高等学校教学用書

画法几何学

北京工业学院制图教研組編

机械工业出版社

高等学校教学用書

画法几何学

北京工业学院制圖教研組編著

机械工业出版社

出 版 者 的 話

本書符合高等工业学校机械制造类画法几何学教学大綱的要求，可作为高等工业学校72学时类型画法几何学的講义。

全書共十章，包括点、綫、面的投影，投影改造，相貫，展开和軸測投影等。

各章附有自我檢查問題便于学生复習及深入学習之用。

NO.2228

1957年9月第一版　　1960年8月第一版第六次印刷

787×1092 1/18　字数278千字　印张12　14,561—28,751册

机械工业出版社（北京阜成門外百万庄）出版

外 文 印 刷 厂 印 刷

新华書店科技发行所发行　　各地新华書店經售

北京市書刊出版业营业許可証出字第008号

統一書号15033·1187

定价（10-5）1.50元

目　录

第一章 緒 論

画法几何是研究把空間形体表达在平面上的理論，并且还进一步研究在这些平面图上解决空間几何問題的图解法。

任何把形体表达得正确的图样都是按**投影法**得到的。像片、电影、艺术画、机械制造图以及物体受到光源照射时所产生的影子等，都是形体在不同的平面（紙、影幕等）上的投影。

根据投影条件的不同，投影法可分为两大类：

（1）中心投影法，

（2）平行投影法。

§1—1 中心投影法

图1—1表示將一三角板放在电灯和图紙之間，三角板在紙面上的影子，称为三角板的**中心投影**。光源 S 称为**投影中心**；投影所在的平面（即图中的图紙）称为**投影面**；SA、SB、SC 等綫称为**投射綫**。

中心投影的特点就是所有的投射綫，都經过投影中心。

現在我們从几何角度来分析一下中心投影的过程。图1—2上，S 是投影中心，所有的投射綫都要通过这一点。P是投影面。假如要求空間某点A的投影，则將S、A两点連接，得到投射綫SA延长SA和P面交于a点，a点❶即为A点在P面上的中心投影。

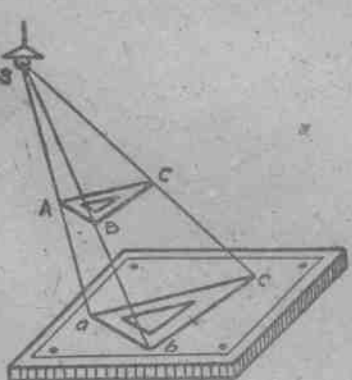


图 1—1

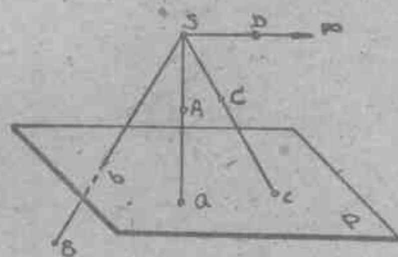


图 1—2

按同样方法可以得到 B 点和 C 点的中心投影。当投射綫 SD 平行 P 面时，则 D 点在 P面上沒有投影（或者說投影在无限远处）。

❶ 我們以大写字母表示空間的点，以相同字母的小写体表示該点的投影。

当投影中心和投影面都已确定时，则空間一点在这个投影面上唯一的一个投影的位置也就确定了，但是反过来說，若只給出点的投影則无法确定該点在空間的位置。图1—3說明在同一投射綫上的每个点的投影都是 e。

一条曲綫可以看成是由許多点組成的，因此只要求出曲綫上各点的投影就可以得到曲綫的投影（图1—4），图中各投射綫所組成的曲面 SAB 称为**投射面**。或者，我們也可以把曲綫 AB 的投影看成为投射面 SAB 和 P 面的交綫。

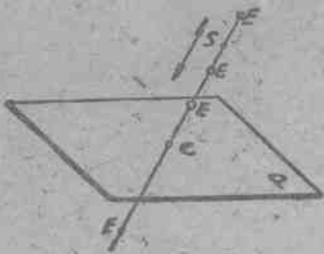


图 1—3

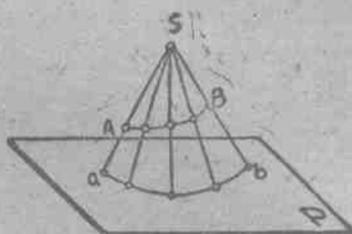


图 1—4

§1—2 平行投影法

如果將投影中心移至无限远的地方，則所有的投射綫互相平行（如图1—5）。我們把这种投影法（投射綫互相平行）称为**平行投影法**，在平行投影法中必須給出投射綫的方向（代替中心投影法中的投影中心）。

