专升本

得分策略

《高等数学(二)》

丁大公 柴俊 编著

华东师大成考书

华东师范大学继续教育学院

联合组编

华东师范大学出版社

华东师范大学出版社

专升本

得分策略

《数学(二)》

丁大公 柴俊 编著

华东师大成考书

华东师范大学继续教育学院

联合组编

华东师范大学出版社

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

专升本《高等数学(二)》得分策略/丁大公，柴俊编著.
—上海：华东师范大学出版社，2004.6
ISBN 7-5617-3915-X

Ⅰ.专…　Ⅱ.①丁…②柴…　Ⅲ.高等数学-成
人教育：高等教育-升学参考资料　Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 063169 号

专升本
《高等数学(二)》得分策略

编　　著　丁大公　柴　俊
策划组稿　阮光页　缪宏才　孔繁荣
责任编辑　审校部编辑工作组
特约编辑　彭亚新
封面设计　卢晓红
版式设计　蒋　克

出版发行　华东师范大学出版社
市场部 电话 021-62571961
传真 021-62860410
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址　华东师大校内先锋路口
业务电话　上海地区 021-62232873
华东　中南地区 021-62458734
华北　东北地区 021-62571961
西南　西北地区 021-62232893
业务传真　021-62860410　62602316
http://www.ecnupress.com.cn
社　　址　上海市中山北路 3663 号
邮编 200062

印 刷 者　江苏宜兴市德胜印刷有限公司
开　　本　787×960　16 开
印　　张　13.75
字　　数　229 千字
版　　次　2004 年 7 月第一版
印　　次　2004 年 7 月第一次
印　　数　5 100
书　　号　ISBN 7-5617-3915-X/G·2197
定　　价　16.00 元

出 版 人　朱杰人

华东师大
成考书

“华东师大成考书”与读者见面了。

这套成考书，有“高中起点”（成人高考）和“专升本”两大板块，每个板块由“教材”和“得分策略”（附模拟试题的考前辅导）组成。目前已出版和即将出版的是：

“高中起点”板块3＋3：

高中起点《语文》（教材）　　高中起点《语文》得分策略（考前辅导）
高中起点《英语》（教材）　　高中起点《英语》得分策略（考前辅导）
高中起点《数学（文）》（教材）　　高中起点《数学（文）》得分策略（考前辅导）

“专升本”板块4＋4：

专升本《政治》（教材）　　专升本《政治》得分策略（考前辅导）
专升本《英语》（教材）　　专升本《英语》得分策略（考前辅导）
专升本《大学语文》（教材）　　专升本《大学语文》得分策略（考前辅导）
专升本《高等数学（二）》（教材）　　专升本《高等数学（二）》得分策略（考前辅导）
（2004年上半年推出《得分策略》，2004年下半年推出教材）

我们在第一版就推出“华东师大成考书”品牌，是基于依托华东师大继续教育学院在成人考试方面的办学优势和华东师大出版社在教育类图书方面的出版优势。

今天的华东师大继续教育学院，是整合华东师大师资雄厚、历史悠久的函授教育、夜大学、自学考试、社会培训而组成的综合性成人教育办学和研究机构。华东师大的函授教育始于1956年，夜大学创建于1979年，主考自学考试自1982年始，是全国最早开展成人教育教学的院校之一，积累了丰富的成人考试办学辅导经验。而华东师大出版社又是以出版教育类、教材类、辅导书为特色的出版社。这次由两家机构联合组编这套成考书，相信我们的书会赢得考生的认同。

本套书一反有的成考书不切成人考生的实际、作者没有成人考试教学经历、内容脱离成人考生接受程度的情况，而是在遴选作者时，全部选择具有丰富的成人教学经验、参加各次成人考试阅卷的老师为本套书的作者。在此基础上，这套“华东师大成考书”依据全国成人考试大纲，博采其他成考书之长，“以成人考生为本”，以切实、快速提高考分为编写理念，力争编出实用性强、具有品牌效应的“华东师大成考书”。

本套书既可作为全国各类成人考试办学机构的教材、练习册，又可作为考生自学使用。

欢迎使用学校和考生在使用中对本套书提出宝贵意见。

华东师范大学出版社

2004年7月

编者的话

怎样才能在考试中得到理想的分数呢?

