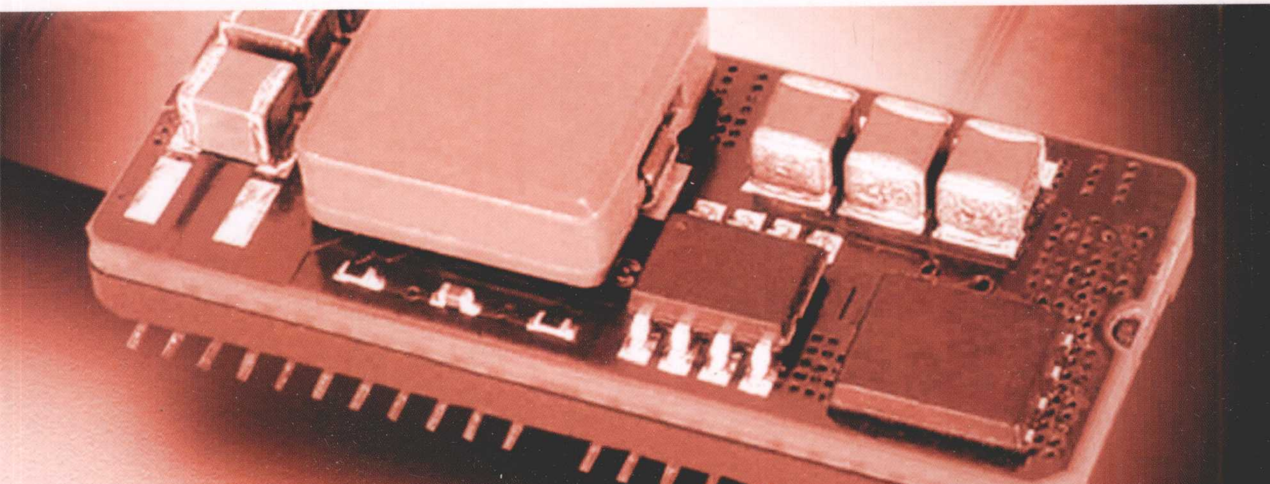
面向21世纪课程教材

供中医、中药和药学类专业用

中医药物理实验

（第二版）

章新友　主编



中国协和医科大学出版社

· 面向21世纪课程教材 ·

（供中医、中药和药学类专业用）

中医药物理实验

（第二版）

主　编　章新友
副主编　杜　琰　饶志明　赵志坚
编　委　周　力　张春强　聂文杰
蔡少华　王思民　周步高
衷　彦　邹国明　刘志勇
严亮华　喻松仁　康胜利

中国协和医科大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

中医药物理实验/章新友主编. －2版. －北京：中国协和医科大学出版社，2009.2

面向21世纪课程教材

ISBN 978－7－81136－141－4

Ⅰ. 中… Ⅱ. 章… Ⅲ. 医用物理学－实验－医学院校－教材 Ⅳ. R312－33

中国版本图书馆CIP数据核字（2009）第011228号

·面向21世纪课程教材·

中医药物理实验（第二版）

主　　编：章新友

责任编辑：韩　鹏

出版发行：中国协和医科大学出版社

（北京东单三条九号　邮编100730　电话65228583）

经　　销：新华书店总店北京发行所

印　　刷：北京丽源印刷厂

开　　本：787×1092毫米　1/18开

印　　张：11

字　　数：180千字

版　　次：2009年3月第二版　　2009年3月第一次印刷

印　　数：1—3000

定　　价：20.00元

ISBN 978－7－81136－141－4/R·141

前　言

《中医药物理实验》是一本供高等中医药院校中医、药学类各专业使用的物理实验教材。该书是依据卫生部制定的高等中医药院校中医、药学类各本科专业物理教学大纲，在华东地区中医学院物理学协作组编写的《医药物理学实验》的基础上，由2000年出版的《中医药物理实验》，再结合本校的实际情况和编者近年来的实验教学经验与实践，在深化实验教学改革的新形势下编写而成。

