

其中 b 和 a 为任二不等于零的正数。

証 首先我們假定 $B(m)$ 在 (a, b) 內是有界的, 在这种情形, 假设 $|B(m)|$ 的上界是 K , 并假定 ϵ 是任一正数, 將 (a, b) 范围划分为 n 部分, 其間的点为 $m_1, m_2, \dots, m_{n-1}$, 并对函数構成下列和:

$$S_n = U_1(m_1 - a) + U_2(m_2 - m_1) + \dots + U_n(b - m_{n-1}),$$

$$s_n = L_1(m_1 - a) + L_2(m_2 - m_1) + \dots + L_n(b - m_{n-1}).$$

式中 U_i 及 L_i 是 $B(m)$ 在間隔 (m_{i-1}, m_i) 間的上界和下界, 我們將 n 取得这样大, 使 $S_n - s_n < \epsilon$, 这是可能的, 因为 $B(m)$ 是可积的。

在間隔 (m_{i-1}, m_i) 內, 將 $B(m)$ 写成:

$$B(m) = B_t(m_{t-1}) + w_t(m),$$

这样 $|w_t(m)| \leq U_t + L_t$,

显然

$$\begin{aligned} \left| \int_a^b B(m) J_0(mr) dm \right| &= \left| \sum_{t=1}^n B_t(m_{t-1}) \int_{m_{t-1}}^{m_t} J_0(mr) dm + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{t=1}^n \int_{m_{t-1}}^{m_t} w_t(m) J_0(mr) dm \right| \leq \\ &\leq \left| \sum_{t=1}^n B_t(m_{t-1}) \int_{m_{t-1}}^{m_t} J_0(mr) dm \right| + \\ &\quad + \left| \sum_{t=1}^n \int_{m_{t-1}}^{m_t} w_t(m) J_0(mr) dm \right|, \end{aligned} \quad (11)$$

因为 $J_0(mr) < 1$ 故(11)式变为:

$$\begin{aligned} \left| \int_a^b B(m) J_0(mr) dm \right| &\leq \left| \sum_{t=1}^n K \int_{m_{t-1}}^{m_t} J_0(mr) dm \right| \\ &\quad + \left| \sum_{t=1}^n \int_{m_{t-1}}^{m_t} w_t(m) dm \right|. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{由于在 } r \text{ 很大时 } J_0(mr) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \cos\left(mr - \frac{\pi}{4}\right) + O[(mr)^{-3/2}], \quad (13)$$

我們可以将 r 取得如此之大, 使(12)式左边仍小于右边用(13)式代替后的表达式, 这是可以的, 因为我們可以任意增大 r , 以使渐近式逐渐接近于 $J_0(mr)$ 的真值。則我們可以得:

$$\begin{aligned} \left| \int_a^b B(m) J_0(mr) dm \right| &\leq \left| \sum_{t=1}^n K \int_{m_{t-1}}^{m_t} \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \cos\left(mr - \frac{\pi}{4}\right) dm \right| + \\ &\quad + \left| \sum_{t=1}^n \int_{m_{t-1}}^{m_t} w_t(m) dm \right|. \end{aligned} \quad (14)$$

我們先来討論(14)式右边第一項, 由部分积分

$$\begin{aligned} \left| \sum_{t=1}^n K \int_{m_{t-1}}^{m_t} \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \cos\left(mr - \frac{\pi}{4}\right) dm \right| &\leq \left| \sum_{t=1}^n K \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \frac{\sin\left(mr - \frac{\pi}{4}\right)}{r} \right]_{m_{t-1}}^{m_t} \right| + \\ &\quad + \left| \sum_{t=1}^n K \int_{m_{t-1}}^{m_t} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{(rm)^{3/2}} \sin\left(mr - \frac{\pi}{4}\right) dm \right| \leq \left| K \sqrt{\frac{2}{\pi mr}} \frac{1}{r} \right]_a^b \right| + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left| \sum_{i=1}^n K \int_{m_{i-1}}^{m_i} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{(rm)} \frac{1}{r} dm \right| \leq \left| K \sqrt{\frac{2}{\pi nr}} \frac{1}{r} \right]_a^b + \\
& + \left| \sum_{i=1}^n K \sqrt{\frac{2}{\pi nr}} \frac{1}{r} \right]_{m_{i-1}}^{m_i} \right| \leq \left| K \sqrt{\frac{2}{\pi nr}} \frac{1}{r} \right]_a^b + \left| K \sqrt{\frac{2}{\pi nr}} \frac{1}{r} \right]_a^b \leq \\
& \leq 2K \left(\sqrt{\frac{2}{\pi br}} \frac{1}{r} - \sqrt{\frac{2}{\pi ar}} \frac{1}{r} \right) < 2\epsilon.
\end{aligned} \quad (15)$$

