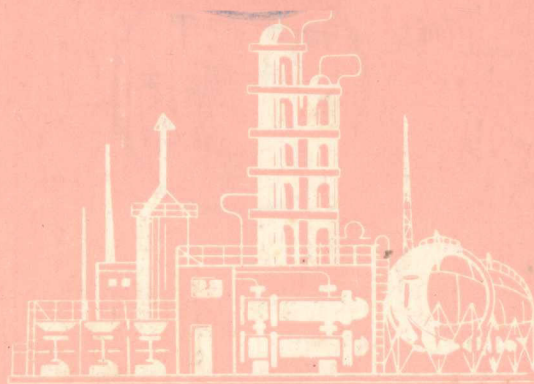


石油化工用泵

第四分册

—计 量 泵—



兰州石油机械研究所

第 四 分 册

— 计 量 泵 —

兰 州 石 油 机 械 研 究 所

前 言

石油化学工业，是五十年代迅速发展起来的新兴工业，它在国民经济中占有十分重要的地位。预计七十年代仍将继续获得迅速发展。在国外，它的发展速度超过了工业平均发展速度。

石油化学工业的迅速发展，对石油化工用泵提出了新的更高的要求。例如，要求泵能够长期连续运转，并且安全可靠；一旦发生故障，要能很快排除；制造成本和运转费用要低。为了满足这些要求，欧美各国都很重视石油化工用泵的试验研究工作。近年来，国外的石油化工用泵正向着大型化、高速化、特殊化和自动化方向发展。如流量为每小时6000立方米、功率为1900马力的大型屏蔽泵；转速为每分钟24700转的高速泵；压力为每平方厘米4500公斤的高压计量泵等特殊用泵相继出现。

我国的石油化工用泵的生产，在毛主席的无产阶级革命路线指引下，从无到有，发展迅速，很多产品已有了具有我国自己特点的系列。但是，目前有的产品技术水平较低，有些特殊用泵仍还是空白，因此，还不能满足我国石油化学工业发展的需要。

为了促进我国石油化工用泵的发展，努力赶上和超过世界先进技术水平，我们遵照毛主席关于“洋为中用”的教导，组织有关单位搜集了国外有关文献，并编译了《石油化工用泵》参考资料，供从事这方面工作的工人、工程技术人员和高等院校师生参考。

资料包括“离心泵的特性换算和抗汽蚀途径”、“泵轴的密封装置”、“耐腐蚀泵”，“计量泵”、“屏蔽泵”、“高粘度泵”和“低温泵，高温泵与高速泵”等分册，并将陆续出版。其中除“耐腐蚀泵”结合我国材料资源情况，介绍了一些我国材料试验数据和选用原则外，其余分册均为国外资料。

资料中的“离心泵的特性换算”部分和“高粘度泵”分册由华东石油学院顾永泉同志编写，“泵轴的密封装置”分册由北京化工学院化机教研室编写，其余分册均由甘肃工业大学水机教研室和兰州石油机械研究所编写。在编写过程中，我们曾得到兰州化工机械研究所顾兆元同志，兰州石油化工机器厂工人大学郑正平同志以及有关院校同志的协助，特在此致谢。

由于我们搜集到的资料有限，加上编写时间仓促，缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

兰州石油机械研究所

一九七三年八月

目 录

前言

一、概述	(1)
二、隔膜的设计计算	(4)
(一)大挠度光滑金属薄膜的挠度和应力计算	(4)
(二)非金属薄膜的挠度和应力计算	(11)
三、球阀的设计计算	(14)
(一)球阀的结构特点	(14)
(二)球阀主要几何参数的计算和确定	(16)
四、计量泵的冲程长度调节机构	(22)
(一)停车手动调节	(22)
(二)运转中手动调节	(25)
(三)运转中自动调节	(33)
五、柱塞式计量泵	(37)
(一)柱塞式泵头的结构型式	(37)
(二)柱塞式泵头的结构材料	(41)
(三)填料函的结构型式	(43)
(四)柱塞式计量泵的技术参数	(46)
六、无填料函式计量泵	(51)
(一)无填料函式泵头的结构型式	(51)
(二)远头结构的几种方案	(60)
(三)隔膜的材料及其应用	(62)
(四)无填料函式计量泵的技术参数	(68)
七、计量泵的操作性能和控制系统	(70)
(一)容积效率和计量精度	(70)
(二)流量不均匀度及其消除措施	(73)
(三)计量泵的控制系统	(77)
(四)化学加料系统	(79)
八、特殊场合应用的计量泵	(80)
(一)真空抽吸计量泵	(80)
(二)气动计量泵	(82)

(三) 微量计量泵.....	(83)
(四) 高粘度计量泵.....	(85)
附录: 国外主要工业国家生产计量泵的公司(厂家)及其产品介绍	
(一) 美国.....	(89)
(二) 日本.....	(95)
(三) 英国.....	(100)
(四) 西德.....	(102)
参考文献考.....	(107)