对于《高等数学(二)》来说,首先是《高等数学(二)》所要求掌握的概念都要记住,所要求的公式都要会背,这些工作都是最最基本的。为此我们将这些内容整理出来,放在本书内容的开始部分。读者可以将这几页撕下来放在身边,每天抽十分钟浏览一遍,相信坚持大约一个月后会有很大收获。

其次就是要多做练习。学高等数学若不去做一定数量的练习是不行的。关键是要去做多少以及做什么样的练习才算比较合适。当然这是因人而异的。如果你的时间并非十分充裕,那么你的主要精力应花在容易的题目和中等难度的题目上。这类题目约占全部试题的 80%,为这类读者选择适当的题是本书的选题原则之一。

考试的时候如果较难的题目做不出来,这是很正常的,不要因此而影响了考试心态,甚至可以对于较难的题目看都不去看它,省下时间将基本要求的题目做好,因为将不太难的或容易的题目做错,那才是最大的失误,所以平时应将这类题目做到熟练。

本书对每一章都给出了基本解题套路,希望读者能仔细阅读。每章后的练习都附有答案和详细地解题步骤,希望读者能在做过之后或想过之后再去参考答案。

本书对较难的题目或考到的可能性较小的题目打上“*”号,建议读者先不去做打“*”号的题。当对不打“*”号的题都完全理解且熟练掌握之后,若还有较充裕的时间,再来做打“*”号的题目。

预祝大家能取得理想的成绩。

编者

2004 年 6 月

概念和公式

一、函数

1. 当两个函数的定义域与对应规则完全相同时，才认为它们是同一函数.

2. 定义域的要求

(1) 分式中的分母不为零.

(2) 负数不能开偶次方.

(3) 对数中的真数大于零.

(4) $\arcsin x$，$\arccos x$ 中的 x 须满足 $|x|\leqslant 1$.

(5) 若上述几种情况同时出现，则取交集.

二、极限

1. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=A.$

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=A$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=A.$

2. 求极限的方法

(1) 利用极限四则运算法则.

(2) 对于$\frac{0}{0}$型的极限要消去零因子，对于$\frac{\infty}{\infty}$型的极限要消去无穷因子.

(3) 对于 $0\cdot\infty$型或$\infty-\infty$型的极限要设法化为$\frac{0}{0}$型或$\frac{\infty}{\infty}$型.

(4) 利用无穷小量×有界量=无穷小量.

(5) 利用等价无穷小代换. 当 α 为无穷小时，常用的等价无穷小为：

$\alpha\sim\sin\alpha\sim\tan\alpha\sim\arcsin\alpha\sim\arctan\alpha$

$\sim e^{\alpha}-1\sim\ln(1+\alpha)$，

以及 $1-\cos\alpha\sim\frac{\alpha^2}{2}$等. (“$\sim$”表示等价)

(6) 利用重要极限

$\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$；$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1.$

(7) 利用洛必达法则：若 $\lim\frac{f(x)}{g(x)}$ 为待定型，且 $\lim\frac{f'(x)}{g'(x)}=A$(或 ∞)，则 $\lim\frac{f(x)}{g(x)}=A$(或 ∞).

三、连续

1. 若 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$，则 $f(x)$ 在 x_0 处连续.

2. 若分段函数在交界点 x_0 处连续，则它应满足 $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=$

$f(x_0)$.

3. 设 x_0 为 $f(x_0)$ 的不连续点,若在 x_0 处左、右极限都存在,则称其为第一类间断点.否则称为第二类间断点.

四、导数

1. $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

或 $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$.

2. 可导 $\Rightarrow$ 连续 $\Rightarrow$ 极限存在.

3. 求导基本公式

(1) $(C)'=0$ (C 为常数).

(2) $(x^a)'=ax^{a-1}$ (a 为常数).

(3) $(a^x)'=a^x\ln a$ ($a>0$, $a\neq 1$).