显然只要 a, b 不等于零, 上式总可以使 r 取得足够大, 使其小于 2ϵ 。并且从这里也可看出当 a 或 b 趋近无穷大时, 上式更为正确。故 (14) 式的第一项小于 2ϵ 。

其次讨论 (14) 式的右边第二项, 由于 $\int_a^b B(m) dm$ 存在, 并且 n 取得这样大使 $S_n - s_n < \epsilon$, 则

$$\left| \sum_{i=1}^n \int_{m_{i-1}}^{m_i} w_i(m) dm \right| \leq S_n - s_n < \epsilon. \quad (16)$$

将 (15) 和 (16) 代入 (14), 最后得:

$$\int_a^b B(m) J_0(nr) dm < 3\epsilon.$$

故

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_a^b B(m) J_0(nr) dm = 0.$$

假如 $B(m)$ 是无界的, 如 $\int_a^b B(m) dm$ 存在并绝对收敛, 则我们根据这条件, 可以将这些使 $B(m)$ 无界的点, 包在一有限几个间隔 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ 中, 以使

$$\sum_{i=1}^p \left| \int_{\alpha_i} B(m) dm \right| < \epsilon.$$

假使 K 表示 $|B(m)|$ 在这些间隔之外的间隔的上界, 这些间隔之外的间隔, 我们用 $r_1, r_2, \dots, r_{p+1}$ 表示之, 我们可以用同样的方法证明:

$$\begin{aligned}
\left| \int_a^b B(m) J_0(nr) dm \right| &= \left| \sum_{i=1}^{p+1} \int_{r_i} B(m) J_0(nr) dm + \sum_{i=1}^p \int_{\alpha_i} B(m) J_0(nr) dm \right| \leq \\
&\leq \left| \sum_{i=1}^{p+1} \int_{r_i} B(m) J_0(nr) dm \right| + \\
&+ \left| \sum_{i=1}^p \int_{\alpha_i} B(m) J_0(nr) dm \right| \leq 3\epsilon + \epsilon \leq 4\epsilon.
\end{aligned} \quad (17)$$

因而即使 $B(m)$ 是无界的, 只要 $\int_a^b B(m) dm$ 存在并绝对收敛,

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_a^b B(m) J_0(mr) dm = 0.$$

其中 b, a 为任一不等于零的正数。

定理 II 如 $\int_a^\infty B(m) dm$ 存在(如其为广义积分)并绝对收敛, 则当 $r \rightarrow \infty$ 时

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_a^\infty B(m) J_0(mr) dm = 0 \quad (18)$$

其中 a 为任一不等于零的正数。

证 由于在上述证明中, 如将 b 趋近无穷大, 由于如 $\int_a^\infty B(m) dm$ 存在并绝对收敛, 不等式 (15) (16) 当 $n \rightarrow \infty$ 时仍旧可以成立, (17) 式也是一样。故

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_a^\infty B(m) J_0(mr) dm = 0,$$

只要 a 是不等于零的正数。

定理 III 如 $\int_0^\infty B(m) dm$ 存在(如其为广义积分)并绝对收敛, 则当 $r \rightarrow \infty$ 时

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^\infty B(m) J_0(mr) dm = \lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^a B(m) J_0(mr) dm. \quad (19)$$