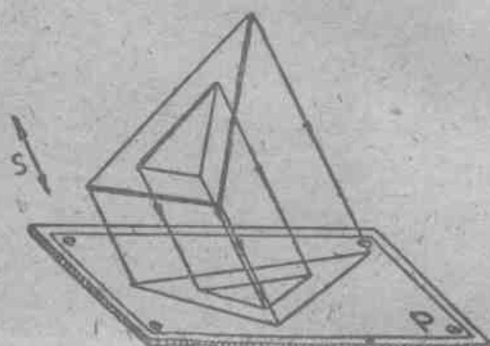


图 1—5

图1—6表示空間 A 点的平行投影的求法：通过 A 点引投射綫 $L_A \parallel S$，L_A 与 P 面的交点 a 就是 A 在 P 面上的投影。显然，如果投射方向和投影面均已确定，則空間一点的投影也就确定了，但是，和中心投影一样，只根据点的一个投影不能确定这点在空間的位置，例如图1—6上只給出 B 点的投影 b，則 B 可以是 L_B 上的任一点。

同样，如果要繪制一曲綫的投影，只要把曲綫上各点的投影求出、然后連起来就可以得到（如图1—7）。

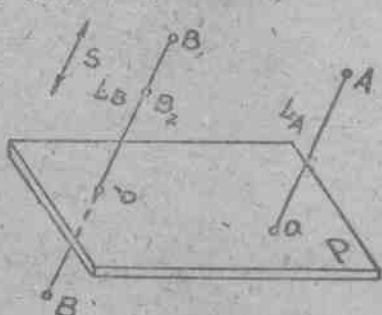


图 1—6

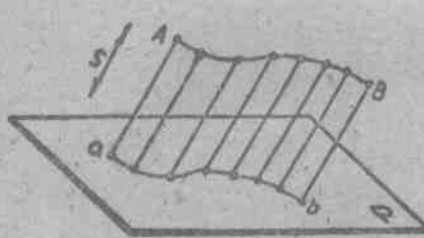


图 1—7

求直綫的投影时，在一般情况下所作的投射面是平面，所以直綫的投影仍是直綫（特殊情况为一点）。因此：

（1）求直綫的投影时，只需找出綫上两个点的投影，就可以确定直綫的投影。

（2）直綫上任一点的投影一定在該直綫的投影上（图1—8）。

但是，投射平面上任意一直綫、曲綫甚至平面图形的投影都是一条直綫（图1—9），因此仅知道投影是一条直綫，并不能判断空間是否一定是直綫。

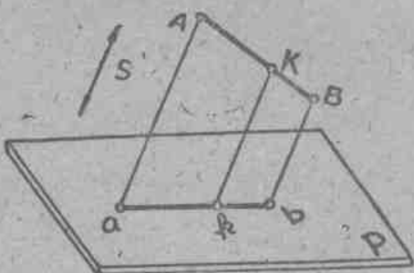


图 1—8

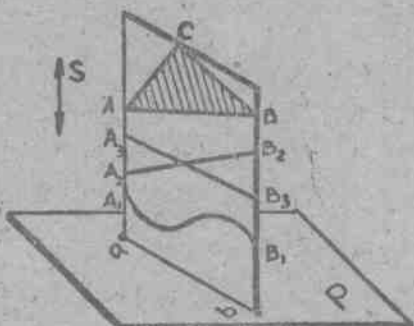


图 1—9

§1—3 平行投影法中的度量关系

（一）如果直綫綫段平行于投影面，則其投影长度与該綫段本身长度相等。

証明：图 1—10 上，$ab \parallel AB$，所以$ABba$是平行四边形，因此

$$ab = AB.$$

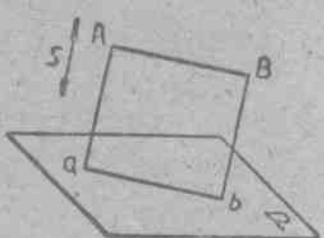


图 1—10

如果，直綫綫段不平行投影面，則在一般情况下，投影长度不等于綫段本身长度，我們把二者的比值称为縮短系数，即：

$$\frac{\text{綫段投影長度}}{\text{綫段本身長度}} = \text{縮短系数。}$$

（二）若綫上一点將直綫分为两段，則这二綫段之比等于这二綫段投影之比。即

$$AK:KB = ak:kb \quad （如图1—11）。$$