一、概 述

计量泵是按工艺流程的要求,实现流量调节并精确计量的不可缺少的通用机械。

由于计量泵的计量精度高;多缸计量泵可以实现两种以上的化学介质按准确的比例输送和混合;隔膜式计量泵因有“绝对”不漏的特点,可以计量并输送易燃、易爆、有剧毒,放射性的、强腐蚀性的、悬浮液的、贵重的特殊介质。因而,计量泵能促进化工流程中实现新工艺和新技术,实现化工生产的自动化和半自动化,以及提高劳动生产率,提高产品质量,改善劳动条件。

随着工业技术水平的不断提高,新工艺、新技术、新产品的不断出现,计量泵已广泛地应用于化学、炼油、制药、采矿、原子能、水电、造纸、水泥以及食品等工业部门,并且已形成一类颇为重要的特殊泵。

国外,计量泵的应用十分广泛,系列化、标准化、通用化的程度比较高,产品的品种和规格也比较齐全。近年来,国外计量泵的发展有以下几个特点:

1. 流量调节范围较广

流量范围从0.01~7000升/时,有的范围甚至更广。在流量调节方式上,国外已向自动化方向发展。

2. 隔膜式计量泵迅速发展

计量泵有柱塞式和隔膜式两种基本形式,普通使用的是柱塞式计量泵。但是,近年来随着石油化学、原子能等工业部门的发展,隔膜式计量泵得到了迅速发展。在国外,隔膜式计量泵已大量地用于输送易燃、易爆、易挥发、有剧毒和放射性等特殊介质。

3. 高压、大流量、微量计量泵相继出现

目前,美国已能制造7030公斤/厘米²以上的高压计量泵^[1];日本已有压力高达4500公斤/厘米²高压计量泵^[16]。日本有流量为2300升/分的大流量计量泵,有采用一台电动机驱动的缸数为11个的多缸计量泵^[6]。法国已有流量为10~510毫升/时、计量精度为±0.3%的小流量微型计量泵系列^[17]。

4. 重视理论试验研究工作

国外对计量泵的流量调节机构、泵头结构型式给予了一定的重视,并进行了一些试验研究工作。对在特定的工况条件下球阀的结构型式及其运动规律进行了理论方面的研究和试验工作,但目前还不能完全指导于实践。另外,对隔膜式计量泵中的隔膜、其材质及使用寿命还开展了一些试验研究。

计量泵的发展一直是围绕着柱塞式和隔膜式两种基本型式进行的。而这种基本型式的计量泵,为了提高其特性,又引起进一步的演变,并采用联合操作原理。此外,利用隔膜原理发展成为挠性管状隔膜;为达到无级调节流量,采用可变流量控制方法(其范

围从零至最大)。在输送腐蚀性液体的计量泵中,其设计已进展到可以使输送液体仅限于与泵的最少部分(例如泵头)相接触,泵头可做成分开式的,或可迅速更换的,因而,可采用各种耐腐蚀性最好的材料制造。此外,齿轮泵和转子泵在低速下运转时也可用来输送一定比例的或定量的高粘度的液体甚至半固体物质。典型的计量泵特性比较列于表1^[12]。国外计量泵的主要指标列于表2^[17]。

表1 典型的计量泵特性

型 号	优 点	缺 点	应 用
柱 塞 式	精度高,可靠性好,调节范围宽	易腐蚀,易泄漏	各种规格尺寸都广泛使用
隔 膜 式	能设计成用于输送各种腐蚀性液体	计量精度比柱塞式低,隔膜易疲劳,不适用于高压	一般局限于低压和小排量范围内使用
柱塞—隔膜式	结合了两种基本型式的优点	消除了两种基本型式的缺点	应用广泛,一台柱塞泵能配置几个泵头
管 状 隔 膜 式	适用于大排量,调节范围宽,能输送粘性液体等	精度低	作为精确计量泵使用受到限制
齿轮或转 子 式	适合于输送粘性液体和半固体物质	输送低粘度液体时精度较低	

表2 国外计量泵的主要指标

国 别	公 司	型 号	流 量 升/时	排 出 压 力 公斤/厘米 ²	往 复 数 次/分	计 量 度 %	行 程 度 毫米	柱 塞 直 径 毫米	备 注
日 本	日 机 装	柱塞式,CMC—C ₂ —66	5.6	150	66	±0.3	25.4	6.4	系列产品
日 本	日 机 装	柱塞式,SSS	5.5	250	70	±0.5	30		"
法 国	Dosapro Miltonroy	柱塞式, D	5.7	70	140	±1	25.4	6.35	"
法 国	Dosapro Miltonroy	隔膜式, B	42	222		±1	38.1	15.9	"
法 国	Mroy	隔膜式, B	44	105	120	±1		15	"