编写过程中，针对实验教学的新要求和实验设备的添置情况，对原教材进行了必要的修改和补充，尤其是增加了近年来在实验教学研究方面所取得的成果，对部分实验的内容和方法进行了更新和改进。精选了与中医、药学类专业密切相关的实验共20个，其中有关普通物理学的实验13个，有关电工和电子技术的实验7个，书末还附有焊接技术、国产半导体器件命名方法和有关物理常数。在同一个实验中介绍了多种不同的方法或使用几种不同的仪器，既便于依据现有仪器的情况进行选做，又开阔了学生视野。每个实验都附有思考题，供教师选用或作为学生在预习和实验时进行自我检测。

本书在编写过程中得到了江西中医学院方荣福教授的指导和帮助，同时也得到了中国协和医科大学出版社和学校有关部门的大力支持，在此一并表示感谢。

由于我们水平有限，书中的错误和不妥之处在所难免，恳请使用本教材的广大师生和读者批评指正。

编　者

2009年3月

内 容 提 要

本书是按照卫生部高等中医药院校针灸本科专业用的《医用物理学》和中药、药学等本科专业用的《物理学》教学大纲的要求而编写的。

全书精选了与中医学、中药学以及药学类专业密切相关的实验共20个，其中属于普通物理实验内容的有13个，属于电工和电子技术实验内容的有7个。每个实验的后面附有思考题供教师选用和学生自测，在书末的附录，附表中还介绍了焊接技术、国产半导体器件命名方法和有关物理常数。

本书可作为中医药院校各专业的物理实验教材。

目 录

附 表

理量进行测量，必须先经过对其他的物理量进行直接测量，然后再根据有关的公式（即它们之间的相互关系）进行计算求得。

例如：要测一个均匀玻璃小球的密度时，可先用游标卡尺测出它的直径 d，利用球体积公式 $V=1/(6\pi d^3)$ 算得其体积；再用托盘天平测出它的质量 m，于是根据密度 $\rho=m/V$ 的关系式计算出小球的密度。

四、间接测量值的误差计算

由于在直接测量时，测量值都不可避免地含有误差，而间接测量值又是通过直接测量值计算求得，所以间接测量也就不可避免地含有误差。因此，间接测量的误差除与相应的直接测量本身的误差有关外，还决定于运算关系，常用的误差计算公式见表 0－1。

表 0－1 常用运算关系的误差计算公式

运算关系	平均绝对误差 ΔN	平均相对误差 $\frac{\Delta N}{N}$
$N=X\pm Y$	$\Delta X+\Delta Y$	$(\Delta X+\Delta Y)/(X_0\pm Y_0)$
$N=X\cdot Y$	$X_0\cdot\Delta Y+Y_0\cdot\Delta X$	$\Delta X/X_0+\Delta Y/Y_0$
$N=\mathrm{k}X$（k 为常数）	$\mathrm{k}\Delta X$	$\Delta X/X_0$
$N=X/Y$	$(X_0\cdot\Delta Y+Y_0\cdot\Delta X)/Y_0^2$	$\Delta X/X_0+\Delta Y/Y_0$
$N=X^{\mathrm{k}}$（k 为常数）	$\mathrm{k}X_0^{\mathrm{k}-1}\cdot\Delta X$	$\mathrm{k}\cdot\Delta X/X_0$
$N=\sqrt[\mathrm{k}]{X}$（k 为常数）	$\frac{1}{\mathrm{k}}X_0{}^{\frac{1}{\mathrm{k}}-1}\cdot\Delta X$	$\frac{1}{\mathrm{k}}\Delta X/X_0$
$N=\log_{10}X$	$\frac{1}{\ln 10}X_0{}^{-1}\Delta X$	$\frac{1}{\ln X_0}X_0{}^{-1}\Delta X$
$N=\ln X$	$X_0{}^{-1}\Delta X$	$\frac{1}{\ln X_0}X_0{}^{-1}\Delta X$
$N=\sin X$	$\cos X_0\cdot\Delta X$	$\mathrm{ctg}X_0\cdot\Delta X$
$N=\cos X$	$\sin X_0\cdot\Delta X$	$\mathrm{tg}X_0\cdot\Delta X$
$N=\mathrm{tg}X$	$\sec^2 X_0\cdot\Delta X$	$2\csc X2X_0\cdot\Delta X$
$N=\mathrm{ctg}X$	$\csc^2 X_0\cdot\Delta X$	$2\csc X2X_0\cdot\Delta X$