其中 a 为任一不等于零的正数, a 的允许的最小值视 r 的大小而定, 当 $r \rightarrow \infty$ 时 a 可以取等于无穷小。换句话说这积分仅与零点附近的行为有关。

证 根据定理 II。

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^\infty B(m) J_0(mr) dm &= \lim_{r \rightarrow \infty} \left[\int_0^a B(m) J_0(mr) dm + \int_a^\infty B(m) J_0(mr) dm \right] = \\ &= \lim_{r \rightarrow \infty} \int_0^a B(m) J_0(mr) dm, \end{aligned}$$

其中 a 为任一不等于零的正数。

其次我们再来讨论 a 的允许的极小值的问题。从定理 I 的证明中, 由 (13) 和 (15) 式可以看出, m 和 r 以乘积的形式存在, 如要满足不等式 (14) 和 (15), 我们可以加大 m 和 r , 也能达到这一点。设当乘积 mr 大于某一相当大的常数 c 后, 不等式 (14) 和 (15) 就已满足, 如我们保持 mr 的乘积不变, 而增大 r , 相应地我们如减小 m , 此时 (14) 和 (15) 仍旧成立。我们来看一下 m 允许最小值的极限也就是 a 的允许最小值

$$\lim_{r \rightarrow \infty} m = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{c}{r} = 0$$

故使 (14) 和 (15) 仍旧成立, a 允许的最小值, 随 r 的大小而定, 当 r 趋近无穷大时, 其极限为零, 换言之我们可以取其等于无穷小。

对三層电測深曲綫的分析

首先我們来分析三層电測深曲綫的右部, 即当 r 很小时的情形。利用(1)式, 無論如何我們可以将 $B_1(m)$ 展开成

$$B_1(m) = q \Sigma b_n e^{-2m(\alpha_n k_1 + \beta_n k_2)}.$$

式中, b_n 为 ρ_1, ρ_2 的函数, α_n, β_n 为正整数, α_n 的最小值为 1。將 $B_1(m)$ 代入(1)式对各項积分, 代入上下限后, 我們將得到:

$$U_1 = \frac{\rho_1 I}{2\pi r} + q \Sigma \frac{b_n}{\sqrt{(2\alpha_n k_1 + 2\beta_n k_2)^2 + r^2}}.$$

化成梯度法的视电阻率公式得:

$$\rho_K = \rho_1 + q \Sigma \frac{2\pi r^2 b_n}{[(2\alpha_n k_1 + 2\beta_n k_2)^2 + r^2]^{3/2}}.$$

显然, 当 $r \rightarrow 0$ 时,

$$\rho_K \approx \rho_1,$$

故视电阻率曲綫的左部, 不論中間層如何, 只要 ρ_1 相同, 视电阻率曲綫不变。

其次我們再来分析视电阻率曲綫的右部, 即当 r 很大的情形。由于 $\int_0^\infty B(m) dm$ 仿照上面的証法, 不难証明是存在并絕對收斂的, 故应用定理 III (1) 式的右边第二項, 显然可等于

$$\int_0^\infty B_1(m) J_0(nr) dm = \int_0^a B_1(m) J_0(nr) dm.$$

其中 a 可以是一个任意小的正数, 其条件为 r 必須足够地大。这样这积分仅限于在零点附近一很小的范围内, 因此 m 始終是零点附近一很小的正数。由于 k_2 并不是無窮大, 故 $2mk_2$ 也可能是一很小的数值, 我們就可以忽略其高次項而將

$$e^{-2mk_2} \approx 1 - 2mk_2.$$

这样代入 $B_1(m)$, 如上面引言中所証明的, $B_1(m)$ 仅和 S_2 或 T_2 有关。因此我們得出結論, 在 r 足够大时, 视电阻率曲綫的形狀决定于 S_2 或 T_2 。