众所周知,柱塞式和隔膜式计量泵按其作用原理是属于往复泵之列,其不同点在于计量泵有一个流量调节机构,用来保证流量能按工艺流程的需要准确地计量并输送。因

此，计量泵的基本构件除泵头、传动装置、驱动机等与往复泵相同的机构外，还有泵的流量调节机构。

由于计量泵的输送介质、输送条件以及工作要求的差异很大，因而，流量调节的方式亦是多种多样的。归纳起来，有以下三种方式：

1 . 冲程长度调节

冲程长度调节，即在不改变往复次数的条件下，用改变其行程容积的办法来达到流量调节的目的。这类调节又有以下三种形式：

(1) 停车手动调节。如在柱塞和传动杆之间有可调节的空隙的装置、曲柄半径可调节的装置。

(2) 运转中手动调节。如调节摆动板的角度、具有可调枢纽点的三角连杆(Scotch yoke)，具有可调枢纽点的摇杆、可变的偏心轮装置、离合器传动。

(3) 运转中自动调节、如气动调节，电动调节、电气液压式调节。

2 . 速度调节

速度调节，即在不改变行程容积的条件下，改变其冲程次数来达到流量调节的目的。这类调节又有以下二种形式：

(1) 曲柄回转数调节。如机械减速机——手动、远动、自动；变速电动机——手动、远动、自动及其他。

(2) 冲程速度调节。如空气缸驱动、油压缸驱动、蒸汽缸驱动。

速度调节对遥控方便，但在小流量时，冲程数太小，会使排液时间很长，这对某些反应过程是不允许的，此时，必须采用冲程长度调节。

3 . 冲程长度与速度调节

这类调节方法是既改变冲程长度，又改变其冲程数，即是上述两类调节方式的综合。在冲程长度调节中，如泵工作在冲程长度的5~10%以下时，计量精度将下降，为确保定量，可采用冲程长度与速度调节。多种介质按比例加料，同时要求调节总流量时，亦要采用综合调节法。

计量泵的泵头，由于输送介质的特殊要求，如介质的性质、温度、压力和输送条件的要求，使其在结构上有很大的差异，但大致上可分为以下二类：

1 . 柱塞式泵头

柱塞式泵头有一个与输送介质相接触的填料函。

2 . 无填料函泵头

输送介质不与填料函接触。这类泵头又可分为：

(1) 机械传动的无填料函泵头。如机械传动的隔膜式泵头、机械传动的波纹管式泵头。

(2) 液压传动的无填料函泵头，如液压传动的波纹管式泵头，液压传动的隔膜式泵头，脉动器式泵头。

二、隔膜的设计计算

在这一部分中，将介绍计量泵的特殊问题——隔膜式计量泵中隔膜变形后的弹性曲面及其应力的计算〔7〕。

计算隔膜变形之挠度，在于正确选择限制板的肋面形状，从而使隔膜中应力是合理的，确保隔膜使用寿命。

在隔膜（以后将采用薄膜这个术语代表隔膜）变形问题的计算中，金属薄膜和非金属薄膜不是以材料的性质区分，而是以薄膜的材料能否承受弯曲来区分。对于一切不能承受弯矩的薄膜，一概称为非金属薄膜，反之，则称为金属薄膜。据此，材质为金属的薄膜很薄时，不能承受弯矩，当属非金属薄膜之例，而材质为非金属的薄膜在厚度较大时，能承受弯矩，则当属金属薄膜之例。采用这个术语，主要便于设计计算上的归类，

在隔膜式计量泵隔膜的设计计算中所遇到的问题，最基本的就是这样两类问题〔7〕。考虑材料抗弯能力的所谓金属薄膜的挠度和应力的计算，基本上是在拉伸状态下工作的所谓非金属薄膜的挠度和应力的计算。其他，如波纹薄膜及机械传动隔膜等问题，可参阅文献〔7〕。

（一）大挠度光滑金属薄膜的挠度和应力计算

通常，在求解材料力学中的大多数问题时，假定在载荷作用下，弹性体内各点所得到的位移是十分微小的。此时，可以不考虑物体的形状改变，而来讨论系统的平衡。但是，随着位移的增大，弹性体就显著地改变原有的形状，而且当位移达到某一程度时，必须考虑到物体形状的改变，才能保证解答有足够的准确性，这就是一般所称的大位移问题。隔膜泵中的隔膜的变形就是属于这一类的问题。

这样，所讨论的问题应满足以下几个条件：

- （1）薄膜所发生的位移、变形、应力、形状和加载方式都是轴对称的；
- （2）变形后的转角 θ 比较原有的圆板几何条件是很小的；
- （3）中曲面（是与壳体两个外曲面等距离的点集合组成的曲面）是旋转曲面，并且中曲面法线不变，忽略平行于中曲面的面积元素上的正应力；
- （4）板厚较其半径小得多；
- （5）位移与其厚度是相同数量级的；
- （6）材料服从虎克定律；
- （7）薄膜为等厚度光滑薄膜，板内无动弯矩。

