

# 结构力学

叶黔元 周志云 李惠平 主 编



科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

# 结 构 力 学

叶黔元 周志云 李惠平 主编

科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

本书是按照教育部力学课程指导委员会制定的结构力学课程教学大纲基本要求编写的,以“强化概念、注重基础、突出应用”为基本原则。本书与同类教材相比,其特点是注意加强与前续课程的衔接,增加了“结构几何构造分析与结构反力计算”等内容;为了深化对概念的理解,本书增加了“超静定结构的概念近似分析”及“索的分析”等内容,略去了教学大纲非基本要求的“极限分析”内容。本书共十六章,主要内容包括梁、刚架、架、索和拱的分析,静定和超静定结构分析的经典方法——力法及位移法、矩阵位移法,结构动力学和结构稳定性及概念近似分析等,并注重结合实际进行叙述。

本书可作为普通高等院校土木工程专业的大学生教材,也可供交通、水利、机械等相关专业的师生参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

结构力学/叶黔元,周志云,李惠平主编. —北京:科学出版社,2009  
ISBN 978-7-03-024402-4

I. 结… II. ①叶…②周…③李… III. 结构力学-高等学校-教材 IV. 0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 055650 号

责任编辑:童安齐 / 责任校对:赵 燕  
责任印制:吕春珉 / 封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

铭浩彩色印装有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009 年 5 月第 一 版 开本:787×1092 1/16  
2009 年 5 月第一次印刷 印张:21 1/2  
印数:1—3 000 字数:496 000

定价:32.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈路通〉)

销售部电话 010-62134988 编辑部电话 010-62137026 (BA08)

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229; 010-64034315; 13501151303

## 前 言

“结构力学”是土木工程专业的一门重要专业基础课。由于教学改革及人才培养的需要，结构力学的教学时数和基本要求有所变化，为了适应这一新的要求，我们编写了本教材。在编写过程中我们参考并借鉴了清华大学龙驭球院士、包世华教授编著的《结构力学教程》、同济大学朱慈勉教授主编的《结构力学》等教材。在吸取了他们教材优点的基础之上，本书又根据教育部力学课程指导委员会制定的结构力学课程教学大纲基本要求进行编写，并以“强化概念、注重基础、突出应用”为基本原则。

本书增加了“结构几何构造分析与结构反力计算”、“索的分析”、“超静定结构的概念近似分析”等内容以适应教学要求和形势的需要，略去了非基本教学要求的“极限分析”内容。

本书第一、二、十三～十六章由叶黔元编写，第八～十二章由周志云编写，第三～七章由李惠平编写。

本书的编写得到了上海市教委重点课程建设基金的资助，特此致谢。

限于编者水平，书中欠妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

2009年3月于上海理工大学

# 目 录

## 前言

|                         |    |
|-------------------------|----|
| 第一章 绪论                  | 1  |
| 1.1 结构力学内容概要            | 1  |
| 1.2 结构的计算简图             | 1  |
| 1.3 基本结构构件              | 4  |
| 1.4 分析与设计的关系            | 5  |
| 第二章 结构几何构造分析与结构反力计算     | 6  |
| 2.1 引言                  | 6  |
| 2.2 平面几何构造分析的几个概念       | 7  |
| 2.3 平面几何不变体系组成规则与例题     | 10 |
| 2.4 隔离体图                | 13 |
| 2.5 静力平衡方程及例题           | 14 |
| 2.6 约束反力对结构稳定性和静定性的影响   | 15 |
| 2.7 静定结构与超静定结构的对比       | 20 |
| 习题                      | 21 |
| 第三章 桁架                  | 24 |
| 3.1 引言                  | 24 |
| 3.2 桁架的种类               | 25 |
| 3.3 桁架内力分析              | 26 |
| 3.4 结点法与截面法的联合应用        | 32 |
| 3.5 各式桁架的比较             | 33 |
| 习题                      | 35 |
| 第四章 梁和框架                | 37 |
| 4.1 引言                  | 37 |
| 4.2 本章内容                | 39 |
| 4.3 剪力方程和弯矩方程           | 40 |
| 4.4 荷载和剪力弯矩之间的微分关系 叠加原理 | 44 |
| 4.5 多跨静定梁               | 49 |
| 4.6 静定平面刚架              | 53 |
| 4.7 梁和框架挠曲线草图的绘制        | 59 |
| 习题                      | 61 |
| 第五章 索                   | 66 |
| 5.1 引言                  | 66 |