间接测量的数据处理常见的方法有二种：一是先求直接测量量的平均值和标准差再传递；二是先把每个直接测量值代入函数关系求得函数值再平均、求标准差。下面我们仅以一元函数讨论。

设直接测量量为 x，间接测量量 y 是 x 的函数：$y=\mathrm{f}(x)$；x 的各次测量结果是：

$x=x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_n$

一、物理量的测量与误差

一切物理量都是通过测量得到的。在物理实验过程中，总要通过对一系列物理量的测定来探索寻找物理量之间的相互关系，所以从这个意义上说，物理实验首先遇到的就是测量问题。

何谓测量？所谓测量就是将待测量 X 与某个被选为基准的单位 μ 进行比较。如待测量为 μ 的 k 倍，我们就称 $X=k\mu$。

例如：我们选定米（m）为长度的单位量，要测定运动场跑道一圈的长度，发现它为单位长度米的 400.25 倍，我们就称它的长度为 400.25m，可写成长度 $L=400.25\text{m}$。同时必须注意到测量结果应是有单位的量。我们所熟知的物理量如质量、时间、速质、加速度等，它们的国际单位分别为千克（kg）、秒（s）、米/秒（m/s）、米/秒^2（m/s^2）。

物理量本身应存在一个客观值 X，称为真值。严格说来，任何测量由于受到当时技术水平与认识水平的限制，或受到观察者主观视听与环境条件偶然起伏的影响，都不可能绝对准确，这些就导致了所测的值 X_0 与 X 之间有一个差值 $\Delta X=X-X_0$。ΔX 就是我们所说的误差。

误差来源的分析、误差大小的估算对实验工作十分重要，它将直接影响到测量水平的高低。

二、测量误差的分类

我们已经知道，任何一个物理量的测量都不可避免地存在误差。根据误差产生的性质及导致误差产生的原因，可以把它分为系统误差与偶然误差两大类。

（一）系统误差

由于测量仪器设备的缺陷、测量方法的不尽完善或测量者自身的习惯等所产生的误差称为系统误差。

例如：测物体的重量时没有考虑到空气浮力的影响，测时间时秒表走时不准，测高度时尺子未调到铅直，测量者读数时老是将头偏右等等，均会产生系统误差。系统误差有一个显著的特点，就是测量值 X_0 总是同一方向地偏离真值 X，不是一律偏大，就是一律偏小。凡是由于类似于上面所列举的那些确定的因素所引起的误差称系统误差。可以这样说，测量结果的精确与否很大程度上取决于对系统误差的发现与消除，消除得愈彻底，所得测量结果也就愈精确。

系统误差的发现是比较困难的，它需要测量者有较为丰富的实践经验与

一定理论知识。从实验方法的角度上考虑，可以采取扩大实验范围（如条件允许的话），即用不同的实验方法或同一种方法改变实验条件等手段，对被测物体的测量过程进行细致的观察、对比，分析各种实验手段或各种状态下所测到的结果，找出它们之间的差异，这将有助于进一步分析产生系统误差的因素，并尽可能有效地将其消除到最低程度。