此时，旋转壳体的一般方程就在隔膜泵中隔膜受力的特殊情况下成为如下形式：

$$\xi \Psi'' + \Psi' - \frac{\Psi}{\xi} = \frac{\vartheta^2}{2}$$

$$\xi \vartheta'' + \vartheta' - \frac{\vartheta}{\xi} = -k \Psi \vartheta + \nu \xi^2 \quad (1)$$

式中: $\Psi = -\frac{T_1 r}{E h r_1}$, 是薄膜法向力 T_1 的函数;

T_1 —待确定的圆锥截面上单位弧长上的法向力, 公斤/厘米;

r —所求点之半径;

r_1 —薄膜的外周边半径;

h —薄膜的厚度;

$\xi = r/r_1$, 无因次半径;

ϑ —薄膜变形后的转角;

$k = \frac{E h r_1^2}{D} = 12(1-\mu^2) r_1^2 / h^2$, 表征薄膜的相对薄壁;

$D = E h^3 / 12(1-\mu^2)$, 薄膜的弯曲刚度;

$\nu = \frac{P r_1^3}{2D} = k \frac{P r_1}{2E h}$;

E —材料的弹性模数;

μ —材料的波桑系数;

P —作用在薄膜上的轴向载荷强度。

为求解方程组 (1), 使之适应变形在 $\frac{\omega_0}{h} = 4 \sim 10$ 范围内的需要, 给定薄膜弹性曲面的形状为

$$\vartheta = C(\xi^z - \xi) \quad (2)$$

这个表达式 (2) 不是按严格数学推导的结果, 因而仅是客观现象的近似假定。但是, 这个表达式 (2) 在 $\xi = 0$ 及 $\xi = 1$ 时, 均转角 $\vartheta = 0$, 即是符合边界条件的; 表达式 (2) 符合客观现象, 即随着挠度的增大, 或随着指数 z 的增大, 轴向截面弧上的转折点, 就愈移向周界, 如图 1 所示^[7]。因此, 适当选择转角函数 ϑ 中的指数, 就可更准确地求出所给问题的解。这亦可用式子表示, 已知 ϑ 是薄膜变形后的转角, 则其挠度对 ωr 的导数即为 ϑ , 那么挠度曲线 ω 的拐点可通过 ω 对 r 的二次导数求得。即

$$\frac{d\vartheta}{dr} = \frac{c}{r_1} (z \xi^{z-1} - 1) = 0$$

则挠度曲线另点位于:

$$\xi = \frac{1}{z^{-1}\sqrt{z}} = \frac{1}{z \frac{1}{z-1}}$$

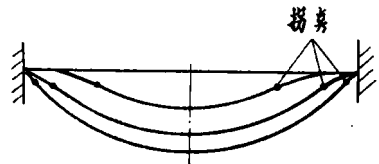


图 1 光滑薄膜弹性曲面的不同形状与挠度深度的关系

当 $z \rightarrow \infty$ 时, $\frac{1}{z-1} \rightarrow 0$, 而 $\xi \rightarrow 1$ 。

将方程组 (1) 的第一式积分后, 求得:

$$\Psi = \frac{C^2}{2} \left[\frac{\xi^{2z+1}}{4z(z+1)} - \frac{2\xi^{z+2}}{(z+1)(z+3)} + \frac{\xi^3}{8} - a\xi + \frac{b}{\xi} \right]$$

常数 a 、 b 由边界条件确定。在薄膜中心, 拉力 T_1 应保持有限, 这只有 $b=0$, 才有可能, 因而求得 $b=0$ 。薄膜固定的主要方式有两种: 夹紧固定、滑动固定, 如图 2 所示^[7]。夹紧固定相当于把薄膜钎焊于大刚度的环上, 其边界条件为: 在 $\xi=1$ 时, 旋转角 ϑ 及径向位移 v 均为零 (相当于 $\left| \Psi - \mu \frac{\Psi}{\xi} \right|_{\xi=1} = 0$)。滑动固定相当于把薄膜夹住在带有衬垫的两个环之间, 此时, 在 $\xi=1$ 时, 旋转角 ϑ 及拉力 T_1 均为零。

上述两种情况, 乃是薄膜固定的两种极端情况, 实际上, 在周界上可以同时出现位移和径向力。在上述周界固定情况下:

对于夹紧固定, 边界条件为:

$$\left| \Psi - \mu \frac{\Psi}{\xi} \right|_{\xi=1} = 0$$

由此,

$$a = \frac{1}{1-\mu} \left\{ \frac{2z+1-\mu}{4z(z+1)} - \frac{2(z+2-\mu)}{(z+1)(z+3)} + \frac{1}{8}(3-\mu) \right\}$$