|                        |            |
|------------------------|------------|
| 5.2 索的特性               | 67         |
| 5.3 索上的力               | 67         |
| 5.4 重力(竖向)荷载作用在索上受力分析  | 67         |
| 5.5 广义索定理              | 69         |
| 5.6 计算索状拱的形状           | 71         |
| 习题                     | 73         |
| <b>第六章 静定拱式结构</b>      | <b>75</b>  |
| 6.1 引言                 | 75         |
| 6.2 三铰拱支座反力和内力数解法      | 76         |
| 6.3 三铰拱的内力图解法          | 79         |
| 6.4 三铰拱的合理拱轴           | 81         |
| 习题                     | 84         |
| <b>第七章 影响线</b>         | <b>85</b>  |
| 7.1 移动荷载和影响线的概念        | 85         |
| 7.2 静力法作简支梁影响线         | 86         |
| 7.3 结点荷载作用下梁的影响线       | 90         |
| 7.4 静力法作桁架的影响线         | 91         |
| 7.5 机动法作影响线            | 94         |
| 7.6 影响线的应用             | 98         |
| 7.7 简支梁的包络图和绝对最大弯矩     | 105        |
| 习题                     | 107        |
| <b>第八章 功能法计算位移</b>     | <b>112</b> |
| 8.1 功与应变能              | 112        |
| 8.2 变形体的虚功原理           | 115        |
| 8.3 结构位移计算的一般公式        | 116        |
| 8.4 静定平面结构在荷载作用下的位移计算  | 118        |
| 8.5 图乘法                | 123        |
| 8.6 静定结构在非荷载因素作用下的位移计算 | 130        |
| 8.7 互等定理               | 132        |
| 习题                     | 135        |
| <b>第九章 利用力法分析超静定结构</b> | <b>140</b> |
| 9.1 超静定结构的概念和超静定结构次数   | 140        |
| 9.2 力法的基本原理            | 142        |
| 9.3 力法计算举例和对称性的利用      | 145        |
| 9.4 支座移动、温度变化时超静定结构的计算 | 154        |
| 9.5 弹性支承超静定梁和刚架的内力计算   | 158        |
| 9.6 超静定结构体系的内部多余约束及其分析 | 162        |
| 9.7 超静定结构位移的计算         | 166        |

|                                    |     |
|------------------------------------|-----|
| 9.8 超静定结构计算的校核 .....               | 168 |
| 习题 .....                           | 170 |
| <b>第十章 超静定梁与刚架的位移法分析</b> .....     | 175 |
| 10.1 位移法的基本概念 .....                | 175 |
| 10.2 等截面杆的转角位移方程 .....             | 176 |
| 10.3 转角位移方程的应用 .....               | 180 |
| 10.4 位移法的典型方程 .....                | 185 |
| 10.5 对称性的应用 .....                  | 193 |
| 10.6 支座位移和温度改变时的计算 .....           | 197 |
| 习题 .....                           | 200 |
| <b>第十一章 力矩分配法</b> .....            | 205 |
| 11.1 力矩分配法的建立 .....                | 205 |
| 11.2 用力矩分配法计算连续梁和无侧移刚架 .....       | 208 |
| 11.3 无剪力分配法 .....                  | 213 |
| 11.4 一般荷载作用下非支撑刚架的分析 .....         | 217 |
| 习题 .....                           | 220 |
| <b>第十二章 超静定结构的影响线</b> .....        | 223 |
| 12.1 静力法绘制影响线 .....                | 223 |
| 12.2 米勒-布雷斯劳原理 .....               | 226 |
| 12.3 梁的定性影响线 .....                 | 227 |
| 习题 .....                           | 231 |
| <b>第十三章 超静定结构的概念近似分析</b> .....     | 233 |
| 13.1 引言 .....                      | 233 |
| 13.2 承受垂直荷载的连续梁的近似分析——反弯点法 .....   | 233 |
| 13.3 承受垂直荷载的连续梁的近似分析——刚度概念分析 ..... | 236 |
| 13.4 垂直力作用下的多层刚架分析——分层计算法 .....    | 241 |
| 13.5 水平力作用下的多层刚架分析——反弯点法 .....     | 242 |
| 13.6 复杂刚架分析 .....                  | 243 |
| 13.7 桁架结构的近似分析 .....               | 245 |
| 习题 .....                           | 245 |
| <b>第十四章 矩阵位移法</b> .....            | 247 |
| 14.1 引言 .....                      | 247 |
| 14.2 局部坐标系中的单元刚度矩阵 .....           | 247 |
| 14.3 整体坐标系中的单元刚度矩阵 .....           | 250 |
| 14.4 整体分析 .....                    | 253 |
| 14.5 等效结点荷载 .....                  | 262 |
| 14.6 计算实例 .....                    | 262 |
| 14.7 组合结构的整体分析 .....               | 266 |