証明：过K、B在AB投射面上分別引KE、BF平行P面。

$$\because \quad \triangle AKE \sim \triangle KBF, \qquad \therefore \quad \frac{AK}{KB} = \frac{KE}{BF} = \frac{ak}{kb}。$$

（三）二平行直綫的投影仍互相平行（图1—12），$AB \parallel CD$，則$ab \parallel cd$，（因为投射面Q平行投射面R）。

（四）二平行直綫的两綫段之比等于这二綫段投影之比。即

$$\frac{AB}{CD} = \frac{ab}{cd} \quad （如图1—12）。$$

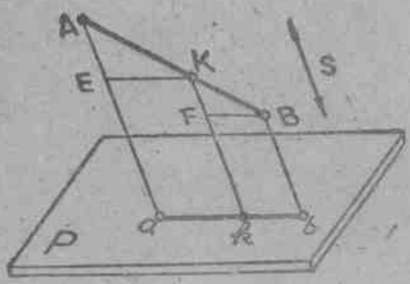


图 1—11

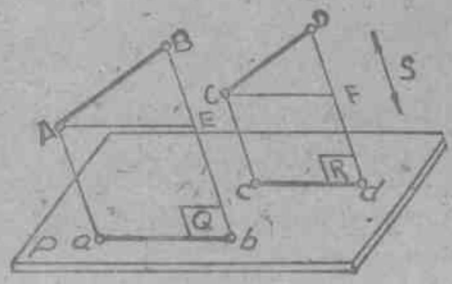


图 1—12

証明：过A、C分别在投射面Q、R上引$AE\parallel P$，$CF\parallel P$。

则$\triangle ABE\sim\triangle CDF$，而$AE=ab$，$CF=cd$。

故
$$\frac{AB}{CD}=\frac{AE}{CF}=\frac{ab}{cd}。$$

这个关系也可以說成：平行綫段的投影按同一縮短系数縮小或放大。

以上这些度量关系，在中心投影法中是不存在的。这說明了平行投影法的特点，也就是它的优点，对以后作图时有很大的用处。

§1—4 平行投影的分类

根据投射綫方向的不同，可以将平行投影法分为两大类：

（1）直角投影：投射綫垂直于投影面（图1—13）。

（2）斜投影：投射綫不垂直于投影面（图1—14）。

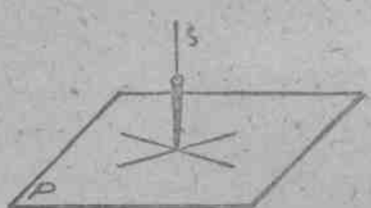


图 1—13

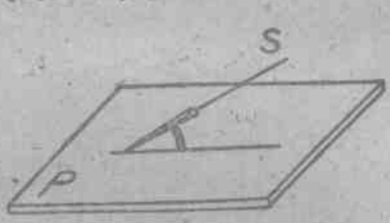


图 1—14

§1—5 中心投影与平行投影的比較

中心投影法中的投影中心S相当于人的眼睛，投射綫相当于視綫，因此用中心投影法画出来的图和用眼睛看到的形象一样，所以这种图看起来比較自然，尤其是表示龐大的物体时更为显著；但是由于不能很明显的把眞实形状和度量关系表示出来，同时由于作图

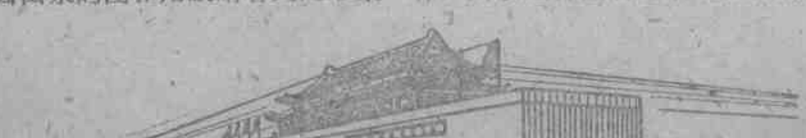


图 1—15 (a)