对于滑动固定, 边界条件为:

$$\Psi(\xi=1) = 0$$

由此,

$$a = \frac{1}{4z(z+1)} - \frac{2}{(z+1)(z+3)} + \frac{1}{8}$$

把 Ψ 和 ϑ 代入方程 (1) 的第二式, 乘以 $(\xi^z - \xi)$, 由零到 1 的范围内积分, 可得:

$$c^3 a_3 + \frac{c}{k} a_1 = \frac{v}{k} a_0 \quad (3)$$

方程 (3) 中的系数:

$$a_0 = -\frac{z-1}{4(z+3)}$$

$$a_1 = -\frac{(z-1)^2}{2z}$$

对于夹紧固定:

$$a_3 = -\frac{(z-1)^4 [(14z^3 + 129z^2 + 329z + 234) - \mu(2z^3 + 39z^2 + 167z + 174)]}{192(1-\mu)(z+1)^2(z+2)(z+3)^2(2z+1)(z+5)}$$

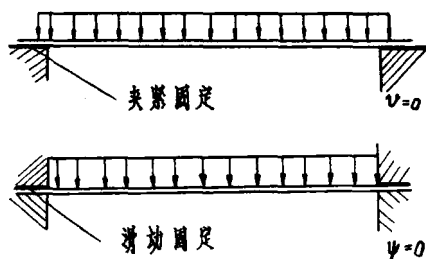


图 2 薄膜固定的方式

对于滑动固定:

$$a_3 = - \frac{(z-1)^4(2z^3+39z^2+167z+174)}{192(2z+1)(z+1)^2(z+2)(z+3)^2(z+5)}$$

由于 $\omega'^* = \delta = c(\xi^z - \xi)$

所以

$$\omega = cr_1 \int (\xi^z - \xi) d\xi + c_3 = cr_1 \left(\frac{\xi^{z+1}}{z+1} - \frac{\xi^2}{2} \right) + c_3$$

由边界条件 $\xi=1, \omega=0$, 确定 c_3 。

$$c_3 = cr_1 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{z+1} \right)$$

因而,

$$\omega = cr_1 \left(\frac{\xi^{z+1}-1}{z+1} - \frac{\xi^2-1}{2} \right) \quad (4)$$

薄膜中心, $\xi=0$ 处, 有

$$\omega_0 = cr_1 \frac{z-1}{2(z+1)} \quad (5)$$

因而,

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{z+1}{z-1} \xi^2 + \frac{2}{z-1} \xi^{z+1} \right) \quad (6)$$

将 c 、 v 和 k 代入表达式 (3), 有

$$\frac{Pr_1^4}{Eh^4} = \frac{A_1}{1-\mu^2} \frac{\omega_0}{h} + A_3 \left(\frac{\omega_0}{h} \right)^3 \quad (7)$$

式中:

$$A_1 = \frac{2}{3z} (+1)(z+3) \quad (8)$$

对于夹紧固定:

$$A_3 = \frac{1}{3} \frac{(z+1) \{ (14z^3+129z^2+329z+234) - \mu(2z^3+39z^2+167z+174) \}}{(2z+1)(z+2)(z+3)(z+5)(1-\mu)} \quad (9)$$

对于滑动固定:

$$A_3 = \frac{1}{3} \frac{(z+1)(2z^3+39z^2+167z+174)}{(2z+1)(z+2)(z+3)(z+5)} \quad (10)$$

现在由外力做功为最小的条件, 来选取 z 。如果广义位移 (广义位移是薄膜的原始平面和变形后的弹性曲面所围成之体积) 不变时, 压力 P 最小, 则该功为最小。

因而, 广义位移可由下面的积分表示,

$$V = \int_0^{r_1} 2\pi r \omega dr = 2\pi r_1^2 \int_0^1 \xi \omega d\xi$$

将式 (4) 的 ω 代入并积分, 得:

* ω' 表示 ω 对 r 的导数。

$$V = \pi r_1^3 c \frac{z-1}{4(z+3)}$$

式中 c 由 (5) 中 c 代替, 得:

$$\frac{\omega_0}{h} = \frac{2(z+3)}{z+1} \frac{V}{\pi r_1^2 h} = \frac{2(z+3)}{z+1} v \quad (11)$$

现在把 (11) 式中 $\frac{\omega_0}{h}$ 代入式 (7), 且暂将 v 看作与 Z 无关的常数, 将代入后的式 (7) 对 Z 微分, 且令其导数等于零。归纳整理后, 得

$$\frac{1}{1-\mu^2} B_1 + \left(\frac{\omega_0}{h} \right)^2 B_2 = 0 \quad (12)$$

