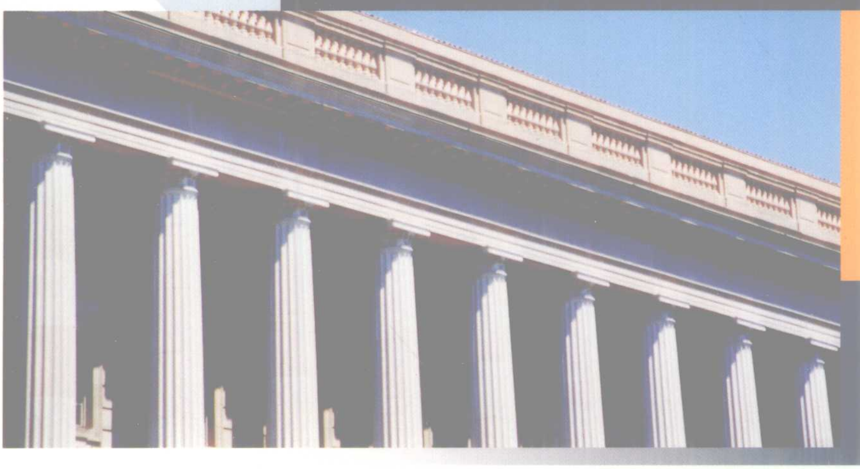
高等学校教材

概率论与数理统计

赵跃生　陈晓龙　主编



高等教育出版社
Higher Education Press

高等学校教材

概率论与数理统计

赵跃生　陈晓龙　主编

高等教育出版社

内容提要

本书是为满足社会对应用型人才培养的需求，根据最新的"工科类本科数学基础课程教学基本要求"（征求意见稿）编写的概率论与数理统计课程教材。

本书内容包括事件及其概率、随机变量（一维与多维）及其分布、随机变量的数字特征、大数定律和中心极限定理、统计量及其分布、参数估计、假设检验、方差分析与回归分析等内容。为适应分层次教学的需要，本书特别将习题分为 A、B 两组，以供不同需求的师生使用。

本书可供应用型本科院校和独立学院各专业的学生作为教材使用，也可作为工程技术人员的自学参考书。

图书在版编目（CIP）数据

概率论与数理统计/赵跃生，陈晓龙主编. —北京：高等教育出版社，2009.8

ISBN 978-7-04-027492-9

Ⅰ.概… Ⅱ.①赵…②陈… Ⅲ.①概率论-高等学校-教材②数理统计-高等学校-教材 Ⅳ.O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 095424 号

策划编辑 王　强　**责任编辑** 蒋　青　**封面设计** 赵　阳　**责任绘图** 尹文军
版式设计 王　莹　**责任校对** 张　颖　**责任印制** 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	咨询电话	400-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京宏伟双华印刷有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
开　　本	787×960　1/16	版　　次	2009年 8 月第 1 版
印　　张	16	印　　次	2009年 8 月第 1 次印刷
字　　数	290 000	定　　价	17.60 元

物料号　27492-00

应用型本科数学系列教材编委会

总　序

为满足社会对应用型人才培养的需求，配合教育部“质量工程”的实施，深入探讨应用型人才培养以及相应的教学内容与课程体系改革工作，切实提高应用型人才培养质量，由南京工业大学牵头，南京信息工程大学和江苏大学共同参与策划了本系列教材建设。

本系列教材包括高等数学、线性代数和概率论与数理统计三门课程，全部内容讲授约需260学时，其内容体现出教学改革的成果和教学内容的优化，其主要特点如下：

1. 思路清晰、逻辑严谨、概念准确、便于自学。

2. 适当降低理论深度，削减了一些枝节内容，突出数学知识实用的分析和计算方法，着重基本技能和基本计算的训练，不过分追求技巧。

3. 强调教学内容的思想性，着力揭示基本概念的本质和解决问题的思想方法。

4. 注意应用基本理论和基本方法分析解决实际问题的思想方法的讲解，培养学生应用数学方法解决实际问题的能力。

5. 各章节习题作了分类编排，为便于学生复习和巩固所学知识。

本系列教材的编写得到高等教育出版社高等理工出版中心数学分社的领导和编辑们的大力支持，在此表示衷心感谢。

应用型本科数学系列教材编委会

2009年3月

前　言

随着我国教育事业的蓬勃发展，大学本科教育的培养目标出现了多样性，许多普通高校特别是独立学院把学生的培养目标定位在培养应用型本科人才上。培养目标和培养方案确定后教学任务如何实施？首先必须解决的就是教材问题。目前，大部分应用型本科院校和独立学院所采用的教材与应用型本科人才的培养目标还有不小的差距，许多高校和出版社正在或准备组织编写适合应用型本科或独立学院培养目标的教材。本教材正是在这种背景下产生的。