---

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| 习题.....                   | 268 |
| <b>第十五章 结构动力学</b> .....   | 270 |
| 15.1 引言.....              | 270 |
| 15.2 单自由度体系的自由振动.....     | 273 |
| 15.3 单自由度体系的强迫振动.....     | 281 |
| 15.4 多自由度体系的自由振动.....     | 289 |
| 15.5 多自由度体系的强迫振动.....     | 304 |
| 15.6 无限自由度体系的自由振动.....    | 311 |
| 习题.....                   | 317 |
| <b>第十六章 结构的弹性稳定</b> ..... | 319 |
| 16.1 结构弹性稳定概念.....        | 319 |
| 16.2 有限自由度体系的稳定计算.....    | 321 |
| 16.3 无限自由度体系的稳定.....      | 326 |
| 习题.....                   | 333 |
| <b>参考文献</b> .....         | 335 |



# 第一章 绪 论

## 1.1 结构力学内容概要

结构工程师在设计建筑物和桥梁时要求具有结构系统的知识。这些知识包涵：

- 1) 选择有效经济适用的结构形式。
- 2) 估计其强度和安全性。
- 3) 安排合理的施工方案。

因此，在结构设计时必须要进行结构分析。结构力学课程将学习结构分析的知识，即结构在荷载作用下的内力和变形。在此基础上结构工程师就可以进行结构设计，决定结构的形式、截面的尺寸，以满足结构的使用要求。

理论力学与材料力学为结构力学的学习提供了基础的知识，结构力学将在此基础上研究由基本构件组成的结构。根据其几何形式，结构可分为以下四类形式。

### (1) 杆系结构

杆系结构由若干个杆系互相连接而组成的结构。杆的主要特征是其横截面上的几何尺度远小于长度，如承受轴向力的柱，仅承受轴向力的桁架杆件，承受弯曲和剪力的梁。由杆组成的基本结构有梁、刚架、拱和桁架。

### (2) 悬索结构

悬索结构是由相对细长的钢索组成，其两端固定，由于其不能承受弯曲，该结构只能承受拉力，如斜拉桥的拉索。

### (3) 板壳结构

板壳结构的几何特征是其厚度方向的尺寸远小于其余两个方向上的尺寸，例如建筑结构中的楼板以及壳体屋盖就是板壳结构。

### (4) 实体结构

实体结构是三维结构，其三个方向的尺寸相仿，例如水工建筑中的坝体就是这类结构。

结构力学以杆件结构为主要研究对象，其任务是研究各类杆件结构在各种静力荷载作用下的内力及其变形和稳定，以及在动力荷载作用下的动力响应等，从而确定结构的合理形式。

作为结构工程师必须要应用结构力学的知识设计满足功能需要、结构合理的建筑。

## 1.2 结构的计算简图

实际结构的荷载与结构本身都是十分复杂的，如完全按照实际情况进行分析计算将

是十分复杂而且无此必要。因此,在进行分析之前作某些简化和假设,将一些次要因素加以忽略,这些简化可反映结构的主要受力特征。这类简化了的结构图形就称为结构的计算简图。在进行结构简化时必须遵守以下原则:

- 1) 计算简图要反映受力结构的主要力学性能。
- 2) 根据实际情况力求使简图便于计算。

根据不同的具体情况,对同一实际结构可选取不同的计算简图,在初步设计阶段可选取较为粗糙的计算简图,最后设计阶段就必须选取精细的计算简图。

选取计算简图时,必须进行多方面的简化。以下为其简化要点。

#### (1) 结构体系的简化

一般结构都是空间结构,但在多数情况下,可以忽略一些次要的空间约束而将实际结构分解为平面结构,使计算得以简化。

#### (2) 杆件的简化

杆件的截面尺寸通常比杆件的长度小得多,截面上的应力可根据截面的内力(弯矩、轴力、剪力)来确定。在计算简图中,杆件用其轴线表示,但当截面尺寸超过长度的 $1/4$ 时,杆件用其轴线表示的简化将引起较大的误差。