（二）偶然误差

由于诸多无法控制的属于测量者自身或外界环境干扰等因素所引起的误差称为偶然误差。

例如：测量者感官分辨能力的限制，电压不稳定，温度不均匀，仪器设备受振动等偶然因素，均会产生偶然误差。正是由于这类偶然性无法消除，所以偶然误差是不可避免的。然而偶然误差有一个显著的特点：各次测量的误差是随机出现的，它的大小以及与其真值的偏离方向都是无法确定的。从统计意义上讲，在重复多次测量过程中，出现测量值偏离真值的大小与偏离真值的方向的机会是均等的。而且随着测量次数的增多，这一规律表现得愈为明显。正是由于这一点，在客观上要求我们对待测物体进行尽可能多的重复测量。将重复测量所得到的一系列测量值，经过适当的数据处理之后，使之更接近于真值。

例如：最为常用的方法就是计算算术平均值，使正、负偶然误差相互补偿，从统计上可以保证算术平均值以最大的概率接近于真值。

除上面所说的系统误差与偶然误差之外，人为的过失与疏忽也会造成测量工作的差错。例如：读错仪器刻度，数据记录的笔误，数据处理过程中的计算错误等等。但只要当事人以认真细致的态度进行实验，这些差错理应完全避免。

三、测量误差的简单处理方法

一个待测物理量的真值一般是不会知道的，而通过测定所得的量值又必定含有误差。就测量而言，一次直接测量是一种最为简单的情形。在这种情形下，误差的估计只能根据仪器设备的精度来确定。通常，可以取仪器最小分值的一半作为单次测量的误差。当然一次直接测量的精确程度一般是不尽人意的。我们下面所涉及的主要是多次测量时的偶然误差的情形，为方便起见，先假定这些测量均为直接测量。

假设在相同的实验条件下，对一个物理量进行 n 次测量，记录各次的测定值，分别为 X_1、X_2、X_3、……、X_n，计算它们的算术平均值为：

$$X_0 = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + X_3 + \cdots + X_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

上面已曾谈到，从统计的意义上可以保证 X_0 作为所需待测量 X 的最佳近似值。

设$\Delta X_i = |X_i - X_0|$ ($i=1, 2, \cdots, n$)，即最佳近似值与各次测定值差的绝对值，称为各次测定值的绝对误差。

设 $\Delta X = \frac{1}{n}(\Delta X_1 + \Delta X_2 + \Delta X_3 + \cdots + \Delta X_n) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \Delta X_i$，即各次测定值的绝对误差平均值，称为平均绝对误差。

通常把多次测量值的结果写成：

$$X = X_0 \pm \Delta X$$

式中 ± 号表示 X 介于 $X_0 - \Delta X$，$X_0 + \Delta X$ 之间，即

$$X_0 - \Delta X \leqslant X \leqslant X_0 + \Delta X$$

绝对误差虽能反映一些测量的精度，但不能全面评定测量结果的优劣。例如：测量一根金属棒的长度，其结果是 20.2 ±0.2cm；测量一间房屋的长度，其结果是 1162 ±2cm。从绝对误差的角度上考虑，自然后者为 2，大于前者 0.2，但我们并不能就由此得出金属棒的测量精度高于房屋的测量精度，因为这里有一个很明显的事实，就是两者本身的长度有很大的差异。

为了有效地评价各种测量精度的优劣，我们引入所谓平均相对误差这个概念，它规定为平均绝对误差ΔX 与真值 X 之比，即：

$$\frac{\text{平均绝对误差}\Delta X}{\text{真值}X} \approx \frac{\Delta X}{X_0} \times 100\%$$

