大學叢書

勢力線學

郎斯培 著
王壽寶 譯

商務印書館發行

大學叢書

勢力線學

郎斯培著
王壽寶譯

商務印書館發行

中華民國二十八年二月初版
中華民國三十七年七月三版

大學叢書（教本）勢力線學 一冊
Das Verfahren der Einflusslinien
⊕(64423·1平)
平裝定價國幣伍元
印刷地點外另加運費

原著者 Landsberg
譯述者 王壽寶
發行人 朱經農
上海河南中路
印刷所 商務印書館印刷廠
發行所 商務印書館
各地

（本書校對者楊靜盦）集

譯者序

勢力線爲力學上之重要部份，以圖示結構物之剪力，張力，力矩，擱支力及沉陷等之變遷，用定活動荷重之極限地位，而冀得其正負極限値，庶材料之尺度，結構物之變形，均得以決定，故舉凡工程上一切主要部份，幾舍此而莫由解也。其重要旣若是，奈國內尙乏專書，足資應用，此促余編輯一完備勢力線學之動念，迄今亦已有年矣。嘗瀏覽有關各書，而廣事搜集其材料，更請國立同濟大學圖書館，多置勢力線學善本，以備選擇，卒得德國膓城（Darmstadt）工業大學教授郎斯培氏（Landsberg）所著之勢力線學（Das Verfahren der Einflusslinien）一書，不特內容充實，編制有條，爲他本所不及，且以悉本平日在校所授之教材而成，初不問工業大學作教本，工程學者供參考，幾無往而不適用也。溯自是書問世，紙貴洛陽，不數載間，竟達七版，其傳誦之廣，概可知矣。惜郎教授於第六版後，旋卽逝世，是書遂成絕作，最近十餘年來，乃無更完善之修正或補充，而繼起者，亦乏其選。

余讀是書竟，覺與其採集各家材料，以編輯一書，不若擇一精良名著，而作忠實之譯述爲有系統有精神也。爰譯斯編，以介紹學者，並示不敢掠美云爾。

書中凡遇比較難解之處，則詳之以例題，就程度而言，似較今日國內大學之所授者略高，甚望學者不憚艱辛，靜心研究，同時國內各大學竟採此以作教本，而與歐陸大學相媲美也。

中華民國二十七年一月　上海喬年王壽寶識

六版原序

勢力線學之著，乃作者希望之成功。俾聽講學子，無需筆錄，而得吸收其有順序有系統之教材。是書出版以後，深蒙學者贊同，不數年間而竟出五版。五版之後，作者旋告退休。年來書業界之詢問該書出版處者，與日俱增，是書之需要，於此益顯。而是書之鉅大銷額，作者得以預爲決定也。此次修正內容，增闢新材，而資改進。如新增一級靜力不定式結構物及勢力線之動的意義。此等材料，在其他書中，間或有之。惟作者尙有平面桁構物變形講義之補充，該講義亦經出數版於玆矣。

是書曾參考 Mohr, Müller-Breslau, Land, Steiner, Ritter 等所著有關係之書籍。

此書旣堪稱學者習勢力線學之入門，亦得作工程師實地工作之參考，誠工程界所不可不備之書。

一九一二年五月郞斯培氏識於柏林威爾茂村

七版原序

是書有優越之銷額，足證其材料之構造及性質，二者概與前序之目的相符，故仍保持之。

第六版中有若干文字及圖件之未能盡合者，悉予更正，令其一致，庶字句之不易說明者，得收圖示之效。

更有若干部份，爲書中所未有而於實用上所不可少者，亦酌予補充，而是項增添材料，則由第二署名之作者擔任，列入新目。

內容充分而有條理如是書，其流行之廣，當不讓前版所專美也。

一九二〇年八月郎斯培韓布葛二氏合識於柏林

目錄

第一章 靜力定式樑架結構物之勢力線

勢力線學

第一章 靜力定式樑架結構物之勢力線

第一節 概說

凡樑架等結構物，不問受任何單力之作用，對於此結構物各部，均有影響，亦卽於各部發生"勢力"。因須知各該部之安全性，故應計算其所起諸靜力值［擱支力(Auflagerdrücke; end reactions)，力矩(Momente; moments)，剪力(Querkräfte; shears)，正交力(Normalkräfte; normal forces)，張力(Spannkräfte; stresses)及其他等力］也。

勢力之變遷，常用顯明之圖示法表之。可以簡單之法則，求得由任意合成之力組，在任何地點之勢力，而以在特殊之處，尤關重量。所謂圖示法者，卽應用勢力線(Einflusslinien; Influence line)是也。該線由數線合成(直線，折線或曲線)，從而求其一定之靜力值。如採用一直角座標系，則此所求之勢力，繪在各該力垂直下方，作爲縱座標，而勢力線卽由連接各縱座標點成之。