較复杂，所以在工程上一般只用于建筑图示某些方面。

平行投影法中，投影中心在无限远处，因此，所画出来的图和我們站在距离物体无穷远处所看到的形象一样，所以这种图看起来沒有前者那样順眼。但是平行投影法有上面所說的各种度量关系的特点，并且作图比較簡便，所以在工程上一般是采用平行投影法作图。

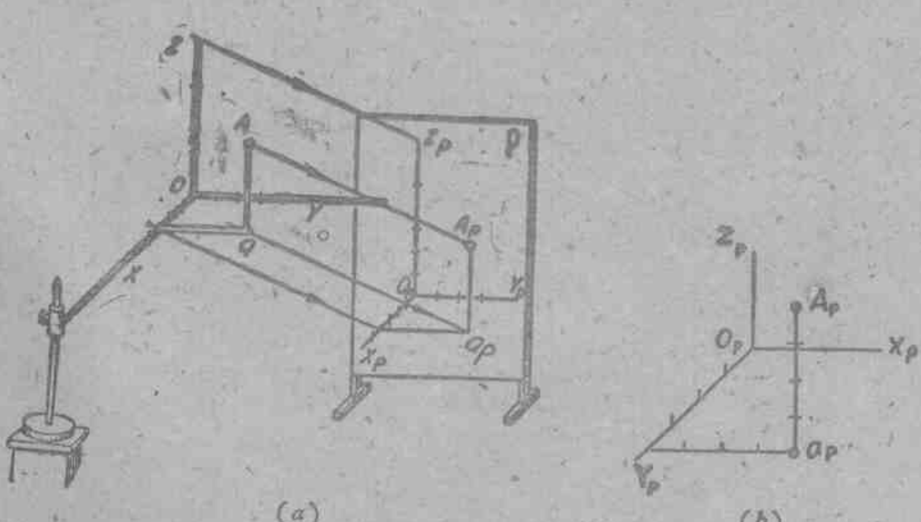
图 1—15 （b）

图1—15是表示北京的天安門，图（a）是用中心投影法画的，同照片一样，即和平常我們眼睛看到的形象一样。图（b）是用平行投影法画的，它好象是坐在飞机上所看到的形象，看起来不自然是它的缺点，但对工程上来講它的优点大大超过了它的缺点。

§1—6 正投影图和軸測投影图

在前面我們发现了一个問題，不論用那种投影方法，仅仅根据物体的一个投影，确定不了它在空間的位置和形状。因此，为了在投影图上能正确地把物体的形状和各种度量关系清楚地表达出来，就須对这个投影面附加某种条件，根据投影法和附加条件的不同，投影图可以分作很多种，在本門課程中我們只学习正投影图和軸測投影图。

（一）軸測投影图



（a） （b）

图 1—16

在軸測投影中我們把形体連同确定它的坐标系，一齐用平行投影法投影到一个投影面上（图 1—16）。这样在投影图上，我們可以根据坐标确定形体的形状、位置和尺寸。图 1—17 是一个机件的軸測投影图。这种图容易看得懂，但画起来較麻煩，并且对复杂的机件要表示它或清楚的了解它也有困难。

（二）正投影图

利用平行直角投影，把形体投射到两个或两个以上互相垂直的投影面上去，这样根据几个投影我們可以确定形体的形状、位置和尺寸，如图1—18b，是一个圆柱的正投影图，从一个投影图上可以得知圆柱的直徑，从另一个投影图上可以得知圆柱的高。这种图画起来較容易，度量也方便，但是要能画它或看懂它，必須經过一系列的訓練。

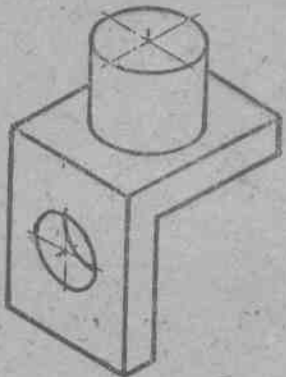


图 1—17

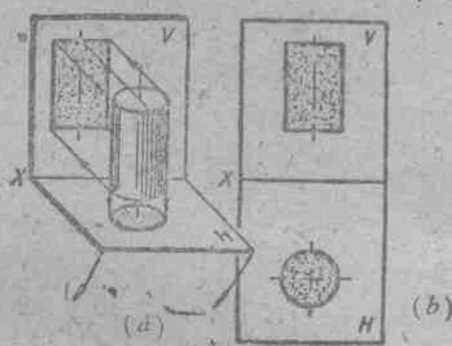


图 1—18

自我检查問題

1. 画法几何研究的对象是什么？
2. 說明中心投影和平行投影的区别。
3. 說明投射綫，投射面，投影面，投影图等名詞的意义。
4. 在平行投影中，知道了 1)投影面， 2)投射方向， 3)空間形体， 4)空間形体的投影等四个因素中的任意三个，是否可以确定第四个？或那些可以，那些不可以？