就上面的例子进行分析：

测金属棒长度： $\frac{\Delta X}{X_0} = \frac{0.2}{20.2} \times 100\% \approx 0.99\%$

测房屋长度： $\frac{\Delta X}{X_0} = \frac{2}{1162} \times 100\% \approx 0.17\%$

由此可见，测量房屋长度的精度高于测量金属棒长度的精度。

引入平均相对误差概念之后，可将多次测量值的结果改写为：

$$X = X_0 \left(1 \pm \frac{\Delta X}{X_0}\right)$$

平均相对误差是一个很重要的概念，它是判断、比较、改进各种测量手段的主要依据。

上面讨论的是对物理量进行直接测量时的情形，通常在更多的场合下，物理量的测定是通过间接测量的手段得到的。所谓间接测量即若要对某一物

理量进行测量，必须先经过对其他的物理量进行直接测量，然后再根据有关的公式（即它们之间的相互关系）进行计算求得。

例如：要测一个均匀玻璃小球的密度时，可先用游标卡尺测出它的直径 d，利用球体积公式 $V=1/(6\pi d^3)$ 算得其体积；再用托盘天平测出它的质量 m，于是根据密度 $\rho=m/V$ 的关系式计算出小球的密度。

四、间接测量值的误差计算

由于在直接测量时，测量值都不可避免地含有误差，而间接测量值又是通过直接测量值计算求得，所以间接测量也就不可避免地含有误差。因此，间接测量的误差除与相应的直接测量本身的误差有关外，还决定于运算关系，常用的误差计算公式见表 0－1。

表 0－1　常用运算关系的误差计算公式

运算关系	平均绝对误差 ΔN	平均相对误差 $\frac{\Delta N}{N}$
$N=X\pm Y$	$\Delta X+\Delta Y$	$(\Delta X+\Delta Y)/(X_0\pm Y_0)$
$N=X\cdot Y$	$X_0\cdot\Delta Y+Y_0\cdot\Delta X$	$\Delta X/X_0+\Delta Y/Y_0$
$N=\mathrm{k}X$（k 为常数）	$\mathrm{k}\Delta X$	$\Delta X/X_0$
$N=X/Y$	$(X_0\cdot\Delta Y+Y_0\cdot\Delta X)/Y_0^2$	$\Delta X/X_0+\Delta Y/Y_0$
$N=X^{\mathrm{k}}$（k 为常数）	$\mathrm{k}X_0^{\mathrm{k}-1}\cdot\Delta X$	$\mathrm{k}\cdot\Delta X/X_0$
$N=\sqrt[\mathrm{k}]{X}$（k 为常数）	$\frac{1}{\mathrm{k}}X_0{}^{\frac{1}{\mathrm{k}}-1}\cdot\Delta X$	$\frac{1}{\mathrm{k}}\Delta X/X_0$
$N=\log_{10}X$	$\frac{1}{\ln 10}X_0{}^{-1}\Delta X$	$\frac{1}{\ln X_0}X_0{}^{-1}\Delta X$
$N=\ln X$	$X_0{}^{-1}\Delta X$	$\frac{1}{\ln X_0}X_0{}^{-1}\Delta X$
$N=\sin X$	$\cos X_0\cdot\Delta X$	$\mathrm{ctg}X_0\cdot\Delta X$
$N=\cos X$	$\sin X_0\cdot\Delta X$	$\mathrm{tg}X_0\cdot\Delta X$
$N=\mathrm{tg}X$	$\sec^2 X_0\cdot\Delta X$	$2\csc X2X_0\cdot\Delta X$
$N=\mathrm{ctg}X$	$\csc^2 X_0\cdot\Delta X$	$2\csc X2X_0\cdot\Delta X$

间接测量的数据处理常见的方法有二种：一是先求直接测量量的平均值和标准差再传递；二是先把每个直接测量值代入函数关系求得函数值再平均、求标准差。下面我们仅以一元函数讨论。

设直接测量量为 x，间接测量量 y 是 x 的函数：$y=f(x)$；x 的各次测量结果是：

$$x=x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_n$$

先求平均的方法是首先算出：

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

把 $\bar{x}$ 代入函数求出测量结果 y：

$$y = f(\bar{x})$$

再求：

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\bar{x} - x_i)^2$$

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{df}{dx}\right)^2 \sigma_x^2$$