(4) $(e^x)'=e^x$.

(5) $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$ ($a>0$, $a\neq 1$).

(6) $(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$.

(7) $(\sin x)'=\cos x$.

(8) $(\cos x)'=-\sin x$.

(9) $(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}=\sec^2 x$.

(10) $(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}=-\csc^2 x$.

(11) $(\sec x)'=\sec x\cdot\tan x$.

(12) $(\csc x)'=-\csc x\cdot\cot x$.

(13) $(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

(14) $(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

(15) $(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$.

(16) $(\text{arccot}\, x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$.

4. 四则运算求导法则

(1) $(u\pm v)'=u'\pm v'$.

(2) $(u\cdot v)'=u'v+uv'$.

(3) $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-v'u}{v^2}$.

5. 复合函数的求导法则

$[f(\varphi(x))]'=f'(\varphi(x))\cdot\varphi'(x)$.

6. 对隐函数求导

等式两边同时对 x 求导,此时将 y 看成中间变量(关于 x 的函数),用复合函数求导法计算,然后再解出 y'.

7. 对数求导法公式

$$f'(x)=f(x)[\ln f(x)]'$$

或 $[\ln f(x)]'=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

五、微分

若 $y=f(x)$,则 $dy=f'(x)dx$.

六、中值定理

1. 罗尔中值定理

$$\left.\begin{array}{l} f(x)\text{在}[a,b]\text{连续},\\ f(x)\text{在}(a,b)\text{可导},\\ f(a)=f(b)\end{array}\right\}\Rightarrow \begin{array}{l}\text{存在 }\xi\in(a,b)\text{,使}\\ \text{得 }f'(\xi)=0.\end{array}$$

2. 拉格朗日中值定理

$$\left.\begin{array}{l} f(x)\text{在}[a,b]\text{连续},\\ f(x)\text{在}(a,b)\text{可导}\end{array}\right\}\Rightarrow \begin{array}{l}\text{存在 }\xi\in(a,b)\text{,}\\ \text{使得}\end{array}$$

$$f'(\xi)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}.$$

七、导数的应用

1. 若在某区间上 $f'(x)>0$ ($f'(x)<0$),则 $f(x)$ 在此区间单调增(减).

2. 若 $f(x)$ 在 x_0 可导，且在 x_0 取得极值，则 $f'(x_0)=0$.

3. 若 $f'(x_0)=0$，且在 x_0 处左、右导数变号，则 $f(x_0)$ 为极值.

4. 若 $f'(x_0)=0$，且 $f''(x_0)>0$ (<0)，则 $f(x_0)$ 为极小(大)值.

5. 若 $f''(x)>0$，则曲线 $y=f(x)$ 是凹的(上凹)；

若 $f''(x)<0$，则曲线 $y=f(x)$ 是凸的(上凸).

6. 曲线上凹、凸的交界点称为拐点.

7. 若 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=A$，或 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$，则 $f(x)$ 有水平渐近线 $y=A$.

8. 若 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\infty$ 或 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\infty$，则 $f(x)$ 有铅直渐近线 $x=x_0$.

八、不定积分

1. 不定积分为一族原函数. 若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$.

2. 不定积分基本公式

(1) $\int 0\mathrm{d}x=C$.

(2) $\int x^a\mathrm{d}x=\frac{1}{a+1}x^{a+1}+C\ (a\neq-1)$.

(3) $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$.

(4) $\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C\ (a>0,\ a\neq1)$.

(5) $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

(6) $\int\sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$.

(7) $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$.

(8) $\int\sec^2x\mathrm{d}x=\tan x+C$.

(9) $\int\csc^2x\mathrm{d}x=-\cot x+C$.

(10) $\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\arcsin x+C$

$=-\arccos x+C$.

(11) $\int\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\arctan x+C$

$=-\operatorname{arccot}x+C$.

(12) $\int\tan x\mathrm{d}x=-\ln|\cos x|+C$.

(13) $\int\cot x\mathrm{d}x=\ln|\sin x|+C$.

(14) $\int\sec x\mathrm{d}x=\ln|\sec x+\tan x|+C$.