第二章　点的投影

§2—1　点的两个投影。正投影图的产生

在緒論中已講过，如果不附加任何条件，仅根据点在一个投影面上的一个投影，不能确定該点在空間的位置。因此我們选用**正投影法**。

正投影法是——1)**用平行直角投影**，2)将物体投影到**二个**（**或二个以上**）**互相垂直的投影面上**❶。

图 2—1表示空間有二个互相垂直的投影面 H和V。H 面又称为**横面投影面或水平面**，V面又称为**縦面投影面或直立面**，其交綫 $\bar{O}X$ 称为**投影軸**（或簡称X軸）。

如果将空間 A 点（用大写字母），用平行直角投影法，分别投影到H面和V面上，则用a（小写字母）表示A点在H面上的投影（称横面投影），用a'（小写字母加一撇）表示A点在V面上的投影（称縦面投影）。

在图2—1上，分别过a和a'点引$aa_x \parallel Aa'$，$a'a_x \parallel Aa$。平面 Aaa_xa' 为一矩形（由讀者自己証明），a_x为此平面和X軸的交点。即

$aa_x \perp V$面；　　$a'a_x \perp H$面。

或　　$aa_x \perp X$軸；　　$a'a_x \perp X$軸。

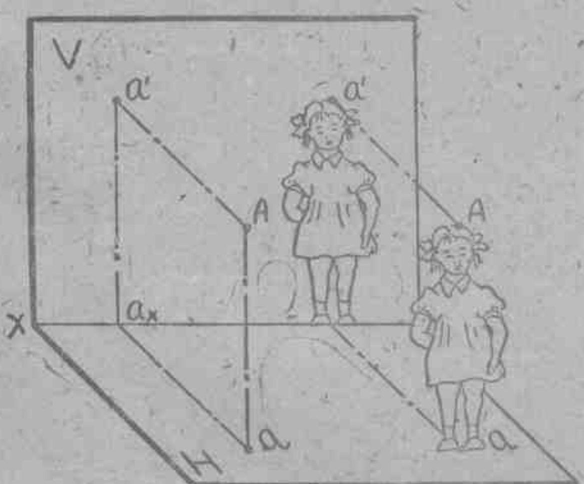


图 2—1

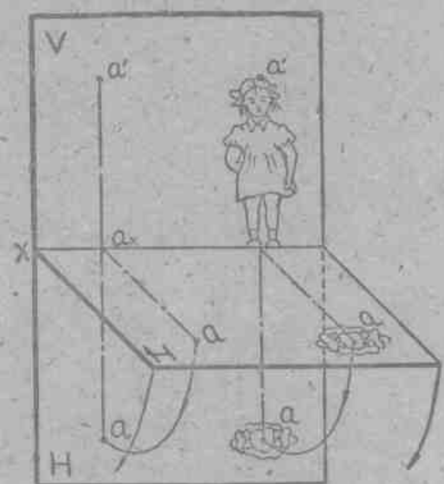


图 2—2

然后我們規定：V面不动，而将H面繞OX軸向下旋轉90°，使H面和V面同在一

❶ 如果是用平行斜投影和二个不垂直的投影面，同样也能确定該物体在空間的位置，但是作圖方法要复雜得多。

平面上。如图2—3或图2—4就是我們所需要的投影图，称为正投影图[1]。

投影面的大小可以根据需要而設，所以图2—3中的框子沒有什么作用，因此以后我們取消边框和H、V等字样，即用图2—4表示。