把 σ_y^2 作为误差

先代入函数的方法是首先求：

$$y_1 = f(x_1),\ y_2 = f(x_2),\ \cdots,\ y_n = f(x_n)$$

再求：

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\bar{y} - y_i)^2$$

把 $\bar{y}$ 作为测量结果，把 σ_y^2 作为误差。

由直接测量的量代入一定的公式计算，得出结果，称之为间接测量。直接测量有误差，间接测量也有误差，这就是误差的传递。下面讨论间接测量结果误差的计算。

设：

$$N = f(x, y, z, \cdots) \tag{0-1}$$

x、y、z，为独立的物理量。对（0－1）式求全微分有：

$$dN = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz + \cdots \tag{0-2}$$

（0－2）式表示当 x、y、z 有微小改变 dx，dy，dz 时，N 改变 dN。通常误差小于测量值，把 dx，dy，dz，dN 看做误差，这就是误差的传递公式。其中 $\frac{\partial f}{\partial x}dx$、$\frac{\partial f}{\partial y}dy$、$\frac{\partial f}{\partial z}dz$、…分别叫做分误差，$\frac{\partial f}{\partial x}$、$\frac{\partial f}{\partial y}$、$\frac{\partial f}{\partial z}$、…分别叫误差的传递系数。可见，一个量的测量误差对于总误差的贡献，不仅取决于其本身误差大小，还取决于误差传递系数。对于各个独立量测量结果的偶然误差而言，如果用标准偏差代表偶然误差，其误差合成方式则为方和根的合成。

设：dN_i、dx_i、dy_i、dz_i…为第 i 次测量的误差，由（0－2）式得：

$$dN_i = \frac{\partial f}{\partial x}dx_i + \frac{\partial f}{\partial y}dy_i + \frac{\partial f}{\partial z}dz_i + \cdots \qquad (0-3)$$

将（0－3）式两边平方得：

$$(dN_i)^2 = (\frac{\partial f}{\partial x})^2 dx_i{}^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2 dy_i{}^2 + (\frac{\partial f}{\partial z})^2 dz_i{}^2 + 2\frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial y}dx_i dy_i + \cdots \qquad (0-4)$$

如果 x、y、z…是相互独立的，共测 k 次相加，则（0－4）式求和后，其中非平方项之和为零，于是：

$$\sum_{i=1}^{k}(dN_i)^2 = (\frac{\partial f}{\partial x})^2\sum_{i=1}^{k}(dx_i)^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2\sum_{i=1}^{k}(dy_i)^2 + (\frac{\partial f}{\partial z})^2\sum_{i=1}^{k}(dz_i)^2 + \cdots \qquad (0-5)$$

两边乘$\frac{1}{k}$，根据标准误差的定义式：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}X_i{}^2}{k}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(N_i - N')^2}{k}} \qquad (0-6)$$

（式中 N_i 为各次观测值，N' 为真值，$X_i = N_i - N'$ 为各次测量对应的绝对误差）。

则有：

$$\sigma = \sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x})^2\sigma_x^2 + (\frac{\partial f}{\partial y})^2\sigma_y^2 + (\frac{\partial f}{\partial z})^2\sigma_z^2 + \cdots} \qquad (0-7)$$

式成立，即偶然误差的合成式（标准误差的传递公式）。

归纳起来，求间接测量结果误差（标准偏差的方和根合成）的步骤为：①对函数求全微分（或先取对数再求微分）；②合并同一变量的系数；③将微分号变为误差号、求平方和。（注意各项均要用“＋”号）。

下面以用流体静力称衡法测固体密度的公式 $\rho = \frac{m}{m - m_1}\rho_0$ 为例，求 σ_ρ。

测得 $m = 27.06 \pm 0.02$g，$m_1 = 17.03 \pm 0.02$g，$\rho_0 = 0.9997 \pm 0.0003$g/cm^3。

解：①取对数，求全微分

$$\ln\rho = \ln m - \ln(m - m_1) + \ln\rho$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - \frac{dm - dm_1}{m - m_1} + \frac{d\rho_0}{\rho_0}$$