本教材内容为九章，前五章为概率论，后四章为数理统计。在教材编写上，我们在保持逻辑严谨、概念准确的基础上，尽可能使用通俗易懂的语言，突出概率统计方法的应用，淡化理论上的严格要求。在内容阐述上，注意由直观到抽象，由具体到一般。例如，在概率概念的处理上，我们先通过人们所熟知的频率引入概率的概念，而将传统的概率的统计定义、古典定义、几何定义作为概率的计算方法介绍，并通过它们性质上的共性简要地给出概率的公理化定义，这样处理既符合概率的发展过程，又避免了概率各种定义的相容性问题，同时又使公理化的介绍更易于被读者接受。在内容选取上，削减了部分枝节内容，使概率统计课程的重点更加突出。在例题选配上，注意了问题的新颖性、应用的广泛性和内容的针对性。在习题选配上，注意了与正文内容上的衔接及知识的巩固和应用，同时将习题分为A、B两类给出；A类题是基础题，一般与教材所讲授的内容和例题相对应；B类题具有一定的难度，供学有余力的学生选做。书后给出了习题的答案或提示。

本教材略去打*号的内容所需学时约为45~48学时。学时分配方案建议如下：

章	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45学时	10	6	5	6	2	3	5	4	4
60学时	12	7	7	8	3	5	6	6	6

本教材虽是为应用型本科院校和独立学院编写的，但若注意对打*号的内容的取舍，也适用于其他各类本科院校。

本教材由江苏大学赵跃生主编。赵跃生编写了教材的第1、2、6、7章，南京

工业大学陈晓龙编写了教材的第3、4、5、8、9章,全书由赵跃生统稿。

本教材的出版得到了高等教育出版社数学分社的大力支持和关心,在此表示衷心感谢!

编 者

2009年3月

郑重声明

目　录

第1章 事件及其概率

§1.1 随机事件

1.1.1 事件的直观概念

1. 随机现象

自然界的现象大致可以分为两类:决定性现象和随机现象.**决定性现象**的特点是:在一组条件下,其观察的现象完全被决定.例如:"任取一个平面三角形(条件),其两边之和大于第三边(现象)","使两个带同性电的小球相靠近(条件),两小球相吸引(现象)"都是完全决定的现象,其中第一个是在平面几何中完全被肯定的现象,我们称之为**必然现象**;而第二个是在物理学中完全被否定的现象,我们称之为**不可能现象**.自然科学、社会科学中的绝大部分学科的任务都是来揭示这类决定性现象(必然现象或不可能现象)或研究产生决定性现象的条件的.

随机现象的特点是:在一组条件下,其观察的现象可能出现,也可能不出现.例如:"掷一枚骰子(条件),出现的点数为1(现象)"就是随机现象,因为,掷骰子后,出现的点数可以是1,也可能是2,3,4,5,6中任一个.

由于自然现象一般都不是孤立存在的,总受着大量不知道或虽已知道但无法控制的偶然因素的影响,从而导致了随机现象的产生,同时也表明随机现象是自然界中广泛存在的一类现象.概率论与数理统计就是研究随机现象和揭示随机现象内部所存在的统计规律性的一门数学学科,因此概率论与数理统计是一门应用十分广泛的学科.

2. 随机试验

为研究随机现象,就必须对自然现象进行观察.我们把对自然现象的观察称为试验.如果一个试验满足下列三个条件:

(1) 可重复性:在相同的条件下可以重复进行;

(2) 可观察性:每次试验出现且仅出现一个结果,且所有可能结果在试验之前是明确的;

(3) 随机性:每次试验可能出现这个结果,也可能出现那个结果,事前不能预言.

则称该试验为**随机试验**. 由于我们今后所提及的试验都是指随机试验,因此简称随机试验为**试验**.