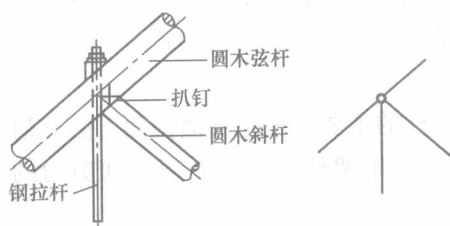


图 1-1

#### (3) 杆件间连接的简化

杆件间连接简化为结点。结点将简化为铰结点和刚结点。

1) 铰结点(图 1-1)。被连接的杆件在连接处不能相对移动,但可相对转动,可以传递力但不能传递力矩。

2) 刚结点(图 1-2)。被连接的杆件在连接处不能相对移动,也不能相对转动,可以传递力也能传递力矩。

#### (4) 结构与基础间连接的简化

结构与基础间的连接按其受力特征简化为滚轴支座、绞支座、定向支座、固定支座和弹性支座。

1) 滚轴支座(图 1-3)。被支承的部分可以转动和水平移动,但不能竖向移动,所以提供的反力只有竖向反力  $F_{RY}$ 。

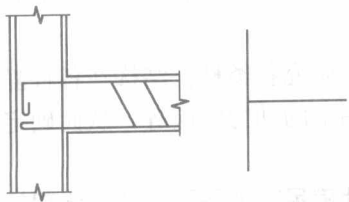


图 1-2

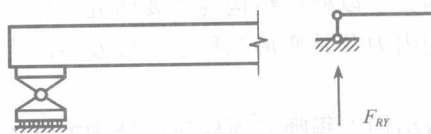


图 1-3

2) 绞支座(图 1-4)。被支承的部分不可以转动和水平移动,能提供两个反力  $F_x$  和  $F_{RY}$ 。

3) 定向支座(图 1-5)。被支承的部分不可以转动,但可以沿一个方向平行滑动,

能提供反力矩  $M$  和反力  $F_{RY}$ .

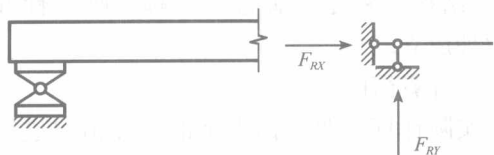


图 1-4

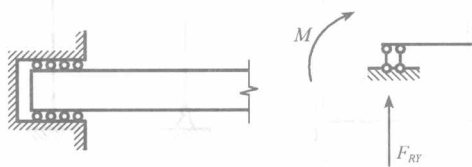


图 1-5

4) 固定支座 (图 1-6). 被支承的部分完全被固定, 能提供三个反力  $F_{RX}$ 、 $F_{RY}$ 、 $M$ .

5) 弹性支座 (图 1-7). 如要考虑支座本身的变形, 则此类支座称为弹性支座. 这一类支座可简化为弹簧.

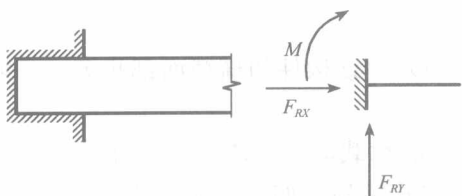


图 1-6



图 1-7

#### (5) 荷载的简化

结构必须与其承受的荷载相适应, 在荷载作用下不破坏也不产生结构不允许的变形. 作用于结构的荷载按其作用的时间和作用的性质, 可作如下的分类:

##### 1) 按荷载作用的时间分有恒载和活载.

恒载: 永久作用在结构上的不变荷载称为恒载. 例如, 结构的自重以及永久固定在结构上的设备重量等.

活载: 临时作用在结构上的可变荷载. 例如, 楼面荷载、屋面荷载、雪荷载和风荷载等.

##### 2) 按荷载作用的性质分有静力荷载和动力荷载.

静力荷载: 静力荷载的大小、位置、方向并不随时间的变化而变化, 荷载是缓慢加载到结构上的, 因此在静力荷载作用下, 结构不产生明显的加速度和相应的惯性力, 从而不引起结构的振动.