②合并同一变量系数

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{-m}{m(m - m_1)}dm + \frac{1}{m - m_1}dm_1 + \frac{1}{\rho_0}d\rho_0$$

③微分号变误差号，平方相加再开方

$$\frac{\delta_\rho}{\rho}=\sqrt{\frac{m^2}{m^2\ (m-m_1)^2}\ (\sigma m)^2+\frac{1}{(m-m_1)^2}\ (\sigma m_1)^2+\frac{1}{\rho_0^2}\ (\sigma\rho_0)^2}$$

$$\delta_\rho=2.7\sqrt{1.5\times10^{-6}+4.0\times10^{-6}}\approx0.006\text{g/cm}^3$$

由误差传递合成公式可知，在误差合成时起主要作用的常常是其中一、二项或少数几项分误差。由于误差本身是估计值，一般说来，在计算中把小于最大分误差 1/10 略去不计，并不影响总误差。这一点在分析误差、估计误差时是很有意义的，可以大大地简化计算。在分析误差时，常常可不必把误差合成公式全部写出，根据具体情况，在每一步计算中都可略去较小项，以便分析主要因素的影响。在选择测量仪器时，亦可根据间接量与直接量之间的函数关系，由（0-2）式找出影响总误差的主要分误差因素进行选择。为了减少测量总误差，对于主要因素的直接测量仪器，要将其精度选择得高一些。例如：测量圆柱体的体积，其公式为 $V=\frac{\pi}{4}D^2H$（式中 D 为直径，H 为高），从 $\mathrm{d}V=\frac{\pi}{4}\overline{D}^2\cdot\mathrm{d}H+\frac{\pi}{4}\overline{H}\overline{D}\cdot2\mathrm{d}D$ 中可以看出直径比高对总误差的影响大。为了减少总误差，对高大的圆柱体，测高可用米尺，测直径可用游标卡尺，对于较小的圆柱体，测高可用游标卡尺，测直径要用千分尺。

五、有效数字及其运算

（一）有效数字

什么是有效数字？让我们举例来说明：用米尺测量棒的长度时，将棒的一端对准米尺的零线，另一端在米尺刻度 1.3cm 和 1.4cm 之间，读数 1.3 和 1.4 之间的数字要由测量者估计得出，假设估计数为 4，则棒长的读数为 1.34cm。由于最后一位数字是估计出来的，其估计结果可因人而异，是不很准确的，通常称它为欠准数字。欠准数字虽有误差，但保留下来还是有意义的，总比略去不计要准确些。我们把测量数据中有意义的数字，包括从仪器上确切读出的数字和最后一位欠准数字，通称为有效数字。上例中用米尺测出来的长度为 1.34cm 是三位有效数字。由于第三位数字是欠准的，故其误差约为百分之几厘米。如果改用螺旋测微计来测量时，设读得棒长为 1.3456cm，是五位有效数字，第五位数字才是估计出来的欠准数字，故其误差约为万分之几厘米，比用米尺测量要精确得多。可见有效数字不仅指出了测量值的大小，还可用于粗略地估计测量的精确程度。测量数据的有效数字愈多，结果愈为精确。但是，有效数字的多少决定于所使用仪器的精密

度，不能随意增添。

为了减少偶然误差，我们往往重复地进行多次测量，取其算术平均值作为测量的结果。例如用米尺测棒长三次，读数分别为 1.34cm、1.36cm 和 1.36cm，其平均值为循环小数 1.35333…可以写出无穷多位。但是实际上，每次测量只能估计到 1/100cm，在平均值中数字“5”的这一位已有误差，保留其后的数字就毫无意义了，应当按照“尾数的舍入法则”把它写成 1.35cm，仍为三位有效数字。如果把测量的结果写成 1.35333cm，反而不是正确的。因为这样记录将被理解为六位有效数字，其误差为十万分之几，显然这是不符合实际情况的。由此可见，有效数字的位数是不能随意增减的，当然也不能在测得的数值后面随意加“0”。像 1.34 和 1.340cm 在数学上是等价的，但作为测量数据，两者却具有不同的意义。前者是三位有效数字，表示误差在 1/100cm 这一位；后者是四位有效数字，仅有千分之几厘米的误差。与此相反，如果有效数字的末位数是“0”，也不能把“0”随便抹掉。