3. 随机事件

称试验中所发生的现象为**事件**. 如果一个事件在每次试验中都一定发生,则称该事件为**必然事件**,用 Ω 表示;若在每次试验中一定不发生,则称该事件为**不可能事件**,用 $\varnothing$ 表示;对于在试验中可能发生也可能不发生的事件,我们称之为**随机事件**,用 $A,B,C,\cdots$ 等表示.

称试验中单个结果所组成的事件为**基本事件**. 例如,掷一枚骰子,观察出现的点数,“出现的点数为1”就是基本事件,而“出现奇数”则是由“出现点数1”、“出现点数3”、“出现点数5”这三个结果(或基本事件)所组成;如果试验的结果是出现点数1,则“出现奇数”这一事件也发生. 由上可知,事件是由若干个试验结果(或基本事件)所组成的;一个事件发生,当且仅当该事件所含的一个结果(或基本事件)出现.

1.1.2　事件的集合描述

为便于研究事件,需要将事件的概念更明晰.

1. 样本空间

称试验的每一可能结果为**样本点**,记为 ω 或带下标的 $\omega_1,\omega_2,\cdots$. 样本点的全体称为样本空间,记为 Ω.

例 1.1.1　掷一枚骰子,观察出现的点数. 若记 ω_i=“出现点数 i”,$i=1,2,3,4,5,6$,则试验的样本空间为 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\omega_3,\omega_4,\omega_5,\omega_6\}$.

例 1.1.2　观察某交通道口上午7点至9点间通过的机动车辆数. 若记 ω_i=“通过 i 辆机动车”,$i=0,1,2,\cdots$,则试验的样本空间为 $\Omega=\{\omega_0,\omega_1,\omega_2,\cdots\}$.

例 1.1.3　在单位正方形 $(0\leqslant x\leqslant 1,0\leqslant y\leqslant 1)$ 内均匀投点,观察落点的坐标. 如果记落点的坐标为 (x,y),则试验的样本空间为 $\Omega=\{(x,y)\mid 0\leqslant x\leqslant 1,0\leqslant y\leqslant 1\}$.

2. 事件的集合描述

前面已经指出,事件是由若干个试验结果所组成的,而试验的结果称为样本点,因此事件是由若干个样本点所组成的,即事件可看做样本空间的一个子集. 在这种描述下,基本事件就是样本空间的单点子集.

根据事件发生的意义可知,事件 A 发生,当且仅当试验所出现的样本点 $\omega\in A$. 由此进一步可知,空集 $\varnothing$ 作为样本空间的子集所代表的事件为不可能事件,Ω 作为自身的子集所代表的事件为必然事件.

1.1.3　事件的关系与运算

既然事件可视为样本空间的子集,作为集合,有集合的关系与运算,那么这

些关系与运算反映在事件上，其意义是什么？例如，对于事件 A,B，作为样本空间的两个子集，它有并集 $A\cup B$，$A\cup B$ 作为样本空间的子集它代表一个事件，其事件发生的意义是什么呢？下面我们对此来分别加以介绍，并平行地引入事件的关系与运算.

1. 事件间的关系与事件的运算

设 A,B 为两个事件，即 A,B 为样本空间的两个子集. 在下面的表述中，我们有时说集合 A,B，有时说事件 A,B，具体代表什么？视上下文或情况而定.

（1）事件的包含：如果集合 $A\subset B$，则称**事件 B 包含事件 A**. 因 $A\subset B\Leftrightarrow$"若 $\omega\in A$，则 $\omega\in B$"，故 $A\subset B$ 所表示的关系是：事件 A 发生必然导致事件 B 发生.

（2）事件的相等：如果 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，则称**事件 A 与事件 B 相等**，记为 $A=B$，它的意义是：若 A 发生则 B 必发生，反之若 B 发生则 A 也必发生.

（3）事件的和（并）：集合 A 与 B 的并集 $A\cup B$ 所代表的事件称为**事件 A 与 B 的和（并）事件**. 因 $\omega\in A\cup B\Leftrightarrow$"$\omega\in A$ 或 $\omega\in B$"，故事件 $A\cup B$ 发生的意义是：事件 A 发生或事件 B 发生，即事件 A,B 中至少有一个发生.

类似地，$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的并集 $A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_n$（简记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$）称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和，事件 $\bigcup\limits_{i=1}^{n}A_i$ 发生的意义是：$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生. 同样，事件 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty}A_i$ 发生的意义是 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 中至少有一个发生.