每一勢力，乃荷重之大小及其他地位之函數。對於樑架本身之自重亦然。

如以 Y 示勢力，G 示荷重，x 示荷重之着力點至座標系零點之距離，C 示與梯造物形式有關之定數，遂成一般公式：

$$Y=\varphi\,(G,\,x,\,C)\,\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

普通最適宜之法則，取移動之荷重爲單位荷重（＝1公噸）卽成：

$$Y=\varphi\,(x,\,C)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

設在公式(1)或(2)中之 x 及 Y，僅屬一冪者，則其勢力線係一直線或由數直線連接成之，而其結構物謂之定式結構物(statisch bestimmte Fachwerke; statically determinate trusses)。

第二節　舉例

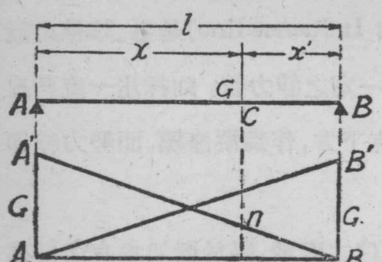
兩端擱支樑之勢力線，其一端係固定，而他端可作水平之移動者。

(a) 擱支力 A, B 之勢力線（第1圖）。

C 點受 G 力之作用，其所生之擱支力爲：

$$A=\frac{G\ x'}{l};\quad B=\frac{G\ x}{l}$$

在受力點 C 之垂直下方，繪 $Y=\dfrac{G\ x'}{l}\,(=\overline{m\,n})$，再將 G 力地位，作可能之移動，卽自 $x'=0$ 至 $x'=l$，而求 x' 所屬之各值，連接各該座標點，卽成直線公式：



第 1 圖

$$Y=\frac{G\ x'}{l}$$

之勢力線，如 $x'=0$；則 $Y=0$，如 $x'=l$；則 $Y=G$。取 $\overline{A_{\circ}A}=G$，連結

A', B_0 兩點，得 $\overline{A' B_0}$ 線，是即擱支力 A 之勢力線。同法，取 $\overline{B_0 B'}=G$，得 $\overline{A_0 B'}$ 線，是即擱支力 B 之勢力線也。

A, B 兩力之比例尺，可以任意採用，惟在圖中所有各縱座標，應具同一之比例尺。

如取 G 爲單位荷重$=1$公噸，則在 A, B 兩處各繪 1 公噸長度（比例尺可以任意採用）可矣。

(b) C 點之力矩 M_c 勢力線。

在下各活動荷重，概取 1 公噸。

(α) 荷重 1 在 C 點右方，而介於 B, C 兩點之間。

可成：

$$M_C=A\cdot a=\frac{1\cdot x'}{l}\cdot a \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

此勢力線公式 $Y=M_C=\dfrac{a\,x'}{l}$，乃一直線。經過 $x'=0$; $Y=0$ 之座標點，即經 B_0 點。及 $x'=l$; $Y=a$，亦即經 A' 點而行也。

惟 $\overline{A' B_0}$ 線，爲僅在 $\overline{C B}$ 段荷重時所適用之勢力線。因在此範圍內，$M_C=\dfrac{a\,x'}{l}$ 之函數，方可適用也。

(β) 荷重 1 在 C 點左方，而介於 A, C 兩點之間。

可成： $B=\dfrac{1\cdot\xi}{l}$;

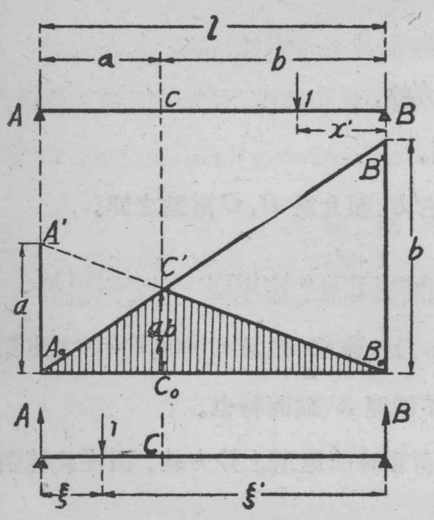
$$M_C=\frac{\xi}{l}\,b=Y' \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