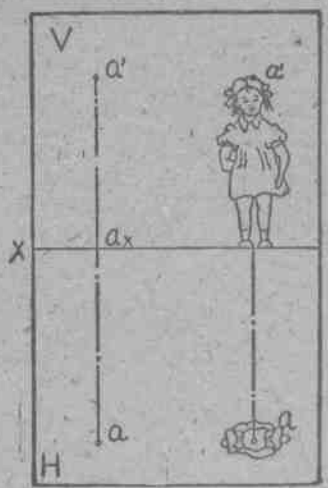


图 2—3

图 2—4

从上述的投影图中，可以得到以下二个重要的結論：

（1）空間一点(A)的横面投影(a)和縱面投影(a')的連綫垂直OX軸，卽$aa' \perp X$軸。

（2）有了一点在正投影图上的二个投影，就可以完全确定該点在空間的位置。

这时候就需要运用空間想像力来讀图。从图2—4可以这样讀出：

aa_x＝A点到V投影面的距离，称为縱标。（即人脚到牆根的距离＝人头到牆的距离）。

$a'a_x$＝A点到H投影面的距离，称为高标。（即人头到地板的距离）。

或者想像使H投影面恢复到原来位置。即将H投影面繞X軸向前向上轉90°（如图2—5）。然后过a作一直綫垂直H面，过a'作一直綫垂直V面，此二直綫必相交于一点A，此即A点在空間的位置。

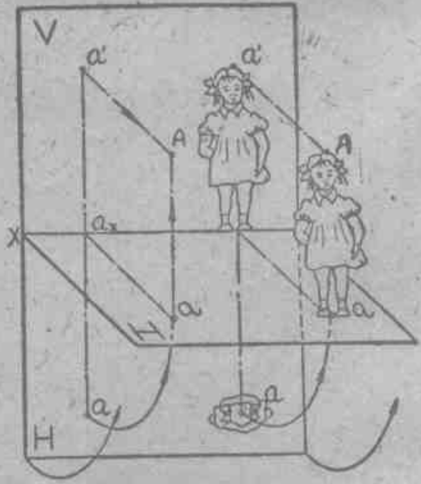


图 2—5

[1] 图2—1不是正投影圖，是斜軸測投影圖，是立体圖的一种，我們用它來說明空間情況。本書中主要討論的是正投影圖，而軸測投影圖在第十章中討論。

§2—2 空間各象限中的点的投影

如果把H投影面往后扩大，把V投影面往下扩大，这时候二个投影面将空間分为四个象限（或叫做二面角），見图2—6。用H、H_1、V和V_1表示二个投影面的四部份。并依照图2—6所表示，按次序称四个象限为：第一象限（V、H二面角）、第二象限（V、H_1二面角）、第三象限（V_1、H_1二面角）和第四象限（V_1、H二面角）。然后使V面不动，将H面繞OX軸向下轉动90°，（H_1面必然同时繞OX軸向上轉动90°），就成图2—7的形式，最后再省去边框和H、H_1、V、V_1等字样（如图2—8）。这就是正投影图，同上节所討論的完全一样。要注意的是：点的横面投影可能在OX軸上面（H_1面），同理点的縱面投影也可能在OX軸的下面（V_1面）。