动力荷载: 动力荷载是随时间迅速变化的荷载, 在动力荷载作用下, 结构产生明显的加速度和相应的惯性力.

##### 3) 按荷载作用方式可分为体积力和表面力两大类.

体积力指的是结构的自重和惯性力等.

表面力则是由其他物体通过接触而传给结构的力, 如土压力和风荷载等. 荷载根据其分布情况可简化为集中荷载和分布荷载.

#### (6) 基本假定

在结构进行简化给出计算简图之外, 在作结构分析时还应根据实际情况对结构进行假设, 使计算简化, 其基本假设如下:

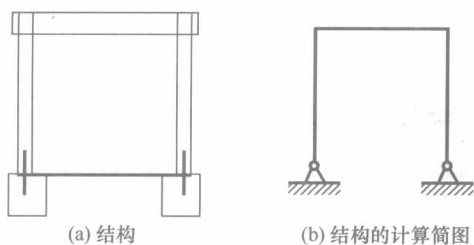


图 1-8

- 1) 结构体是连续的。
- 2) 结构材料是线弹性体, 解的唯一性和叠加原理成立。

### (7) 计算简图

在实际计算中要根据支承的实际情况进行简化, 结构本身也要根据实际情况加以简化, 如图 1-8 所示。

## 1.3 基本结构构件

所有结构都是由基本的结构件组成的。这些构件包括吊架、柱、梁、桁架、拱和刚架等。

1) 吊架是承受轴向拉伸的构件。如图 1-9 所示, 该构件的横截面都相等, 一般是用高强度材料制成的。

2) 柱是承受轴向压缩的构件 (图 1-10)。柱的承载能力取决于细长比  $L/R$ , 如细长比  $L/R$  大, 则此柱细长, 其破坏形式一般是失稳破坏; 如细长比  $L/R$  小, 柱短粗, 其破坏形式一般是压碎破坏或屈服破坏。

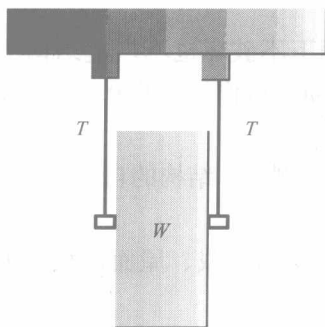


图 1-9

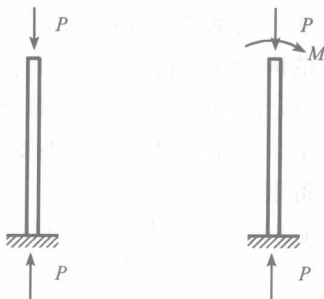


图 1-10

事实上, 柱承受纯轴压仅是理想状态, 一般情况下都是偏心受压, 此时柱除了承受轴压力  $P$  还将受到弯矩  $M$  的作用。

3) 梁是承受剪力与弯矩的构件 (图 1-11)。此处梁通常是一细长杆件, 荷载通常与梁轴线垂直, 其截面承受剪力与弯矩。

4) 桁架 (图 1-12)。桁架是由细长杆在其两端铰接而成的, 当桁架承受结点荷载时, 各杆只产生轴力。



图 1-11

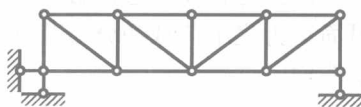


图 1-12

5) 拱 (图 1-13). 拱的轴线一般为曲线, 拱在竖向荷载作用下支座会产生水平反力, 从而可以减少拱截面上的弯矩.

6) 刚架 (图 1-14). 刚架通常由直杆组成, 其组成特点是杆联结处的结点是刚结点.



图 1-13

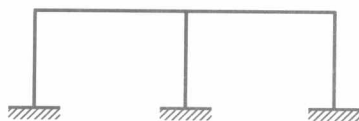


图 1-14

## 1.4 分析与设计的关系

每一个结构设计人员在设计的每一阶段都要进行设计和分析的工作. 首先是概念设计. 在此阶段, 结构工程师要根据建筑的功能需要进行结构的合理布局, 还要与建筑师合作进行初步设计. 初步设计阶段需要从概念设计中选择几种结构形式和确定主要构件的初步尺寸. 此后, 在初步分析的基础上设计人员需要在荷载分析基础之上重新计算全部结构的尺寸和比例. 之后, 就需要从价格、材料、施工和维修等各方面进行比较选择最优的初步方案. 最后, 设计阶段结构工程师就要根据以上的分析进行最后的细化分析设计.