至于视电阻率曲綫的中部, 我們不能用解析的方法得出这关系, 事实上, 这关系在曲綫的中部仅在一一定的范围内适用, 从下面的圖中就可以看出这一点。圖上各曲綫的 S_2 均等于 9, 在曲綫的左右兩端恰如我們在上面所得的結果指出的一样, 是完全重合的; 而在中部仅模数小于 $1/19$ 的曲綫在規定誤差不超过 5% 的条件下, 認為是重合的, 如誤差規定为 1%, 則重合的曲綫数还要减少。其余的曲綫, 均最先自中部分离出来。

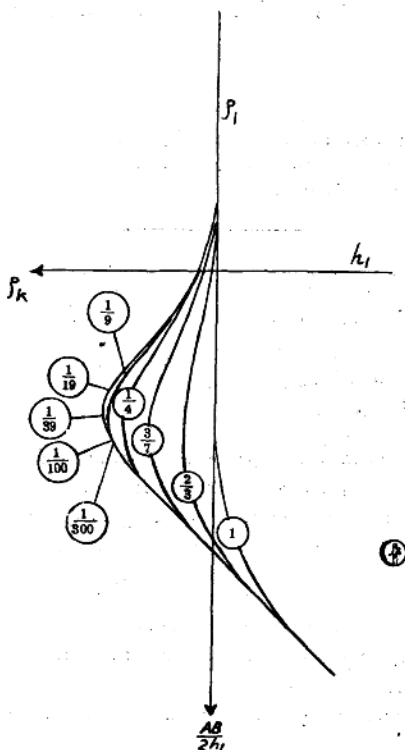


图9的视电阻率曲线图(摘自培拉耶夫量板)

結 論

从上面的分析可以看出,三层电测深曲线当中間層很薄和当 $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ 或 $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$ 时,变更中間層而保持 S_2 或 T_2 不变,仅只能保证曲线左右两端不变,其中部仅在一定误差范围内认为是变化的。由此可知 S_2 或 T_2 的相等是使曲线不变的必要条件而不是充分条件。故等值原则适用的范围受一定的限制。

最后必须指出,在解释上列性质的三层电测深曲线时,我们首先必须注意到实测曲

綫和理論曲綫中部的密切重合, 因为上列性質曲綫可能的分別, 仅只能發生在中部而且有时是很不显著的。

参 考 文 献

- [1] Пылаев, А. М.: Руководство по интерпретации вертикальных электрических зондирований.
- [2] Дахнов, В. Н.: Электрическая разведка нефтяных и газовых месторождений.
- [3] Whittaker and Watson: Modern Analysis.

ДОПОЛНЕНИЕ К ДОКАЗАТЕЛЬСТВУ ПРИНЦИПА ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ДЛЯ ТРЕХСЛОЙНОГО РАЗРЕЗА

ЧЖАН КУАН-ЖЭН

Северо-Восточный геологический институт

РЕФЕРАТ

Рассматривая теоретические кривые ваз трехслойного разреза для случая $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ или $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$, легко заметить, что при относительно небольшом значении мощности второго слоя, вид кривой ρ_K определяется не величинами удельного электрического сопротивления и мощностью каждого промежуточного слоя, а продольной проводимостью $S_2 = \frac{h_2}{\rho_2}$ (при $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$) и поперечным сопротивлением $T_2 = h_2 \rho_2$ (при $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$) этого слоя.

В книге "Электрическая разведка Нефтяных и Газовых Месторождений" были аналитически доказаны эти положения.

В этом доказательстве, воспользуется эта приближенная формула

$$e^{-2m(h_1+h_2)} \approx e^{-2mh_1} e^{-2mh_2} \approx e^{-2mh_1} (1 - 2mh_2)$$

причем m в подинтегральном выражении меняется от нуля до бесконечности. Очевидно, эта приближенная формула теряет достаточное основание.

Поэтому автор дополняет этот недостаток и подтверждает выше указание справедливы лишь для большего расстояния между электродами.