(15) $\int\csc x\mathrm{d}x=\ln|\csc x-\cot x|+C$.

(16) $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right|+C$.

(17) $\int\frac{\mathrm{d}x}{a^2+x^2}=\frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}+C$.

(18) $\int\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\mathrm{d}x=\arcsin\frac{x}{a}+C$.

(19) $\int\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\mathrm{d}x$

$=\ln|x+\sqrt{x^2+a^2}|+C$.

(20) $\int\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}\mathrm{d}x$

$=\ln|x+\sqrt{x^2-a^2}|+C$.

3. 不定积分求法

(1) 直接积分法

对被积函数经恒等变形后直接利用公式.

(2) 第一类换元法(凑微分法)

常用的凑法为

$\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\mathrm{d}(ax+b)$.

$x\mathrm{d}x = \frac{1}{2a}\mathrm{d}(ax^2+b)$.

$\frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = 2\mathrm{d}(\sqrt{x})$.

$\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = -\mathrm{d}\left(\frac{1}{x}\right)$.

$\frac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}(\ln x)$.

$\cos x\mathrm{d}x = \mathrm{d}(\sin x)$.

$\sin x\mathrm{d}x = -\mathrm{d}(\cos x)$.

(3) 第二类换元法

对被积函数 $f(x)$ 中若有

① $\sqrt{a^2-x^2}$，则设 $x = a\sin t$.

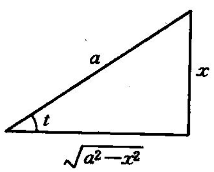
② $\sqrt{a^2+x^2}$，则设 $x = a\tan t$.

③ $\sqrt{x^2-a^2}$，则设 $x = a\sec t$.

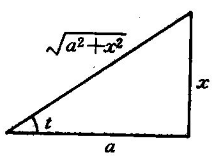
④ $\sqrt[n]{g(x)}$，则设 $\sqrt[n]{g(x)} = t$.

在 t 用 x 代回时，可作辅助三角形.

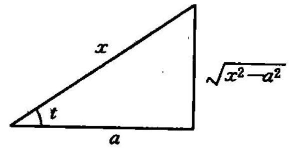
对①



对②



对③



(4) 分部积分法

$$\int u\mathrm{d}v = uv - \int v\mathrm{d}u.$$

$f(x)$ 为下列情形时，划线部分先凑 $\mathrm{d}v$.

$\underline{x^n}\ln x\underline{\mathrm{d}x}$

$x^n\underline{\sin ax\mathrm{d}x}$

$x^n\underline{e^{ax}\mathrm{d}x}$

$\sin ax\underline{e^{bx}\mathrm{d}x}$（对此类型的积分，在进行两次分部积分后要移项）

九、定积分

1. 定积分为一数值.

2. 若 $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$，则 $F'(x) = f(x)$.

3. 若 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = F(b) - F(a).$$

4. 若 $f(x)$ 是奇函数，则

$$\int_{-l}^{l} f(x)\mathrm{d}x = 0.$$

5. 若 $f(x)$ 是偶函数，则

$$\int_{-l}^{l} f(x)\mathrm{d}x = 2\int_0^l f(x)\mathrm{d}x.$$

6. 分段函数要分段积分

绝对值函数是分段函数，因此也要分段积分.

7. 定积分的性质

(1) $\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

(2) $\int_a^b [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$

$$= \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x.$$

(3) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\mathrm{d}x.$

(4) 若 $f(x)\leqslant g(x)$,则

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \leqslant \int_a^b g(x)\mathrm{d}x.$$

(5) $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x.$

十、广义积分

1. $\int_a^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = \lim\limits_{b\to+\infty}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

2. $\int_{-\infty}^b f(x)\mathrm{d}x = \lim\limits_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

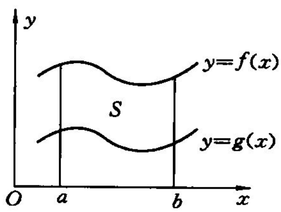
3. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x$

$$= \int_{-\infty}^a f(x)\mathrm{d}x + \int_a^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x.$$