此直線公式所經之點：

$\xi=0$; $Y'=0$ 即經過 A_0 點。

$\xi=l$; $Y'=b$ 即經過 B' 點。

是線乃僅爲 $M_C=\frac{\xi}{l}\cdot b$ 函數範圍內所適用之勢力線，卽荷重介於 A, B 之間是也。勢力線之兩支段，當相交於 C 點之垂直下方。由上項二公式得 $\overline{C_0C'}$ 之長爲 $\frac{ab}{l}$，卽公式 (3) 中以 $x=b$，得 $M_C=\frac{ab}{l}$，及公式 (4) 中以 $\xi=a$，亦得 $M_C=\frac{ab}{l}$ 也。



第 2 圖

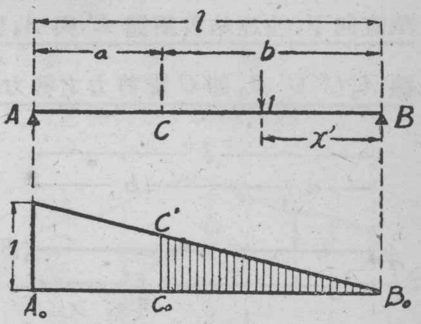
因得定律如次：欲求 C 點力矩之勢力線，法在擱支點 A 之垂直線上作縱座標 a，與 C 點距 A 之尺寸相等，連結此座標點與 B_0，再與經過 C 點之垂直線相交於 C'，連結 $\overline{C'A_0}$，此 $A_0C'B_0$ 折線，卽 C 點力矩之勢力線也。驗：$\overline{A_0C'}$ 線與右擱支點之垂直線相交，而截成 $\overline{B_0B'}=b$。

劃有並行線之面積 $A_0C'B_0A_0$，稱爲 M_C 之勢力面(Einflussfläche; Influence area)。

比例尺：　縱座標示力矩，在擱支處非爲 a 公尺或 b 公尺之長度，乃示 1 公噸 · a 公尺 $=1$ 公尺公噸或 b 公尺公噸之力矩也。是故 a 公尺之長度，示 a 公尺公噸，卽在比例尺上 1 公尺之長度，乃示 1 公尺公噸也。如取長度比例尺爲 1：100，則 1 公分長卽示 1 公尺公噸。如取長度

比例尺爲 1 : 200，則 $\frac{1}{2}$ 公分乃示 1 公尺之長，而於力矩比例尺，此 $\frac{1}{2}$ 公分乃示 1 公尺公噸，即 1 公分示 2 公尺公噸是也。

(c) 在 C 點剪力 Q_c 之勢力線（第 3 圖）



第 3 圖

(α) 荷重 1 在 C 及 B 之間。

以 $Q_c = A$ 故

$$Q_c = \frac{1\,x'}{l} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

在此函數之適用範圍內，即自 C 至 B 間，此勢力線與在（a）求擱支力 A 之法則，完全相符。

(β) 荷重 1 在 A 及 C 之間（第 4 圖）

可成立 $Q_c' = A - 1$ 及 $A = \frac{1\,\xi'}{l}$；

$$Q_c' = \frac{\xi' - l}{l} = -\left(\frac{l - \xi'}{l}\right) = -\frac{\xi}{l} = -B\cdots\cdots\cdots(6)$$

在 A 及 C 之範圍內，其勢力線之縱座標爲負，即應向下繪之。

公式 (6) 直線所經之點：

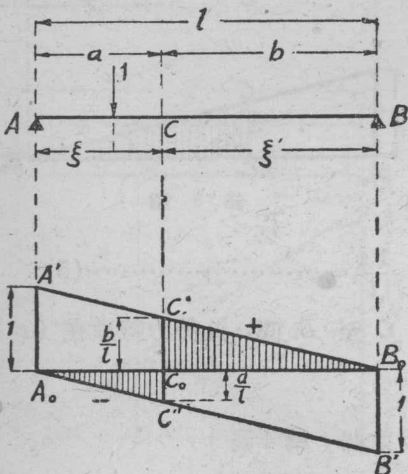
$\xi' = 0$，　　$Q_c' = -1$　　即經過 B' 點

$\xi' = l$，　　$Q_c' = 0$　　即經過 A_0 點

第 4 圖乃示 Q_c 之勢力線，其勢力面更劃有並行線，以期醒目。

因得定律如次：<u>欲求 C 點剪力之勢力線，法在擱支點 A，繪單位</u>

力向上，作爲縱座標，連結是線之頂端 A' 與 B_0 點；再在 B_0 點繪單位力垂直向下，並連結其頂端 B' 與 A_0 點，經 C_0 點作垂直線 $\overline{C'C_0C''}$；此折線 $A_0C''C'B_0$ 即 C 點剪力之勢力線。應注意者，爲 $A'B_0$ 及 A_0B' 兩線，對於擱支點 A 及 B 間之任何剖面 C，均得適用。並依下面之基本原則，其所有正勢力線之縱座標，概行向上，負者向下，一如圖中所示。