論圓環組合爆炸在反射法地震 勘探中的应用

馬恩澤

(石油工業部 北京石油地質學校 北京地質學院)

在地震勘探中,用炸藥爆炸所产生的能量,仅有一小部分可以利用。我們所需要的是彈性波能量,而炸藥爆炸的能量并不完全轉換为波能。要增加彈性波能量,从表面上看,可以用增多炸藥量的方法来得到,但是实际上,炸藥量加大,有效彈性波能量并不随之而比例地加强,炸藥效能与炸藥量不成正比关系。

彈性波能量的多寡与振源处爆炸所生压力的大小,压力脉冲作用時間的長短,以及岩層的性質有关。如果維持后面两个因素不变,即用相同性質的雷管与炸藥在同一地区同一岩層中爆炸,从經驗知道,当炸藥量超过某一限度时,有效彈性波能量即不能再行显著增强。倘若繼續盲目增加炸藥量,除了加多杂波干扰成分外,对地震勘探毫無任何益处。

如何改进記錄質量,提高炸藥效能,这是扩大地震勘探应用范围的一个重要問題。組合爆炸的应用無疑是目前解决这一問題的一个重要途徑。

組合爆炸的概念虽然很早就有人討論过。但一直到最近空中爆炸地震勘探方法提出后,組合爆炸方法才逐步应用于实际工作中。

地震勘探中的空中爆炸法,系首先由苏联地球物理学家茲維达也夫(A.A.Либераев)^[7]提出的。以后,他曾討論过水平反射層及爆炸点沿着測綫安置的情况下組合爆炸应用的可能性^[8]。1950年,頗而特(T. Poulter)討論了他在几个地区进行空中爆炸地震勘探法的实验成果^[10]。在我国,1953年石油勘探方面的一些地震队,曾在礫石复盖地区,黃土丘陵地帶进行过工作量頗大的实验工作,并成功地应用在生产工作中^[12]。1954及1955年,我国亦有一些地震勘探队在鑽井困难或井中爆炸記錄成果不佳时应用組合

* 1956年3月6日收到。

定層面的反射波，從爆炸點 O 出發的地震波經反射後至任一接收點 S 的震波旅行時間 t ，它是與在 S 點爆炸而在 O 點接收的旅行時間相同的。這旅行時間等於爆炸點 O 對反射面的鏡像對稱點 O^* 至 S 點的距离與速度的比值 $\frac{O^*S}{v}$ 。 O^* 稱為虛爆炸點。我們假定接收點 S 對反射面的鏡像對稱點為 S^* ，則顯然有：

$$\frac{O^*S}{v} = \frac{S^*O}{v} = t. \quad (1)$$

在本文中，我們稱 S^* 為虛接收點。虛接收點在地面上的投影為 P 。將 P 聯接中心爆炸點得 OP ， OP 與 OS 間所張之角為 α （圖2）。現在，我們要確定中心爆炸點 O 射出的震波與任一圓周上爆炸點 O_n 射出震波至接收點 S 的旅行時差。由公式（1）可以看出，這時差是與在 S 點爆炸而在 O 及 O_n 接收的旅行時差相同的。類似的问题翁文波先生曾在圓周排列測深法中討論過^[3,5]。這裡，我們亦用翁先生的方法來解決本文中所提出的問題。

由圖（2）可得：

$$\Delta t = \frac{1}{v} \cdot (OS^* - O_n S^*). \quad (2)$$

由簡單的幾何關係，我們可以將（2）式寫為：

$$\Delta t = \frac{l}{v} \left\{ 1 - \left[1 + \frac{r(r - 2b \cos \theta)}{l^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}, \quad (3)$$

式中， l 為距離 OS^* ，即虛接收點至中心爆炸點的距离； v 為速度； r 為爆炸點系的半徑； b 為中心爆炸點至虛接收點在地面投影點間的距离 OP ； θ 為爆炸點 O 及 O_n 間之聯綫與 OP 間的夾角。

將（3）式展開成級數得：

$$\Delta t = \frac{l}{v} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n C_n^{\frac{1}{2}} \left[\frac{r(r - 2b \cos \theta)}{l^2} \right]^n, \quad (4)$$