（4）事件的积（交）：集合 A 与 B 的交集 $A\cap B$ 所代表的事件称为**事件 A 与 B 的积（交）事件**. 因 $\omega\in A\cap B\Leftrightarrow$"$\omega\in A$ 且 $\omega\in B$"，故事件 $A\cap B$ 发生的意义是：事件 A 发生且事件 B 发生，即事件 A,B 同时发生. $A\cap B$ 也记作 AB.

类似地，$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的交集 $A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_n$（简记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$ 或 $A_1A_2\cdots A_n$）称为事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积，事件 $\bigcap\limits_{i=1}^{n}A_i$ 发生的意义是：$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 同时发生. 同样，事件 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty}A_i$ 发生的意义是 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 同时发生.

（5）事件的互不相容（互斥）：若 $A\cap B=\varnothing$，即事件 A 与 B 不同时发生，则称**事件 A 与 B 互不相容**.

（6）事件的差：集合 A 与 B 的差集 $A-B$ 所代表的事件称为**事件 A 与 B 的差事件**. 因 $\omega\in A-B\Leftrightarrow$"$\omega\in A$ 但 $\omega\notin B$"，故事件 $A-B$ 发生的意义是：事件 A 发生但事件 B 不发生.

（7）对立事件（逆）：集合 A 的补集 $\overline{A}=\Omega-A$ 所代表的事件称为**事件 A 的对**

立事件. 因 $\omega\in\overline{A}\Leftrightarrow\omega\notin A$,故事件 $\overline{A}$ 发生的意义是:事件 A 不发生. 即 $\overline{A}$ 代表的是与 A 性质相反的事件.

事件的关系与运算可以用图 1.1 的文氏图(Venn 图)来直观表示.

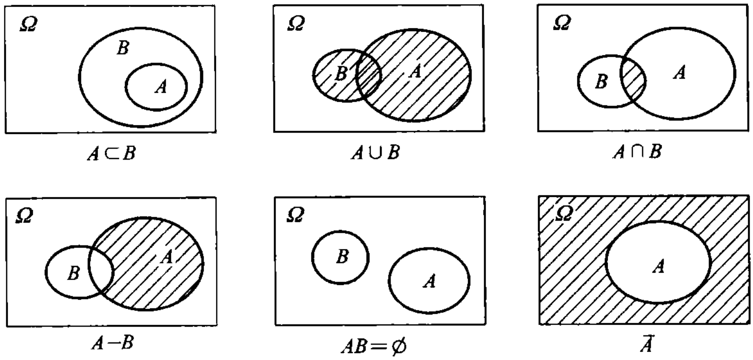


图 1.1　文氏图

2. 事件的运算性质

设 A,B,C,A_k $(k=1,2,\cdots)$为事件,它们的运算具有如下性质:

(1) 交换律:$A\cup B=B\cup A,A\cap B=B\cap A$;

(2) 结合律:$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C),(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$;

(3) 分配律:$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$,

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$;

(4) 德摩根(De Morgan)律(对偶律):$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B},\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$,

更一般地有

$$\overline{\bigcup_{k=1} A_k}=\bigcap_{k=1}\overline{A_k},\ \overline{\bigcap_{k=1} A_k}=\bigcup_{k=1}\overline{A_k}.$$

以上性质都不难证明,并且借助于文氏图也容易理解.

例 1.1.4　设电路 MN 中装有 a 和 b 两个继电器(如图 1.2),以 A,B 分别表示继电器 a,b 接通,试利用电路 MN 的"通"与"断"两种状态,验证事件的对偶律:$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$.

解　设事件 $C=$"MN 为通路"则 $\overline{C}=$"MN 为断路",显然,$C=A\cup B,\overline{C}=\overline{A}\cap\overline{B}$,因此 $\overline{C}=\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$.

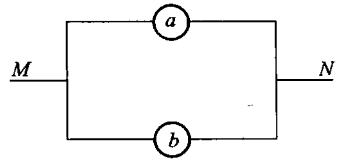


图 1.2

例 1.1.5　设 A,B,C 为三事件,试用它们表示下列事件:

(1) A 发生而 B 与 C 不发生;　　(2) A,B,C 同时不发生;