十一、定积分的应用

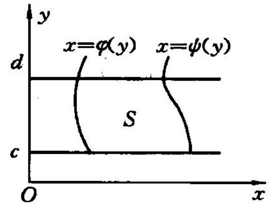
1. 平面图形的面积

(1)



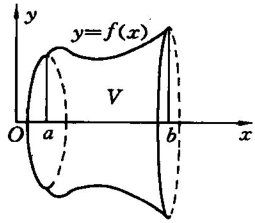
$$S = \int_a^b [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x.$$

(2)



$$S = \int_c^d [\psi(y)-\varphi(y)]\mathrm{d}y.$$

2. 旋转体体积



$$V = \int_a^b \pi[f(x)]^2\mathrm{d}x.$$

十二、多元函数微分学

1. 对二元函数的一个变量求偏导时，把另一变量看成常数，其方法与一元函数的求导法完全相同.

2. 若 $z=f(x,y)$，则全微分

$$\mathrm{d}z = \frac{\partial z}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial z}{\partial y}\mathrm{d}y.$$

3. 复合函数求导

若 $z=f(u,v)$，$u=\varphi(x,y)$，$v=\psi(x,y)$，则

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x},$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial y}.$$

4. 隐函数求导

对于 $F(x, y, z)=0$ 确定的隐函数 $z=f(x, y)$，有

$$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F'_x(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)},$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F'_y(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)}.$$

十三、二重积分

1. 二重积分性质

(1) $\iint\limits_D kf(x, y)\mathrm{d}\sigma=k\iint\limits_D f(x, y)\mathrm{d}\sigma$.

(2) $\iint\limits_D [f(x, y)\pm g(x, y)]\mathrm{d}\sigma$

$=\iint\limits_D f(x, y)\mathrm{d}\sigma\pm\iint\limits_D g(x, y)\mathrm{d}\sigma$.

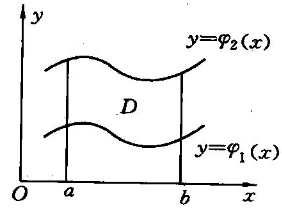
(3) $\iint\limits_D f(x, y)\mathrm{d}\sigma$

$=\iint\limits_{D_1} f(x, y)\mathrm{d}\sigma+\iint\limits_{D_2} f(x, y)\mathrm{d}\sigma$.

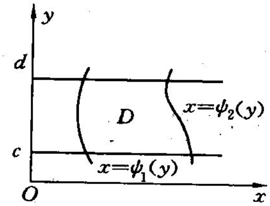
其中 $D=D_1+D_2$，D_1 与 D_2 无公共内点.

(4) $\iint\limits_D 1\mathrm{d}\sigma=S$，其中 S 是 D 的面积.

2. 二重积分的计算

(1) 

$$\iint\limits_D f(x, y)\mathrm{d}\sigma=\int_a^b \mathrm{d}x\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y)\mathrm{d}y.$$

(2) 

$$\iint\limits_D f(x, y)\mathrm{d}\sigma=\int_c^d \mathrm{d}y\int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x, y)\mathrm{d}x.$$

先积 y 时，把 x 看成常数；

先积 x 时，把 y 看成常数.

其方法与一元函数积分法完全相同.

目　录

第一章 函数、极限和连续

◆ 基本解题套路

§1.1 函 数

一、函数的概念

1. 函数的定义有两个要素：定义域与对应规则. 因此，只有当两个函数的定义域与对应规则完全相同时，才认为它们是同一函数.

2. 在求函数定义域时要注意：

(1) 分式中分母不等于 0；

(2) 负数不能开偶次方；

(3) 对数函数 $y=\log_a x$ 的定义域为$(0, +\infty)$；

(4) $y=\arcsin x$，$y=\arccos x$ 的定义域为$[-1, 1]$.

3. 对于复合函数的定义域，往往从最外层开始，由外及里地考察相应函数在满足外面一层的限制条件下的定义域，直到最里层.