其中， $C_1^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ ； $C_n^{\frac{1}{2}} = (-1)^{n-1} \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdots 2n}$ ， $n=2, 3, 4, \dots$ 。

在一般情況下，特別是利用空中爆炸或土坑爆炸方法中， $l \gg r$ ， $l \gg b \gg r$ ，（4）式可以近似地簡化為：

$$\Delta t = \frac{rb}{vl} \cos \theta. \quad (5)$$

（5）式表明，隨 θ 角不同，各爆炸點發出的振動與中心爆炸點射出的振動在 S 點接收的時差亦不相同。時差 Δt 與 θ 角的余弦近似地成正比例。

上式的物理意義如下：在圖（2）中，將 OO_n 綫段投影至 OP 綫上，則 OO_n 在 OP 綫

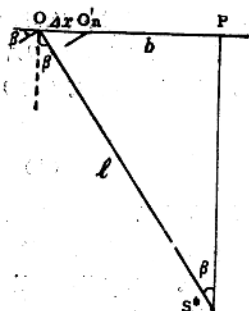


圖 3

上的投影为 $\Delta x = r \cos \theta = OO'_n$, (5)式可写为:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v}{\sin \beta} = v^* \quad (6)$$

式中, $\sin \beta = b/l$; v^* 为在 S 点爆炸而在 O 点附近接收时, 在 PO 线上的表现速度; β 为 O 点爆炸 S 点接收的反射波在振源处的射线射出角, 如图(3), 显然, 近似式(5)实系表示将 O_n 爆炸点移至其在 OP 线上的投影点 O'_n 爆炸, 所产生的效果相同相对应的。

三

上面我們曾假定, 各炸藥包所發出的振動為諧和振動, 其振幅及頻率都相同。由于旅行時間不同而引起時差, 在 S 點接收的各振動, 相互間將有些相位移。設在 S 點接收的中心爆炸點振動為:

$$E_{00} = A_0 \cos 2\pi f t, \quad (7)$$

式中 A_0 為振幅; f 為頻率, t 為時間。則圓周上任一爆炸點所發出的振動, 在 S 點所接收到者為:

$$E_n = A_0 \cos 2\pi f (t + \Delta t_n), \quad (8)$$

Δt_n 由(5)式確定。于是, 圖 1 中, 任一圓周上六個爆炸點在 S 點所產生之振動為:

$$E_n = A_0 \cos 2\pi f \left(t + \frac{rb}{vl} \cos \theta_n \right), \quad (9)$$

其中 $\theta_n = \frac{n\pi}{3} + \alpha; \quad n = 0, 1, 2, 3, 4, 5. \quad (10)$

这样, 接收点 S 的总振動应为:

$$\Sigma E = A_0 \cos 2\pi f t + \sum_{n=0}^5 A_0 \cos 2\pi f \left(t + \frac{rb}{vl} \cos \theta_n \right), \quad (11)$$

用簡單的三角关系化簡后得:

$$\begin{aligned} \Sigma E = A_0 \cos 2\pi f t \left\{ 1 + 2 \cos \left(2\pi f \frac{rb}{vl} \cos \alpha \right) + \right. \\ \left. + 2 \cos \left(2\pi f \frac{rb}{vl} \cos 60^\circ + \alpha \right) + \right. \\ \left. + 2 \cos \left(2\pi f \frac{rb}{vl} \cos 120^\circ + \alpha \right) \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

我們定义組合爆炸的方向特性系数為組合后接收点的平均总振動与不用組合爆炸

时接收点总振动之比, 則:

$$F = \frac{\Sigma E}{7E_{00}} = \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \left[\cos \left(2\pi f \frac{rb}{vl} \cos \alpha \right) + \cos \left(2\pi f \frac{rb}{vl} \cos 60^\circ + \alpha \right) + \cos \left(2\pi f \frac{rb}{vl} \cos 120^\circ + \alpha \right) \right] \right\}, \quad (13)$$

