

GUANGYIXIANGDUILUN JIBENJIAOCHENG

广义相对论基本教程

郑庆璋 崔世治 编著
中山大学出版社

责任编辑：骆益祥

封面设计：朱靄华

ISBN 7-306-00356-9/O·27 定价：4.10元

广义相对论基本教程

郑庆璋 崔世治 编著

中山大学出版社

广义相对论基本教程

郑庆璋 崔世治 编著

中山大学出版社出版发行
广东省新华书店经销
广东第二新华印刷厂印刷

850×1168 毫米 32 开本 12.625 印张 35 万字

1991 年 12 月第 1 版 1991 年 12 月第 1 次印刷

印数：1—1000 册

ISBN7-306-00356-9
O·27 定价：4.10 元

绪 论

1905年,爱因斯坦(A. Einstein)提出了第一篇关于狭义相对论的论文。二三年后便着手研究有关广义相对论的问题,但没有取得很大的成功。直至1916年,在他的同学,大数学家格罗斯曼(M. Grossmann)的协助下,运用张量分析和黎曼(Riemann)几何为数学工具,才建立了广义相对论。1919年,爱丁顿(Eddington)领导两个远征队,到非洲和南美洲观测日全食,证实了广义相对论关于光线在引力场中走弯路的预言,引起了全球性的轰动,带来了一阵子的广义相对论热。但是,在以后的几十年间,虽然以爱因斯坦为首的少数科学工作者仍然坚持做了一些工作,把广义相对论应用到解决宇宙学的问题上去,预言了引力波和引力透镜效应现象等的存在;但是由于广义相对论的效应过于微弱,除了三大验证(水星近日点的进动,光线在引力场中的弯曲,以及引力红移)外,再也得不到什么重要的观测或实验数据,因而得不到重视。

然而,60年代以后,由于技术和观测手段的进步(如射电天文学的出现等),天文学上有许多重大的发现,如发现了类星体,脉冲星(即中子星),3K 微波背景辐射和引力透镜现象等。广义相对论对预言和解释这些新发现都起了重大的作用,因而近年来又受到广泛的重视。在过去的十多年中,诺贝尔物理学奖金曾多次授予有关领域的研究工作者。例如,1974年,赫维斯(H. Hewish)和赖尔(M. Ryle)就因射电天文学方面的工作和发现脉冲星而获奖;1978年,彭齐亚斯(A. A. Penzias)和威尔逊(R. W. Wilson)因发现了被认为是原初火球残余物的宇宙微波背景辐射而获奖;1983年,钱德拉塞卡(S. Chandrasekhar)因预言坍缩白矮星的结构和变化以及有关“黑洞”方面的工作而获奖,等等。

相对论是研究时空(Space-time, 或译“空时”)的性质以及在时空中物质运动的普遍规律的理论。

狭义相对论是在研究电动力学,研究粒子高速运动过程中建

立起来的，它的对象是不存地引力场的时空，即所谓平直(flat)时空中物质的运动规律。狭义相对论认为，物质世界中存在着一种叫做惯性系的优越坐标系。从惯性系看来，事物的空间和时间进程与物质的运动状态有关，但它未涉及物质分布对时空几何性质的影响。

广义相对论是在研究引力理论的过程中建立起来的，它的对象是存在引力场、即所谓弯曲时空中物质的运动规律及其相互间的关系。广义相对论认为，一切坐标系都可以同样用来描述物质的运动，它们是平权的，即不存在优越的坐标系。又认为不仅事物空间的大小和时间的进程与物体的运动状态有关，而且物质世界的时空性质完全取决于运动着的物质，取决于运动物质所激发的引力场。必须指出的是，所谓坐标系平权，指的只是运动定律在所有坐标系中都有相同的数学形式，但在解决某一具体问题时，不同的坐标系还是有难易、繁简之分的，这在牛顿力学中也是同样存在的（例如同是惯性系，在某些惯性系中问题可以显得特别简单）。

相对于旧的理论（如牛顿运动定律和引力定律）而言，相对论是一种新的理论。一个新理论要能站得住脚，必须满足以下三点要求：①理论本身要自洽，不能存在自相矛盾的地方；②要与旧理论的极限一致，因为旧理论也是经过一定程度的实践检验的；③要能够预言或解释旧理论无法解释的新实验事实，即要有一定的先进性。因此，作为从旧理论脱胎出来的相对论，除了从它的基本概念和基本原理建立的基本原则外，非相对论方程的相对论化一般按以下的程序进行：

（1）狭义相对论

①寻找一个特定的惯性系，在这个惯性系中非相对论方程仍然是正确的；

②把非相对论方程中各有关物理量改换为4维时空中的洛伦兹张量（洛伦兹张量的概念及变换性质由狭义相对论的基本概念

和基本原理决定,张量的分量在不同惯性系中按洛伦兹变换——一种线性正交变换的要求而变换);