必须指出，有效数字的位数与小数点的位置无关。例如用天平称得某物体的质量为 1.030g，也可以写成 0.001030kg 或 1030mg，三者的有效数字是相同的。可见，在纯小数的情况下，紧接在小数点的后面第一个非“0”数字前面的“0”，不算有效数字，如 0.001030kg 是四位有效数字。在纯整数或小数的情况下，最后几位“0”都算有效数字，如 1030mg 和 1.030g 的最后一位都是“0”，它们都是有效数字。那么如果以微克为单位，该物体的质量能否写成 1030000μg？很明显，这样写法是不符合有效数字的规定的，因为这是七位有效数字。为了避免混肴，并使记录和计算方便，通常把数据写成标准形式，即在小数点之前，一般取一位有效数字。采用不同单位而引起数值上的不同，可用 10 的幂来表示。例如上述物体的质量可写成：

1.030g，1.030×10^{3}mg，1.030×10^{6}μg 或 1.030×10^{-3}kg。

（二）尾数的舍入法则

通常采用的四舍五入法对于大量尾数分布几率相同的数据来说是不合理的，因为入的几率总是大于舍的几率。现在通用法则是：尾数小于五则舍；大于五则入；等于五则把尾数凑成双。这个法则可使尾数舍和入的几率相等。

例如：8.765　　取三位有效数字为 8.76

8.775　　取三位有效数字为 8.78

8.76501　　取三位有效数字为 8.76

8.77499　　取三位有效数字为 8.77

0.08850　　取二位有效数字为 0.088

（三）有效数字的运算法则

1. 加减法　和或差的有效数字，写到各数中欠准数字位数最高的那一位为止。为了简便起见，先把各数中在该位以后的数，用舍入法处理后再进行运算。

例 1　设 $x=230.601$，$y=76.5$，$z=12$

求：$N=x+y-z$

解：在三个数中，位数最高的欠准数字在 z 的个位数上。运算时可把各量中在个位数以后的数用舍入法处理，得 $x=231$，$y=76$，$z=12$，所以

$$N=231+76-12=295$$

2. 乘除法　乘除法中的积或商的有效数字位数，一般应与各量中有效数字位数最少的相同。

例 2　设：$x=4.03$，$y=154.783$，$z=0.12414$

求：$N=xy/z$

解：在三个数中有效数字位数最少的是 x，仅三位数，积或商的有效数字一般也取三位。在运算过程中，各个数都取三位即可。这样取 $x=4.03$，$y=155$，$z=0.124$，则

$$N=\frac{4.03\times155}{0.124}=\frac{625}{0.124}=5.04\times10^{3}$$

通常在运算过程中各个数也可多保留一位，即取 $x=4.03$，$y=154.8$，$z=0.1241$，则

$$N=\frac{4.03\times154.8}{0.1241}=\frac{623.8}{0.1241}=5027$$

最后结果应取三位有效数字，即 $N=5.03\times10^{3}$。可见，两次计算的结果仅在欠准数字上有差异，基本相同。

3. 乘方与开方　乘方与开方的有效数字应与其底的有效数字位数相同。

例 3　测得直径 $d=1.03\text{cm}$，求圆面积。

解：圆面积 $S=\frac{\pi d^{2}}{4}$，式中“4”是确定的常数，计算时不影响有效数字的位数。d 为三位有效数字，d^{2} 亦应取三位数，故常数 π 也取三位数即可。计算如下：

$$S=3.14\times1.03^{2}/4=3.14\times1.06/4=0.833\text{cm}^{2}$$

如果在运算过程中多保留一位，结果仍基本相同。

上述运算法则既可避免那些不必要的繁杂计算，又可以满足实验的要