第 4 圖

比例尺：　單位力可以採用任何比例尺而繪之，惟此已經採用之力比例尺，對於勢力線 $A_0C''C'B_0$ 之全部縱座標，均當應用。

結果：　$A'B_0$ 及 A_0B' 兩線係並行，故其垂直距離，在樑上各處，均屬相等，由三角形相似之關係而得：

$$\overline{C_0C'}=\frac{b}{l},\qquad \overline{C_0C''}=\frac{a}{l}$$

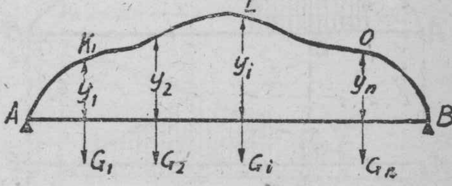
如荷重 1 直接貼靠 C 之左側，則其剪力 $Q=-\frac{a}{l}$，而此單位力自右向左移動，經過剖面 C，則其地剪力之變遷當爲：

$$\Delta=-\left(\frac{a}{l}+\frac{b}{l}\right)=-\frac{a+b}{l}=-1$$

第三節　應用勢力線法求極限荷重情形

(a) 成組單力之荷重（第5圖）

今設 AK_1LOB 線為 AB 樑之任何勢力線，其縱座標以 y 示之，此勢力線由移動之單位力而成，設於 C 點有重力 G_1，則由 G_1 所生之勢力，必為單位力1所生者之 G_1 倍，是以由 G_1 所生之勢力為：



第 5 圖

$$Y_1 = G_1 \cdot y_1$$

重力 G_2 在 K 所生之勢力為 $Y_2 = G_2 \cdot y_2$，其他可依次類推，故成組單力所生之勢力為：

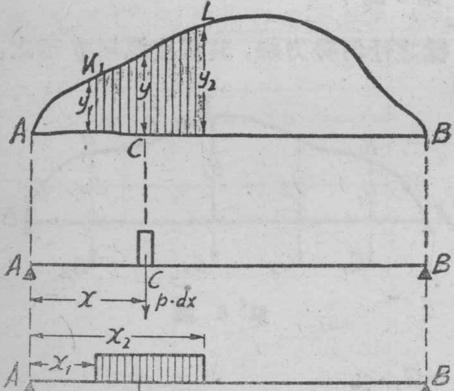
$$Y = \sum_1^n (G \cdot y) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

如將此成組單力向右或向左移動，則可就既成之勢力線，應用公式(7)易得 Y 各勢力值，並得其極限勢力 Y_{max} 或 Y_{min} 之荷重地位，與 Y_{max} 及 Y_{min} 各值。Y_{max} 乃示 Y 之最大正值，而 Y_{min} 乃 Y 之最大負值也。

(b) 均佈荷重（第6圖）

設於 C 處 dx 長度間每單位長度受有均佈力 p 而成 $p \cdot dx$ 力之作用，則生勢力 $p \cdot y \cdot dx$，單位長度之 p 荷重，若自 $x = x_1$ 展至 $x = x_2$，則由此所生之全部勢力當為：

$$Y=\int_{x_1}^{x_2} p\,y\,dx=p\int_{x_1}^{x_2} y\,dx \text{ ………………… (8)}$$



第 6 圖

此積分 $\int_{x_1}^{x_2} y\cdot dx$ 在第 6 圖中以劃有並行線之面示之，其面積由橫軸，勢力線及二縱座標 y_1 及 y_2 所圍成，而以 $F_{y_1}^{y_2}$ 表示，若是則成：

$$Y_{y_1}^{y_2}=p\,F_{y_1}^{y_2} \text{ ……(8a)}$$

例題： 1. AB 樑之全長，均受荷重 p，求其擱支力 A 及 B（第 7 圖）

$$F_0^l=\frac{1}{2}\,l,\text{ 即 } A=p\cdot F=\frac{p\,l}{2}$$

同理　　$$B=\frac{p\,l}{2}$$

2. 樑之全長，均受單位長度 p 力之作用，求 C 點之力矩 M_c：

$$F_0^l=\frac{a\cdot b}{l}\cdot\frac{l}{2}=\frac{a\cdot b}{2}$$

故　　$$M_C=p\,F_0^l=\frac{p\,a\,b}{2}$$

$$b=l-a$$

$$M_C=\frac{p\,a\,(l-a)}{2}$$

3. 樑之全長 均受單位長度 p 力之作用，求 C 點之剪力 Q_c：