4. 复杂函数的定义域为各简单函数定义域的交集.

二、函数的表达式

1. 已知 $f(x)$和 $\varphi(x)$的表达式，求 $f[\varphi(x)]$的表达式相当于已知 $y=f(u)$，$u=\varphi(x)$，求复合函数 $f[\varphi(x)]$.

2. 已知 $f[\varphi(x)]$的表达式，求 $f(x)$的表达式可以用以下方法：

(1) 换元法

令 $\varphi(x)=u$，从中解出 $x=g(u)$，求出 $f(u)$的表达式，再将 u 换成 x，即得 $f(x)$的表达式.

(2) 凑变量法

将 $f[\varphi(x)]$的表达式写成 $\varphi(x)$的函数的形式，再将所有的 $\varphi(x)$作为一个个整体都换成 x，即得 $f(x)$的表达式.

(3) 直接代入法

用 $\varphi^{-1}(x)$(如果存在)代入 $f[\varphi(x)]$，即可得 $f(x)$的表达式(例如选择题 8).

三、函数的性质

利用定义来判定函数的性质.

1. 单调性

设 f 为定义在 D 上的函数，若对 D 中任意两个数 x_1,x_2，

当 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)\Rightarrow f(x)$ 在 D 上单调增加，

特别地，若总有 $f(x_1)<f(x_2)\Rightarrow f$ 为 D 上严格递增函数.

当 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)\geqslant f(x_2)\Rightarrow f(x)$ 在 D 上单调减少.

特别地，若总有 $f(x_1)>f(x_2)\Rightarrow f$ 为 D 上严格递减函数.

2. 奇偶性

设 f 为定义在 D 上的函数，若定义域 D 关于原点对称，则

$$f(-x)=f(x)\Rightarrow f(x)\text{ 为偶函数，}$$

$$\left.\begin{array}{r}f(-x)=-f(x)\\ \text{或 } f(x)+f(-x)=0\end{array}\right\}\Rightarrow f(x)\text{ 为奇函数.}$$

奇函数+奇函数=奇函数；偶函数+偶函数=偶函数；

奇函数×奇函数=偶函数；偶函数×偶函数=偶函数；

奇函数×偶函数=奇函数.

3. 有界性

$$|f(x)|\leqslant M\ (M\text{ 为非负的常数}).$$

4. 周期性

$$f(x+T)=f(x)\ (T\text{ 为某非零的常数}).$$

若 T 为函数 $f(x)$的周期，则$\dfrac{T}{a}$为函数 $f(ax)(a>0)$的周期. 例如 $\sin 2x$

的最小正周期为 π.

四、反函数

1. 求反函数可直接根据定义,即从 $y=f(x)$ 解出 $x=g(y)$,$y=g(x)$ 就是 $y=f(x)$ 的反函数.

2. $y=f(x)$ 与它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形关于直线 $y=x$ 对称.

§1.2 极 限

一、函数极限的概念

1. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=A$.

对于分段函数在分段点 $x=x_0$ 的极限,应分别考察函数在 $x=x_0$ 处的左、右极限. 若左、右极限都存在且都为 A,则分段函数在分段点 $x=x_0$ 的极限为 A. 否则极限不存在.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=A \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=A$.

二、无穷小量和无穷大量

1. 有限个无穷小量之和、无穷小量与有界变量之积以及无穷小量与无穷小量之积都是无穷小量.

2. 无穷大量的倒数是无穷小量,无穷小量的倒数是无穷大量.

3. 当 α 为无穷小量时,常用的等价无穷小量有:

$$\alpha\sim\sin\alpha\sim\tan\alpha\sim\arcsin\alpha\sim\arctan\alpha\sim\ln(1+\alpha)\sim e^{\alpha}-1,$$

$$1-\cos\alpha\sim\frac{\alpha^2}{2}.$$ (“$\sim$”表示等价)

三、函数极限的求法

1. 利用极限的四则运算法则.

2. 对于“$\frac{0}{0}$”型不定式,可想法消去零因子. 对于“$\frac{\infty}{\infty}$”型不定式,可想法消去无穷因子.