③由于物理定律已写成洛伦兹张量方程,在任何惯性系中都具有相同的形式,因而也就是狭义相对论方程。

(2) 广义相对论

①首先选定一个局部惯性系,在其中狭义相对论方程是正确的;

②把狭义相对论方程中有关的物理量改换为广义张量(广义张量的概念和变换性质由广义相对论的基本概念和基本原理决定,它的分量在任意坐标变换时按广义变换的要求变换);

③由于广义张量在广义变换下是不变的,所以适用于一切坐标系,因此是广义相对论方程。

以上仅从原则上介绍了非相对论方程相对论化的要领,目的是使读者在思想上有所准备,以便在以后的学习中随时留意并不断领会。当然,要真正的深入掌握有关方法,还要在以后的反复学习、反复实践中方能逐步达到。

狭义相对论在微观高能物理学中取得了极其辉煌的成就,这是公认的。可以说,没有狭义相对论,就没有近代物理学。至于广义相对论,则由于引力效应的微弱(与电磁效应相比),似乎意义不是很大。然而,当涉及到大尺度时空范围(或称宇宙领域)时,引力效应则上升成为主导力量,对研究其中的物质运动过程,广义相对论已日益成为一门不可缺少的理论工具。此外,也有迹象表明,引力效应可能对某些微观过程起着一定的作用,但限于课程的性质,我们不准备讨论量子引力理论及有关自然界相互作用的“大统一”理论。

内 容 简 介

本书是一本通用性的广义相对论基础教材,分为:张量分析与黎曼几何初步;平直时空;等效原理和广义协变原理;引力场方程及其实验检验;致密星和黑洞;引力波和宇宙学简介等六章。还有参考书目和部分习题的参考题解或答案。该书适应面广,对大、中学物理教师、科研人员、各专业研究生和高年级本科生、科普工作者和哲学工作者均有很好的参考价值。

前　言

广义相对论的理论及实验研究在近代二、三十年来有了长足的发展。在我国，相对论、引力和相对论天体物理等方面课题正吸引着越来越多的学习者、研究者和关注者。因此，现在很需要有一本简明清晰的物理图象，既深入浅出便于自学，又能适当反映学科新发展的、适用面较广的基础教材；本书就是以此为目标的一个尝试。在编写中，我们结合自己多年来在广义相对论教学和研究中的经验与体会，力图写出一定的特色，以适应上述的要求。较具体地说，我们的目标是：

(一)着重阐明物理图象：

广义相对论堪称理论物理学的珍品，它有着优美的数学结构；近代微分几何的应用，更使之锦上添花。现有的某些教材，藉助较高深的数学，极其简洁地展开广义相对论的理论体系，无疑令人赞赏。但我们宁可把广义相对论写成“更物理一些”，以适应较广泛的需要。不少人希望较准确地了解和把握广义相对论的物理实质，而数学上的优美对他们来说是第二位的（甚至会增加理解上的困难）。在本书中，我们只用黎曼几何的基本知识作为必要的数学工具。在整个理论体系的展开中，始终以引力场的物理效应和广义相对论和理论同观测的结合作为主线。对广义相对论的基本观念和基本原理，不惜用较多的笔墨去讲清它们的来龙去脉和物理实质，讲清它们如何从对物理现象的考察中升华，以及同经验事实的相对关系和相互印证。此外，我们还用了较多的篇幅讨论相对论中的测量问题（§§ 2.5, 2.9, 3.5 以及附录 2.A2 和 3.A3），着重阐明广义相对论中哪些是有直接物理意义的量，哪些是直接可观测的效应。（这看来是“物理地”理解广义相对论的难点之一，而一般教材对此的讨论往往过分简略。）

(二)力求明顺可读，深入浅出，易于自学：

在铺排和阐述上力求符合一般自然科学工作者的认识规律，

由浅入深；辅以若干精选的习题（附有提示、参考解答或答案备考），从整体上构成一本宜于自学的基本教程。我们只要求读者具备一般的高等数学和物理基础，学过一点狭义相对论。对于他们，第二章将是一个复习提高，构成从“狭义”通向“广义”的津梁。但同时第二章也是自足的，未学过狭义相对论者也未尝不可读。（顺带说，主要希望加深对狭义相对论的理解的人也可以利用本书，因为第二章中的某些讨论，在一般狭义相对论书籍中看来并不多见。）此外，在本书附录中收入了较多可供进一步阅读的材料，以图灵活地适应不同读者的需要。我们相信，在读完本书以后，对广义相对论的理解将会是系统的；在某些方面甚至还是比较深刻的。