表达式 (7) 及 (12) 一起给出了薄膜的特征。

表达式 (12) 中:

$$B_1 = \frac{2}{3} \frac{z^2 - 9}{z^2} \quad (13)$$

对于滑动固定:

$$B_2 = \frac{1}{3(2z+1)(z+2)(z+5)} \left\{ (6z^2 + 78z + 167) - \frac{(2z^3 + 39z^2 + 167z + 174)(6z^2 + 30z + 27)}{(2z+1)(z+2)(z+5)} - 4 \frac{2z^3 + 39z^2 + 167z + 174}{(z+1)(z+3)} \right\} \quad (14)$$

对于夹紧固定:

$$B_2 = (B_2)_c - \frac{8}{1-\mu} \frac{1}{(z+1)(z+3)} \quad (15)$$

式中: $(B_2)_c$ ——相应于滑动固定的系数 B_2 。

现在, 我们来推导大挠度光滑金属薄膜变形之应力公式。

给出二向应力状态的虎克定律:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_r + \mu \epsilon_\tau) \\ \sigma_\tau &= \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_\tau + \mu \epsilon_r) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中:

σ_r 和 σ_τ — 在园周截面和午子截面上, 至中曲面距离, 为 Z 的点上的正应力;

ϵ_r 和 ϵ_τ — 在径向和周向至中曲面距离为 Z 的点上的相对伸长。

给出:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \epsilon_1 - Z \delta' \\ \epsilon_\tau &= \epsilon_2 - Z \frac{\delta}{r} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中:

ϵ_1 及 ϵ_2 — 中曲面内径向和周向相对伸长, 而且分别为:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{Eh} (T_1 - \mu T_2) \quad (18)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{Eh} (T_2 - \mu T_1)$$

$$T_2 = (T_1 r)' \quad (19)$$

式中: T_2 —子午面上的法向力。

$$\text{已知: } T_1 = -\frac{Eh\Psi}{\xi}$$

$$c = \frac{\omega_0}{r_1} \frac{2(z+1)}{z-1}$$

这样, 薄膜为夹紧固定时, 薄膜内至中曲面为 Z 一点的径向应力为:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left(\varepsilon_1 \pm Z \vartheta' + \mu (\varepsilon_2 \pm Z \frac{\vartheta}{r}) \right) \\ &= \frac{E}{1-\mu^2} \left\{ \frac{1}{Eh} (T_1 - \mu T_2) + \mu \frac{1}{Eh} (T_2 - \mu T_1) \pm Z (\vartheta' + \mu \frac{\vartheta}{r}) \right\} \\ &= -\frac{E\Psi}{\xi} \pm \frac{E}{1-\mu^2} \left\{ Z \frac{c}{r_1} (z\xi^{z-1} - 1) + \frac{\mu c}{r_1} (\xi^{z-1} - 1) \right\} \\ &= -\frac{E}{\xi} \frac{1}{2} \left\{ \frac{\omega_0^2}{r} \frac{2(z+1)}{z-1} \right\}^2 \left\{ \frac{\xi^{2z+1}}{4z(z+1)} - \frac{2\xi^{z+2}}{(z+1)(z+3)} + \frac{\xi^3}{8} - \frac{\xi}{1-\mu} \right. \\ &\quad \left. \frac{2z+1-\mu}{4z(z+1)} + \frac{\xi}{1-\mu} \frac{2(z+2-\mu)}{(z+1)(z+3)} - \frac{\xi}{8} \frac{3-\mu}{1-\mu} \right. \\ &\quad \left. \pm \frac{Z\omega_0}{r_1^2} \frac{2(z+1)}{z-1} - \frac{E}{1-\mu^2} \left[z\xi^{z-1} - 1 + \mu \xi^{z-1} - \mu \right] \right\} \\ &= \frac{E\omega_0^2}{r_1^2} \left\{ 2 \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^2 \left[\frac{1}{8} \frac{3-\mu}{1-\mu} + \frac{2z+1-\mu}{4(1-\mu)z(z+1)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2\xi^{z+1}}{(z+1)(z+3)} - \frac{\xi^{2z}}{4z(z+1)} - \frac{\xi^2}{8} - \frac{2(z+2-\mu)}{(1-\mu)(z+1)(z+3)} \right] \right. \\ &\quad \left. \pm \frac{h/2}{\omega_0} \frac{2(z+1)}{z-1} \frac{1}{1-\mu^2} \left[(z+\mu)\xi^{z-1} - (1+\mu) \right] \right\} \\ &= \frac{E\omega_0^2}{r_1^2} \left(\beta_r \pm \frac{h/2}{\omega_0} \cdot \alpha_r \right) \quad (20) \end{aligned}$$