结构力学课程就是要对结构进行详细分析, 为结构工程师提供设计基础.

在使用期限内结构工程师设计的结构应既不被破坏, 变形又不超出允许的范围, 而且其最大的承载能力必须大于最大的荷载.

# 第二章 结构几何构造分析与结构反力计算

## 2.1 引言

结构要承受各种可能的荷载，其结构在荷载作用下会产生内力和变形，但对于结构而言是不允许其相对于基础存在刚体运动的。在不计材料变形的前提下，如结构的几何形状保持不变，则称为几何不变体系，也就是几何构造是稳定的。

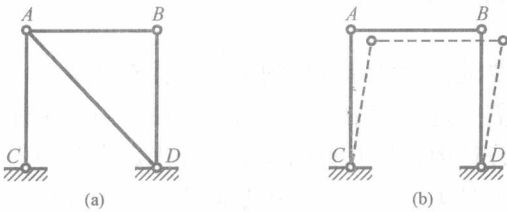


图 2-1

如图 2-1 (a) 示出铰结三角形体系其结构的几何形状保持不变是最基本的几何不变体系，而图 2-1 (b) 示出体系的位置和形状都可改变是几何可变体系。

因此，对于一个结构首先必须进行几何构造分析，以保证其结构稳定。

此外，为了确保结构在使用过程中的稳定安全，一个结构还必须与基础或其他结构相联结，且必须稳定。

这些支承的实际结构是复杂的，不同的支承将给出不同的支承反力，结构与基础间的连接按其受力特征简化为滚轴支座、铰支座、定向支座、固定支座和弹性支座。

为了分析结构在荷载作用下的内力及其变形，其关键的第一步就是求出基础对结构的支承反力。

结构工程师必须根据结构实际情况合理地设计支座，如图 2-2 所示。

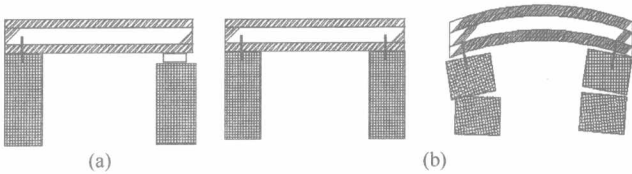


图 2-2

梁的左端用钉子将其固定，右端用橡胶垫支承，一旦温度升高右端可以自由移动，结构体系内应力不会发生新的改变。但如果两端均用钉子固定，则由于右端不能自由移动，梁将发生弯曲，从而在墙内产生应力使墙体开裂 [图 2-2 (b)]。

在实际计算中要根据支承的实际情况进行简化，结构本身也要根据实际情况加以简化，如图 2-3 所示。

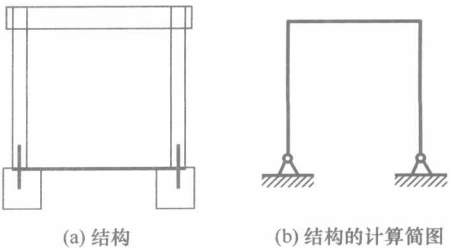


图 2-3

## 2.2 平面几何构造分析的几个概念

### 1. 体系的自由度

判别一个结构体系是否几何可变，其实质就是判断该结构是否存在刚体运动的自由度，所谓结构的自由度，是指确定该结构位置所必须独立坐标的数目。

我们已知一个动点在空间有三个自由度，即要确定空间一个动点的位置需要三个独立坐标，一个刚体在空间有 6 个自由度需要 6 个独立的坐标；如在平面内一个动点有 2 个自由度，一个刚体有 3 个自由度（图 2-4）。

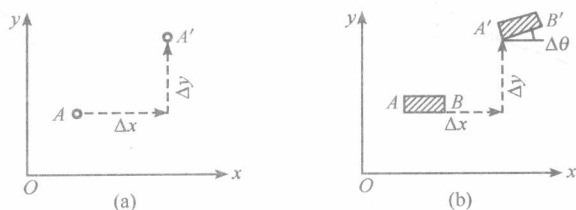


图 2-4

结构的自由度，将因加入约束而减少，所谓约束是指对体系各部分之间存在一定联系，这种联系对各部分之间的位置关系形成几何限制即约束，杆件之间以及杆件与基础之间的联结常见的有链杆联结、铰联结和刚性联结。