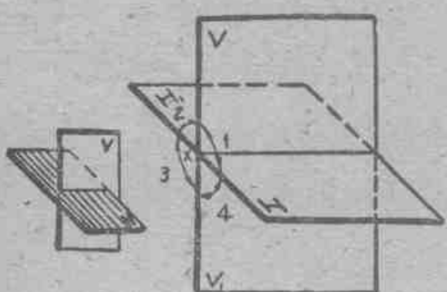


图 2—6

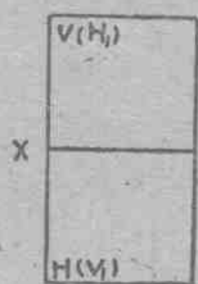


图 2—7

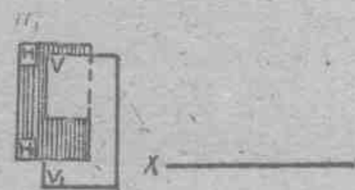


图 2—8

图2—9表示空間各象限中点的投影的情况。图2—10为其投影图。

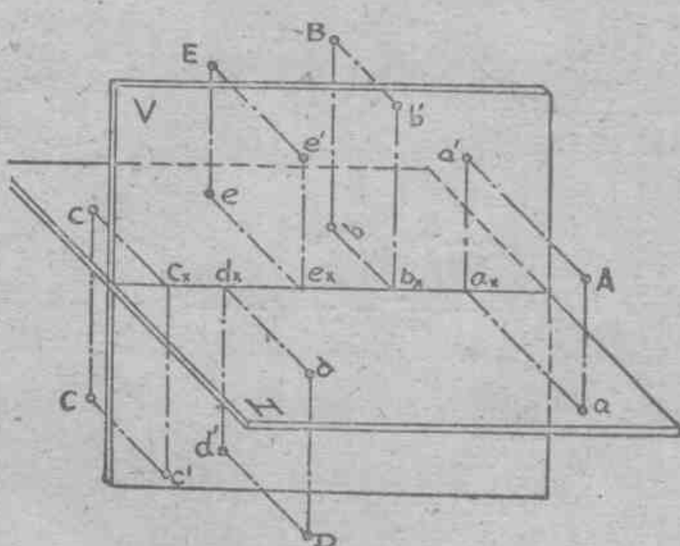


图 2—9

在讀上述这种投影图的时候，不要仅知道該点在那一个象限就滿足了，更重要的是要想像出該点到那一个投影面的距离是多少、或者其距离是用那一段綫来表示的，应多練习。

例如图 2—10 的B点， 我們应該这样讀：$b'b_x$是B点到H_1投影面的距离，bb_x是B点到V投影面的距离，因在H_1上V后，所以它是在第二象限。同样根据E点的二个投影，就知道E点到H_1投影面和到V投影面的距离相等，即$e'e_x=ee_x$，它也是在第二象限。

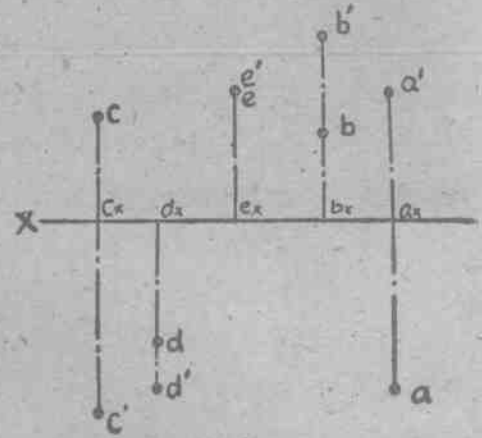


图 2—10

图 2—11 表示空間各点在投影面上和在投影軸上的情况。图 2—12 是它們的投影图。

点在投影面上时，其投影的特点是：有一个投影在X軸上，說明它到某一个投影面的距离为零；另一个投影和点在空間的位置重合。

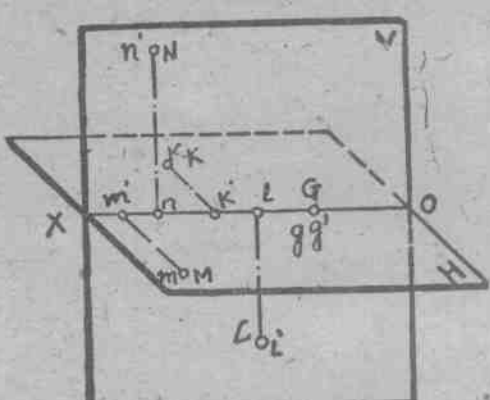


图 2—11

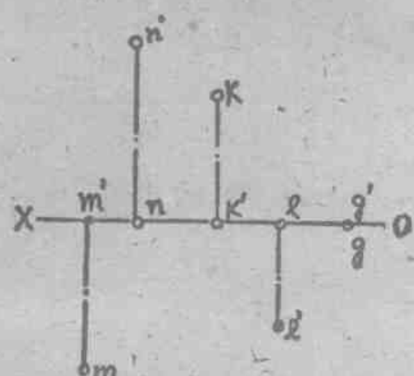


图 2—12

§2—3 点的三个投影

前面已經講过，在投影图上有了一点的二个投影就可以完全确定該点在空間的位置。但是为了以后解决某些較为复杂的問題，往往需要增加第三个投影或者更多的投影。

在H和V二投影面的基础上，再加上第三个投影面W（如图2—13）。W面又叫側面投影面（或側面）。H、V、W三个投影面互相垂直，因此OX、OY、OZ三根投影軸也是互相垂直。O点称为原点。