（三）恰当地反映学科的新面貌：

若干先驱者的著作堪称经典，其中某些已有中译本，但其成书的年代较早。而恰恰是近三十年来广义相对论和引力物理有了长足发展。要在一本篇幅不大的教材中比较全面地反映多方面的发展，自然超出了我们的水平；但若不力求反映学科的新面貌，缩短与探索前沿的距离，即使是对于一本基础教材来说，也会是令人沮丧的。根据“基本教程”的性质和这本书总体上的特点（当然可能还有作者本身的基础和偏爱等因素），我们主要考虑两个方面：一是对广义相对论的观念基础和经验基础以及有代表性的引力实验（包括引力波探测）有较多的介绍；二是对近年来蓬勃发展的相对论天体物理学有所反映。（当然，取材上还是侧重“物理效应”方面。）

如果所致力的几个目标基本能够达到，那么这本书将会有一个较大的适用范围：除了可作为理论物理专业和有关引力和天体物理的专业的研究生教材之外，对于希望学习广义相对论基础，但数学素养比较一般的物理学工作者（包括教学科研人员、研究生、高年级本科生、中学教师、科普工作者等），天体物理学和天文学工作者，乃至其他自然科学工作者和某些哲学工作者，都可用为

入们教材。果能如此，则作者为此而付出的心血也就得到最好的补偿了！

本书的出版得到中山大学物理系的部分支持。此外卢文教授
审读了本书部分书稿并提出了宝贵意见，谨此一并致谢。

郑庆璋

崔世治

一九八九年十二月
于中山大学

目 录

序论	(1)
第一章 张量分析与黎曼几何初步	(1)
§ 1.1 直线正交坐标系与曲线坐标系 矢量的逆变分量和协变分量	(1)
§ 1.2 直线正交坐标系 矢量的分量表示及矢量的标积	(1)
§ 1.3 曲线坐标 协变基矢和逆变基矢 矢量的逆变分量和	
§ 1.4 协变分量	(3)
§ 1.5 直线坐标系 曲线坐标系和弯曲空间	(5)
§ 1.2 张量	(7)
(一) 张量的概念	(7)
(二) 度规张量	(8)
(三) 张量的变换性质	(11)
(四) 张量代数	(14)
§ 1.3 张量的微分	(16)
(一) 仿射联络 (affine connection)	(17)
(二) 仿射联络与度规张量的关系	(17)
(三) 协变微分	(19)
(四) 平行移动	(21)
(五) 一些方便应用的公式	(23)
§ 1.4 正交曲线坐标系	(26)
(一) 正交系的意义	(26)
(二) 正交坐标系中的梯度散度和拉普斯算符	(27)
(三) 列维—史维塔 (Livi—Civita) 张量和旋度	(27)
(四) 线性正交变换	(28)
§ 1.5 黎曼 (Riemann) 几何的基本概念	(30)
(一) n 维空间 (或“流形” — manifold)	(30)

(二) 仿射联络空间	(31)
(三) 度规空间和黎曼空间	(32)
(四) 黎曼曲率张量	(33)
(五) 黎曼曲率张量的性质	(34)
(六) 短程线偏差方程	(39)
(七) 弯曲空间的内禀性质	(41)
习题	(45)

第二章 平直时空	(49)
§ 2.1 引言	(49)
§ 2.2 时空结构和洛伦兹变换	(54)
§ 2.3 阁氏图	(59)
(一) 阁氏图的构成	(59)
(二) 欧氏几何与阁氏几何	(63)
(三) 应用简例	(65)
§ 2.4 洛伦兹张量	(67)
§ 2.5 洛伦兹系与时空测量	(75)
§ 2.6 电磁场和粒子的运动	(79)
§ 2.7 连续介质和守恒定律	(84)
(一) 守恒定律的四维形式	(84)
(二) 能量—动量张量	(87)
(三) 微分守恒律	(89)
(四) 理想流体	(91)
(五) 总 4—动量和角动量	(93)
§ 2.8 洛伦兹协变性的实验检验	(94)
§ 2.9 曲线坐标和加速观测者	(99)
(一) 匀速转盘上的物理学	(100)
(二) 加速观测者的固有坐标系	(106)
附录	(110)

2.A1	一般的洛伦兹变换	(110)
(一)	“基本变换”	(110)
(二)	基本变换的结合	(112)
(三)	任意方向的推动	(115)
2.A2	惯性系中时空测量的若干问题	(117)
(一)	时间测量的若干问题	(117)
(二)	长度、距离和角度测量	(121)
(三)	测量形象和视觉形象	(124)
习题	(126)
(88)	