### 2. 约束

约束包括链杆联结、铰联结和刚性联结。

#### (1) 链杆联结

A、B 两点用一链杆联系，原先 A、B 两个独立动点有 4 个自由度，通过链杆联结后成为 AB 杆只有 3 个自由度 [图 2-5 (a)]。

图 2-5 (b) 为刚片 I、II 间用一链杆 BC 联结，原两刚片有 6 个自由度，通过链杆联结其独立坐标为  $x$ 、 $y$ 、 $\Phi$ 、 $\alpha$ 、 $\beta$  五个，即自由度为 5。可见，一根链杆相当于 1 个约束，可减少一个自由度。

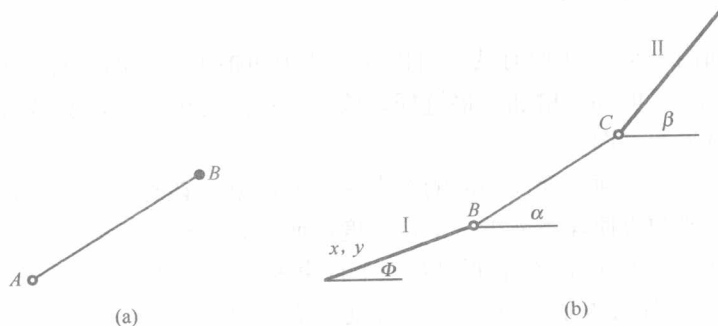


图 2-5

### (2) 铰联结

图 2-6 为两个刚片在  $B$  点用铰联结, 原两个刚片共有 6 个自由度, 联结后其独立坐标为  $x$ 、 $y$ 、 $\Phi$ 、 $\alpha$  四个, 即自由度为 4. 可见, 一个铰相当于 2 个约束, 可减少 2 个自由度. 如三个刚片用一个铰联结, 联结后自由度数为 5, 共减少了 4 个自由度. 一般称联结两个刚片的铰为单铰.

联结两个以上刚片的铰为复铰. 图 2-7 为复铰相当于两个单铰, 联结  $N$  个刚片的复铰就相当于  $N-1$  个单铰, 将减少  $2(N-1)$  个自由度.

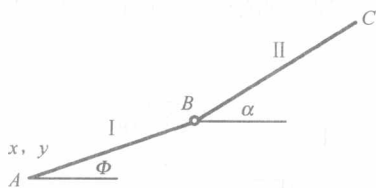


图 2-6

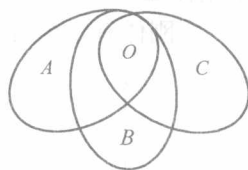


图 2-7

### (3) 刚性联结

图 2-8 为两刚片 I、II 在  $B$  点刚性联结为一个整体. 显然, 两个刚片合成为一个刚片, 因此一个刚结点相当于 3 个约束, 可减少 3 个自由度, 联结  $N$  个刚片的刚结点复刚结点就相当  $N-1$  个单刚结点将减少  $3(N-1)$  个自由度. 如图 2-9 所示,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四个刚片用一个刚结点相联结.

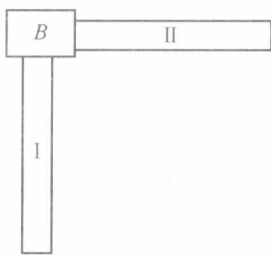


图 2-8

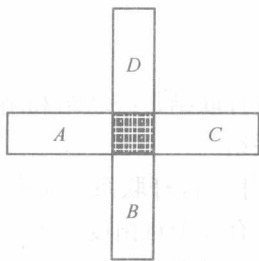


图 2-9

## 3. 必要约束与多余约束

例如, 平面内一动点  $A$  原有两个自由度, 如用两根不共线的链杆将其与基础相连, 则  $A$  的自由度为 0, 但如再增加一根链杆, 该体系自由度仍为零, 所增加的链杆约束与已有的约束是重复的 (图 2-10).