薄膜为夹紧固定时, 薄膜内至中曲面为 Z 一点的周向应力为:

$$\begin{aligned} \sigma_\tau &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_\tau + \mu \varepsilon_r) \\ &= \frac{E}{1-\mu^2} \left\{ \varepsilon_2 \pm Z \frac{\vartheta}{r} + \mu \varepsilon_1 \pm \mu Z \vartheta' \right\} \\ &= \frac{E}{1-\mu^2} \left\{ \frac{1}{Eh} (T_2 - \mu T_1) + \frac{\mu}{Eh} (T_1 - \mu T_2) \pm Z \left(\frac{\vartheta}{r} + \mu \vartheta' \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{T_2}{h} \pm Z \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{\delta}{r} + \mu \delta' \right) \\
&= -\frac{E}{2} \left(\frac{\omega_0}{r_1} \right)^2 \left\{ \left(\frac{2(z+1)}{z-1} \right)^2 \left[\frac{(2z+1)\xi^{2z}}{4z(z+1)} - \frac{2(z+2)\xi^{z+1}}{(z+1)(z+3)} + \frac{3}{8}\xi^2 \right] \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{1-\mu} \left[\frac{2z+1-\mu}{4z(z+1)} - \frac{2(z+2-\mu)}{(z+1)(z+3)} + \frac{1}{8}(3-\mu) \right] \right\} \\
&\quad \pm \frac{Eh/2}{1-\mu^2} \frac{\omega_0}{r_1^2} \frac{2(z+1)}{z-1} \left[(\xi^{z-1}-1) + (\mu z \xi^{z-1} - \mu) \right] \\
&= E \left(\frac{\omega_0}{r_1} \right)^2 \left\{ \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^2 \cdot 2 \left[\frac{2(z+2)\xi^{z+1}}{(z+1)(z+3)} + \frac{2z+1-\mu}{4(1-\mu)z(z+1)} \right] \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{8} \frac{3-\mu}{1-\mu} - \frac{(2z+1)\xi^{2z}}{4z(z+1)} - \frac{3}{8}\xi^2 - \frac{2(z+2-\mu)}{(1-\mu)(z+1)(z+3)} \right\} \\
&\quad \pm \frac{h/2 \times 2(z+1)}{\omega_0(1-\mu^2)(z-1)} \left[(1+\mu z)\xi^{z-1} - (1+\mu) \right] \\
&= E \left(\frac{\omega_0}{r_1} \right)^2 \left\{ \beta \tau \pm \alpha \tau \frac{h/2}{\omega_0} \right\} \quad (21)
\end{aligned}$$

对于薄膜为滑动固定时的应力，同理可推导出来，这里只给出结果：

$$\begin{aligned}
\sigma_r &= E \left(\frac{\omega_0}{r_1} \right)^2 \left\{ 2 \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^2 \left[\frac{1-\xi^2}{8} + \frac{2\xi^{z+1}-2}{(z+1)(z+3)} + \frac{1-\xi^{2z}}{4z(z+1)} \right] \right. \\
&\quad \left. \pm \frac{h/2}{\omega_0} \frac{2(z+1)}{(1-\mu^2)(z-1)} \left[(z+\mu)\xi^{z-1} - (1+\mu) \right] \right\} \quad (22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_\tau &= E \left(\frac{\omega_0}{r_1} \right)^2 \left\{ 2 \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^2 \left[\frac{1-(2z+1)\xi^{2z}}{4z(z+1)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{2(z+2)\xi^{z+1}-2}{(z+1)(z+3)} + \frac{1-3\xi^2}{8} \right] \pm \frac{h/2 \times 2(z+1)}{\omega_0(1-\mu^2)(z-1)} \right. \\
&\quad \left. \left[(1+\mu z)\xi^{z-1} - (1+\mu) \right] \right\} \quad (23)
\end{aligned}$$

这个方法本身在于按外力做功管小，以求得一个指数 z ，使消耗功为最小。反过来如给定指数 z （亦可为分数），按公式（13）、（14）、（15）求出 B_1 、 B_2 ，由公式（12）求出 $\frac{\omega_0}{h}$ ，按公式（11）可求出 r_1 ，求出 A_1 、 A_3 后，可按公式（7）求出 P （压差）；按（6）求出薄膜各座标点之挠度；最后可按应力公式（20）及（21）求出薄膜内之应力，就可以说这样的设计薄膜变形消耗功为最小。但是，实际上隔膜式计量泵内存在一个限制板，限制了隔膜的变形，因此不是按消耗功最小变形，而且当隔膜按限制板形状变形时，其半径越来越小，其刚度则越来越大，即隔膜变形也需要越来越大

的压差。因此,实际上可给定一个指数 z (3~10 内),依据结构给定一个 r_1 ,按公式 (11)、(6)、(20)、(21) 分别求出 $\frac{\omega_0}{h}$ 、 ω 、 σ_r 、 σ_τ 。在计算过程中,应予以注意的一个问题是公式 (10) 中的 V ,前面已提到是薄膜的原始平面和变形后弹性曲面所围成的体积。理论上应为泵行程容积的一半,但实际上要考虑泄漏、油缸内压力变化及其他一些因素,因此需要考虑一个系数,而这个系数究竟多大(对某一特定材料)尚待实践进一步摸索。