图 2—14 是表示空間A点在三个投影面的投影情形。

因为投射綫：$Aa\perp H$面，$Aa'\perp V$面，$Aa''\perp W$面。

所以引: $\begin{cases} a\,a_x \perp X \text{軸}, \\ a'a_x \perp X \text{軸}, \end{cases}$ $\begin{cases} a\,a_y \perp Y \text{軸}, \\ a''a_y \perp Y \text{軸}, \end{cases}$ $\begin{cases} a'a_z \perp Z \text{軸}, \\ a''a_z \perp Z \text{軸}, \end{cases}$

则 A—O是一个正六面体。从图2—14中可以得出：

$Aa = a'a_x = a''a_y =$ A点到H投影面的距离＝高标，或称Z标。

$Aa' = a\,a_x = a''a_z =$ A点到V投影面的距离＝縱标，或称Y标。

$Aa'' = a'a_z = aa_y =$ A点到W投影面的距离＝横标，或称X标。

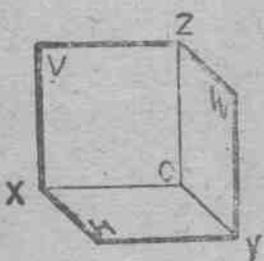


图 2—13

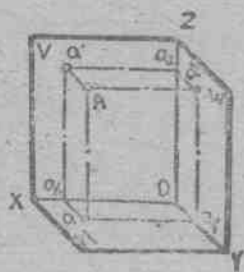


图 2—14

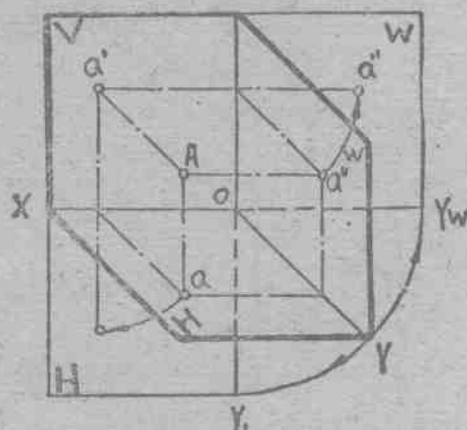
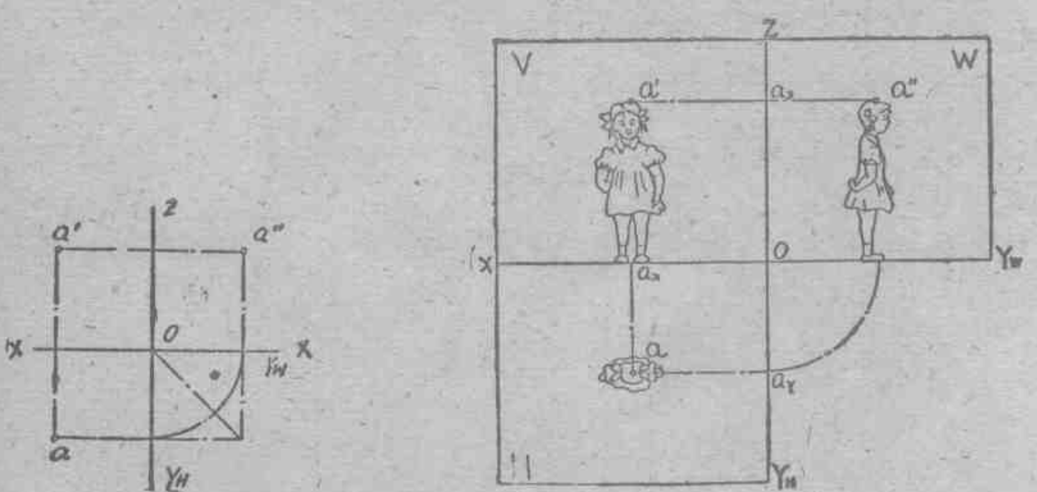


图 2—15

将H、V、W三个投影面展开成为一个平面（如图2—15），規定如下：使V面不动，将H面繞X軸向下轉动90°，W面繞Z軸向右轉动90°。結果Y軸就拆开成为Y_H和Y_W两条綫（还是代表空間同一条軸綫）。展开后成图2—16，去掉边框后，图 2—17就是我們所需要的投影图。



(a) (b)

图 2—16