一般使体系成为几何不变而必需的约束为必要约束, 必要约束之外的约束称为多余约束, 每一个必要约束使体系减少一个自由度, 而多余约束并不减少体系的自由度.

如图 2-11 所示, 刚片  $A$  在平面内有三个自由度, 如用两根不平行的链杆 1 和 2 将其与基础相连接, 则此体系仍有一个自由度. 应用理论力学运动学理论, 可知链杆 1、2 延长线交点  $O$  就是刚片  $A$  的瞬时运动中心, 此时刚片  $A$  的运动与刚片  $A$  在  $O$  点



用铰与基础相联接情况完全相同, 因此两链杆所起作用与杆交点处的一个铰的约束作用相同, 称之为瞬铰。

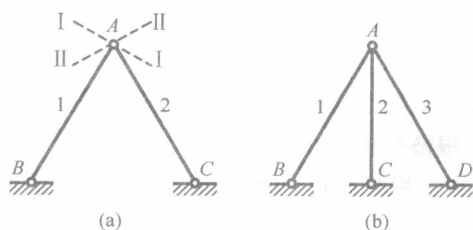


图 2-10

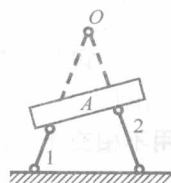


图 2-11

#### 4. 平面体系的计算自由度

体系的计算自由度  $W$  等于体系各组成部分的总自由度减去体系中总的约束数。如果将体系看为由  $M$  个刚片和  $G$  个刚结、 $H$  个铰结、 $B$  个单链杆约束组成, 则

$$W = 3M - (3G + 2H + B)$$

计算时体系中如果有复约束, 则应事先将其折合成单约束, 如  $W > 0$  体系几何可变; 几何不变的必要条件是  $W \leq 0$ , 但并非充分条件。

**例 2-1** 计算如图 2-12 所示结构的计算自由度。

**解** 将图 2-12 (a) 体系的全部支座去掉, 再在  $G$  处切开, 这样就变为无多余约束的刚片 [图 2-12 (b)], 因此  $M=1$ ,  $A$ 、 $B$ 、 $G$  处单刚结数  $G=3$ ,  $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  处链杆数  $B=4$ , 则

$$W = 3M - (3G + 2H + B) = 3 - (3 \times 3 + 2 \times 0 + 4) = -10$$

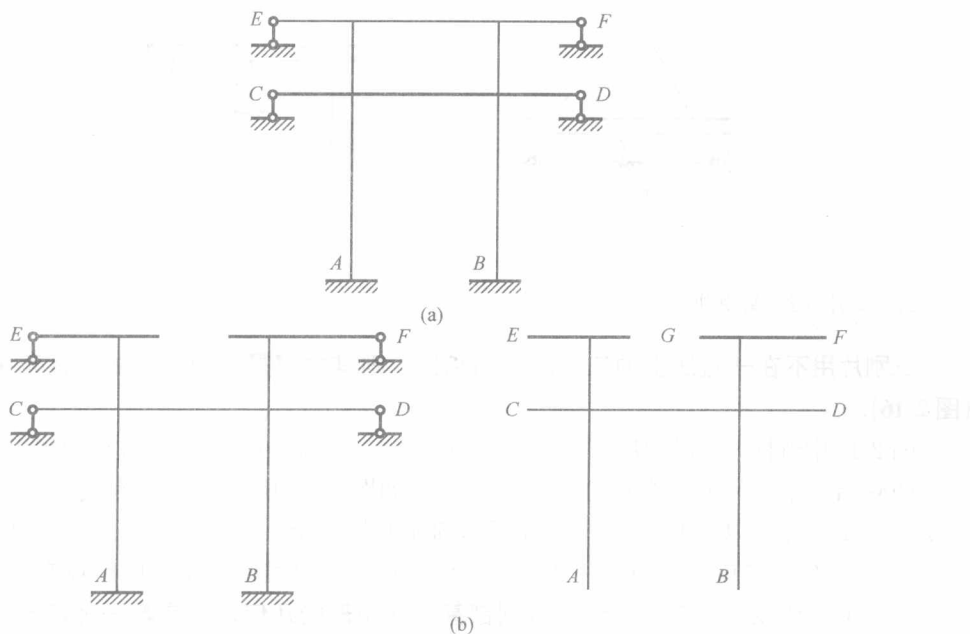


图 2-12