第三章 等效原理和广义协变原理	(129)
§ 3.1	引力与惯性	(129)
(一)	引力质量和惯性质量	(131)
(二)	引力起潮作用与局部惯性系	(133)
§ 3.2	等效原理及其实验基础	(136)
(一)	基本思想	(136)
(二)	“弱”、“强”和“甚强”等效原理	(138)
(三)	实验检验概述	(139)
§ 3.3	引力与时空	(148)
(一)	引力场中的时空	(148)
(二)	近代的引力观念	(150)
(三)	引力的度规理论	(152)
§ 3.4	广义协变原理和弯曲时空的物理定律	(154)
(一)	粒子力学	(156)
(二)	电动力学	(159)
(三)	能量动量张量及其守恒律	(162)
§ 3.5	弯曲时空中的测量问题	(164)
(一)	“软体”参照系和共动观测者	(165)

(二) 测量问题的一般讨论	(169)
附录	(171)
3. A1 检验弱等效原理的高精度实验	(171)
(一) 厄阜实验	(172)
(二) 迪克实验	(173)
(三) 斯坦福的空间等效原理实验	(175)
3. A2 万有引力红移实验	(176)
(一) 星体谱线引力红移的观测	(177)
(二) 地面 γ 射线红移实验	(177)
(三) 时钟引力红移实验	(178)
3. A3 观测者固有系和测量	(180)
(一) 观测者的无穷小参照系	(180)
(二) 短程线钟	(182)
(三) 标架	(185)
(四) 观测量	(187)
(五) 观测者固有系	(190)
3. A4 引力陡度计	(194)
习题	(195)

第四章 引力场方程及其实验检验 (199)

§ 4.1 爱因斯坦引力定律(场方程)	(199)
(一) 引力场和引力场的源	(199)
(二) 爱因斯坦场方程	(201)
(三) 关于引力场方程的几点注记	(202)
(四) 弱场线性近似及场方程系数的确定	(206)
§ 4.2 作用量原理·运动方程·能量—动量赝张量	(211)
(一) 作用量原理	(211)
(二) 引力场的拉格朗日密度	(212)
(三) 由变分原理导出引力场方程	(215)

§ 4.3 (四) 由场方程导出物质运动方程	(217)
§ 4.3 (五) 引力场的能量—动量赝张量	(219)
§ 4.3 (六) § 4.3 球对称引力场	(221)
(一) 球对称的意义	(222)
(二) 史瓦西度规	(223)
(三) 带有电荷的球对称解	(231)
§ 4.4 广义相对论的实验验证	(233)
(一) 粒子在球对称引力场中的运动方程	(234)
(二) 水星近日点的进动	(237)
(三) 光线在引力场中的弯曲	(239)
(四) 引力透镜	(242)
(五) 引力红移	(246)
(六) 雷达回波延迟	(249)
§ 4.5 后牛顿近似简介	(252)
附录	(255)
4. A1 参数化后牛顿(PPN)形成体系概要	(255)
4. A2 引力的各种度规理论简介	(258)
(一) 纯度规理论	(258)
(二) 附加场引力理论	(259)
(三) 优越几何理论	(261)
习题	(262)
第五章 致密星和黑洞	(265)
§ 5.1 概述	(265)
§ 5.2 球状星	(269)
§ 5.3 史瓦西黑洞 白洞和虫洞	(276)
§ 5.4 关于黑洞的进一步讨论	(285)
(一) 克尔解和克尔黑洞	(286)
(二) 克尔—纽曼黑洞及其一般性质	(288)

(三) 黑洞热力学大意	(291)
(四) 宇宙间的黑洞	(293)
附录	(295)
5. A1 爱丁顿—费因克尔斯坦坐标.....	(295)
习题	(298)

第六章 引力波和宇宙学简介	(301)
§ 6.1 引力波及其基本性质	(301)
(一) 平面引力波的传播	(301)
(二) 引力波的偏振性质	(304)
(三) 引力波的螺旋度	(306)
§ 6.2 引力波的激发	(308)
(一) 引力波的波源和质量四极矩	(308)
(二) 引力波辐射的能量	(311)
(三) 旋转质量系统所辐射的引力波	(313)
(四) 天体引力波源	(320)
§ 6.3 引力波的检测	(321)
(一) 引力波的起潮力	(321)
(二) 自由质量和准自由质量的引力波探测原理	(326)
(三) 弹簧振子探测原理	(329)
(四) 引力波探测概况	(330)
§ 6.4 广义相对论中的宇宙学问题简介	(333)
(一) 宇宙学原理	(334)
(二) 恒曲率 3 维超面上的度规	(335)
(三) 罗伯逊—沃尔克度规	(338)
(四) 闭型宇宙和开型宇宙	(339)
(五) 哈勃定律和宇宙学红移	(344)
(六) 临界质量密度	(345)
(七) 有关近代宇宙学的一些历史注记	(346)