(二) 非金属薄膜的挠度和应力计算

这里仅讨论液压传动非金属薄膜的计算问题,而对具有刚性中心的机械传动隔膜的计算问题可参考文献〔7〕。

非金属薄膜与金属薄膜的区别,是能不能承受弯曲。非金属薄膜又叫绝对柔韧薄膜,这种情况实际上乃是大挠度光滑金属挠度问题一般解的特殊情况。这样,非金属薄膜(考虑到不能承受弯曲)变形问题的求解,就在于解出下列方程组:

$$\begin{aligned}\zeta \Psi'' + \Psi' - \frac{\Psi}{\zeta} &= -\frac{\delta^2}{2} \\ \Psi \delta &= \frac{v}{k} \zeta^2\end{aligned}\quad (24)$$

方程组中符号意义同前。

假定薄膜的轴向截面可以足够准确地与半径 r 或平方关系,则薄膜转角 ζ 应该是 s 的线性函数,即:

$$\delta = c\zeta \quad (25)$$

将式 (25) 代入方程 (24) 中第一式,并将 (24) 中第一式的左端稍加变换,得

$$\zeta \int \frac{1}{\zeta} (\Psi \zeta) = -\frac{c^2}{2} \zeta^2$$

此表达式积分后,得

$$\Psi = \frac{1}{16} c^2 \zeta^3 + a\zeta + \frac{b}{\zeta} \quad (26)$$

式中 a 、 b 须由边界条件确定的常数。

当 $\zeta = 0$ 时,作用在薄膜中心的拉力 T_1 应是有限的,故 b 应等于零。

给出公式:

$$v = \varepsilon_2 r \quad (27)$$

式中: v ——半径为 r 处点的径向位移。

将 (8) 式 ε_2 代入式 (27), 得

$$v = \frac{1}{Eh} (T_2 - \mu T_1) r$$

由公式 (19) 有:

$$T_2 = (T_1 r)' = -(E h r_1 \Psi)' = -E h \left(\frac{d\Psi}{dr/r_1} \right) = -E h \Psi' \quad (28)$$

式中: Ψ' ——表示函数 Ψ 对 ζ 的导数。

将 T_2 代入 v 的表达式:

$$\begin{aligned} v &= \frac{r}{E h} (-E h \Psi' - \mu T_1) = \frac{r}{E h} \left(-E h \Psi' + \mu \frac{E h r_1}{r} \Psi \right) \\ &= -r_1 \zeta \left(\Psi' - \mu \frac{\Psi}{\zeta} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

我们这里讨论的情况是周边夹紧固定的薄膜, 故径向位移 v 在周边应等于零, 即

$$\zeta = 1 \text{ 时, } v = 0 \quad (30)$$

将式(26)代入式(29), 并考虑边界条件(30), 则

$$0 = -r_1 \zeta \left(\frac{3}{16} c^2 + a - \mu \frac{c^2}{16} - \mu a \right)$$

整理后得:

$$a = -\frac{c^2}{16} - \frac{3-\mu}{1-\mu} \quad (31)$$

将这些函数(ϑ 及 Ψ)代入方程(24)的第二式, 并乘以 ζ , 从0到1积分所得函数, 并令之等于零, 可得到确定常数 c 的方程式:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \left(\left(\frac{1}{16} c^2 \zeta^3 + a \zeta \right) c \zeta - \frac{v}{k} \zeta^2 \right) \zeta d\zeta &= 0 \\ \left(\frac{c^3}{16} - \frac{\zeta^6}{6} + a c \frac{\zeta^4}{4} - \frac{v}{k} \frac{\zeta^4}{4} \right) \Big|_0^1 &= 0 \\ \frac{c^3}{96} + \frac{a c}{4} - \frac{v}{k} - \frac{1}{4} &= 0 \\ \frac{c^3}{96} + \frac{c}{4} \left(-\frac{c^2}{16} - \frac{3-\mu}{1-\mu} \right) - \frac{v}{4k} &= 0 \\ \frac{c^3}{96} - \frac{c^3}{64} - \frac{3-\mu}{1-\mu} - \frac{v}{4k} &= 0 \end{aligned} \quad (32)$$

又,

$$\vartheta = W' = c \zeta$$

故

$$\omega = \{c \zeta dr + c_2' = c r_1\} \zeta d\zeta + c_2' = r_1 \left(\frac{c}{2} \zeta^2 + c_2 \right)$$

当 $\zeta = 1$ 时, $\omega = 0$

所以,

$$c_2 = -\frac{c}{2}$$