F 为方向特性系数, 这里, 爆炸点数为 7。

檢波器沿地層傾向或垂直走向放置时, 虛接收点在地面的投影点 P 在 OS 綫上, 因此, 在这种情况下 $\alpha = 0^\circ$, 这时方向特性系数簡化为:

$$F_{\alpha=0} = \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \left[\cos \left(2\pi f \frac{rb}{vl} \right) + 2 \cos \left(\pi f \frac{rb}{vl} \right) \right] \right\}. \quad (14)$$

我們令圆心与圆周上爆炸点的最大时差为 Δt_0 , Δt_0 相当于在 OP 綫上的圆周爆炸点与圆心爆炸点的时差, 則

$$\Delta t_0 = \frac{rb}{vl}, \quad (15)$$

于是, (18) (14) 兩式相繼可写成:

$$F = \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \left[\cos (2\pi f \Delta t_0 \cos \alpha) + \cos (2\pi f \Delta t_0 \cos 60^\circ + \alpha) + \cos (2\pi f \Delta t_0 \cos 120^\circ + \alpha) \right] \right\}, \quad (16)$$

及

$$F_{\alpha=0} = \frac{1}{7} \left\{ 1 + 2 \left[\cos (2\pi f \Delta t_0) + 2 \cos (\pi f \Delta t_0) \right] \right\}. \quad (17)$$

为了明显地看出方向特性系数的变化情况, 我們可以用圖形来表示它。令縱坐标为方向特性系数 F , 横坐标为 $f \Delta t_0 \left(\frac{\Delta t_0}{T} \right)$ 的曲綫形式如圖 4, 其中 T 为周期。

从圖上可以看出, 在 $\frac{\Delta t_0}{T}$ 大于 0.5 时, 特性曲綫随 α 角不同而变化。这就部分地說明了为甚么在用这种类型的組合爆炸方式中, 若檢波器測綫不完全在傾向方向, 在 Δt_0 較大时 (即半徑 r 較大), 所得的地震记录有时

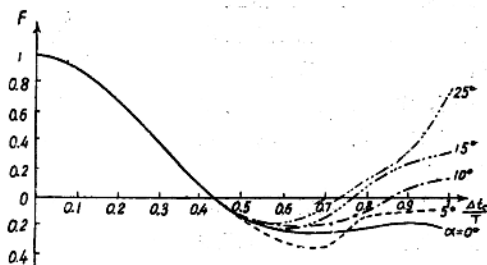


圖 4 方向特性曲綫

會出現幾道較好的同相軸，而在其它道上却分辨不出反射波來。在 $\frac{\Delta t_0}{T}$ 小於 0.5 時，特性曲線隨 α 角的變化的差別並不十分顯著。設若我們為了要使地震記錄上的波型振幅變化不十分嚴重，而需要在方向特性曲線上的第一半週內追蹤反射波，那麼，需要方向特性係數 F 大於某一數 r ，例如 0.7 或 0.4 (顧爾維奇^[17] И. И. Гурвич)，則可得下表：

$F > 0.7$	$\frac{\Delta t_0}{T} < 0.25$
$F > 0.4$	$\frac{\Delta t_0}{T} < 0.3$

四

正如顧爾維奇所指出，方向特性係數可以予以不同的意義^[13]。如果我們令 Δt_0 為參數，則方程 (16) (17) 可以看作頻率特性方程來解釋。在給定 Δt_0 時，式 (16) (17) 表示譜和振動振源組合爆炸所得記錄的振幅與頻率的关系。或者換句話說，我們可以將組合爆炸的作用視為一種特殊的濾波器。在圖 (5) (6) 中，我們作了在 $\alpha = 0^\circ$ 時， Δt_0 為 0, 0.002, 0.005, 0.01, 0.02 及 0.04 秒的組合爆炸頻率特性。因為一般反射波的基本頻率都在 100 周以下，所以我們只作了 0 至 200 周範圍內的頻率特性曲線。

當 $\Delta t_0 = 0$ ，方向特性係數總為 1，因此，頻率特性曲線是平行坐標軸的直線，這就表示在這情況下沒有濾波作用存在。當 Δt_0 為 0.002 及 0.005 秒時，在反射波頻率範圍內，方向特性係數隨頻率增高而降低。這時組合爆炸的作用係濾除高頻率成分而在記錄上保留低頻率成分，正如混波器及檢波器組合的作用一樣，在記錄上出現較為簡單化的條紋，組合爆炸的作用與低通濾波器相似。

隨 Δt_0 增大，在反射波頻率範圍內，頻率特性曲線出現由正值變為負值的情況。例如當 Δt_0 為 0.01

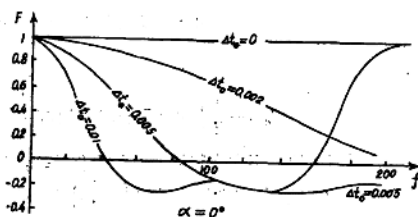


圖 5 Δt_0 為 0, 0.002, 0.005 及 0.01 秒時的頻率特性曲線 ($\alpha = 0^\circ$)

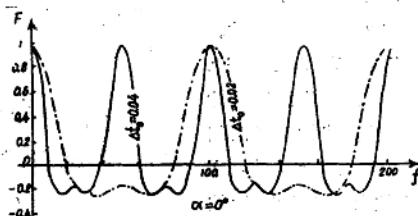


圖 6 Δt_0 為 0.02 及 0.04 秒時的頻率特性曲線 ($\alpha = 0^\circ$)

秒时， F 在 40 周附近由正变为負。这时在地震記錄上將會出現相位反轉，如果不加注意可能在解釋工作中發生严重的錯誤。特別應該注意 Δt_0 增大时，在反射波頻率範圍內出現正極大及負極大，且其頻帶很狹，頻率特性曲綫斜率变化很大，这在地震記錄上反映严重的畸变。

比較頻率特性曲綫上的通过頻帶是有一定意义的。我們用頻率特性曲綫上第一半周內 F 为 0.707 时的頻率作为通过頻帶的范围界限。从圖(5)(6)可以获得下表：

Δt_0 (秒)	0	0.002	0.005	0.01	0.02	0.04
Δf (周)	∞	92	40	20	10	5

$\alpha = 0^\circ$

从表中可以看出，若需 40 周範圍內的反射波在地震記錄上有明显而無严重畸变的显示，需要最大时差 Δt_0 小于 0.005 秒才能在頻率特性曲綫上第一主要半周內进行追踪。在一般情况下，反射波的基本頻率約在 60 周左右，因而約需 Δt_0 小于 0.003 秒。

現在，我們可以來討論用空中爆炸时，七星環形組合爆炸应用的可能性了。假定反射層是水平的，深度为 h ，檢波器 S 距中心爆炸点的距离为 x ，則如圖 7 显然有：

$$l = \sqrt{x^2 + (2h)^2} \quad (18)$$

檢波点 S 的旅行时为：

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{x^2 + (2h)^2} \quad (19)$$

在用空中爆炸工作时，为了避免声波在地震記錄上引起的干扰，反射波的旅行时应小于声波的旅行时，即：

$$t = \frac{1}{v} \sqrt{x^2 + (2h)^2} < \frac{x}{v_0} \quad (20)$$

其中 v_0 为声波的傳播速度。

但在另一方面，若需反射波在地震記錄上能明显地予以追踪及加以对比，最大时差 Δt_0 应小于某一数值 k 。在上面的討論中，我們定 k 为 0.003 秒。

于是，在水平反射層情况下，需：

$$\Delta t_0 = \frac{r h}{v t} = \frac{r x}{v \sqrt{x^2 + (2h)^2}} < k. \quad (21)$$

(20)(21)兩式合并可得：

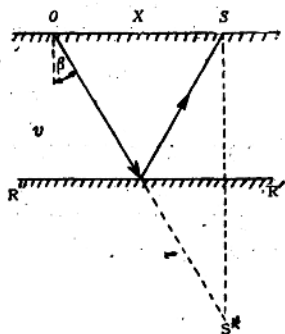


圖 7