

数学教育理论与实践探索丛书



数学教学案例 反思及延伸

SHUXUE JIAOXUE ANLI

FANSI JI YANSHEN

主 编 方均斌

副主编 曾小豆 曾国爱



四川大学出版社

数学教学案例 反思及证明

SHUXUE JIAOXUE ANLI FANSI JI YANSHEN

四川大学出版社



责任编辑:王 锋
责任校对:傅 奕
封面设计:罗 光
责任印制:李 平

图书在版编目(CIP)数据

数学教学案例反思及延伸 / 方均斌主编. —成都:
四川大学出版社, 2009. 8
(数学教育理论与实践探索丛书 / 赵焕光主编)
ISBN 978-7-5614-4513-6

I. 数… II. 方… III. 数学课—教学研究—中学
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 137771 号

书名 数学教学案例反思及延伸

主 编 方均斌
副 主 编 曾小豆 曾国爱
出 版 四川大学出版社
地 址 成都市一环路南一段 24 号 (610065)
发 行 四川大学出版社
书 号 ISBN 978-7-5614-4513-6
印 刷 成都市书林印刷厂
成品尺寸 140 mm×202 mm
印 张 6.5
字 数 158 千字
版 次 2009 年 9 月第 1 版
印 次 2009 年 9 月第 1 次印刷
定 价 18.00 元

◆ 读者邮购本书,请与本社发行科
联系。电话:85408408/85401670/
85408023 邮政编码:610065

◆ 本社图书如有印装质量问题,请
寄回出版社调换。

◆ 网址:www.scupress.com.cn

版权所有◆侵权必究

序 言

两年前，笔者在四川大学出版社出版了《数学教学个案研究》一书，该书的主要意图是想以笔者自己在教学实践中体验的案例提炼过程与中学数学教师进行探讨，对如何将自己的实践过程进行理论上的提炼而成为“科研产品”进行了一些“探索性研究”。目前，各种以案例为基点的教学研究作品林林总总，这是一个非常可喜的现象，说明我们的数学教学研究已经从理论加案例的模式走向案例提炼到理论的主方向，找到了一个数学教学科研的正确着陆点。

众所周知，我国数学教育队伍主要有三支：一支是工作在数学第一线的数学教师，一支是以理论为平台的高校数学教育研究者，还有一支是兼有研究与管理工作的教研员。应该说，三支不同类型的队伍如果能够协调发展，我国的数学教育及研究必定会蓬勃发展，中国特色的数学教育理论应该层出不穷。张奠宙教授一直致力于这方面的工作，他的《中国数学双基教学》是基于实践层面的一部论著，是通过找准实践进行数学教育研究的一个典范。尽管他一直在高校工作，但他密切关注数学教学第一线的教学及研究动态。遗憾的是，真正工作在第一线的数学教师由于需要面对激烈的应试教育，对自己眼前发生的“案例”往往视而不见或无暇顾及，而隔一个层面的高校数学教育研究者（甚至包括教研员）却往往“雾里看花”，得不到第一手素材。

笔者在中学任教十五年，也与一般的中学数学教师一样受到应试教育的影响，通常是眼睛盯准“总分”“平均分”，并且认为，一个真正高水平的数学教师所教的学生应该是分数比别人高

的，而不是所谓唱高调的“理论专家”，有时甚至鄙视一些所谓的数学教学理论的东西，认为会写文章或编书的人只不过是“笔头”比别人好一点或努力方向不同而已。光阴荏苒，笔者在高校从事数学学科教育教学及研究工作也已经整整十年了，每次授课，总想极力回忆自己在中学工作期间的案例，总觉得现在讲的内容陈腐并且缺乏时代感。随着时间的推移和记忆力的退化，有些在中学数学教学中有点印象的案例也就模糊甚至消失殆尽。每次到中学听课或与中学数学教师进行交流，好像都有那么几个话题值得思考，在与一些中学数学老师进行交流的过程中好像又找到了自己十年前的影子。现在想：他们若能够珍惜目前自己遇到的案例该有多好！而事实是：他们往往与笔者十年前一样，“看”不到自己每天遇到的案例。每每到评职称或有其他需要时，他们往往搜肠刮肚却憋不出几个字，有时需要抄袭或干脆请人代笔！而且我发现，这些教师中有一些是教学经验非常丰富的，在学生、家长中的口碑非常不错。前段时间笔者作为评委参加温州市中学教授级教师及教学名师的评选活动，在听课的过程中发现相当一部分教师教学水平都很不错，经验也很丰富。后来听说这些老师只要公开发表两篇论文就可以达到参加该项评比的科研单项要求，这一方面说明组织评选活动的教育部门对中学教学科研的定位，另一方面也说明他们对中学教师科研现状的无奈。笔者在想，如此优秀的教师只有两篇文章与公众分享，很多经验与思想无法公之于众，实在可惜。这也是我国数学教育科研的一大损失。根据我们的观察，这种现象在全国各地都很普遍。

因此，数学教育科研要达到丰收，必须对数学教学第一线的教师做一些促进工作。首当其冲的当然是评价机制问题，目前教育部门也意识到教育科研的重要性，也逐步增加要求；其次，我们认为或许存在意识或观念问题，一些教师没有意识到“笔头”的厉害，因为它可以将人们的经验与思想进行跨时空传播，让我

们的思想通过自身的提炼，然后再与他人进行自由的传播与交流，而且可以长期保留，为我们和他人的思想提炼奠定基础。一个经验再丰富的教师，他一般最多只能教两个班级，他的思想最多只有自己的几十个学生和周围的几个同事能够“享受”，传播范围很有限，无论对教师本人还是对我国的教育事业都是一个损失。再有就是方法问题，一些教师也知道数学教育科研的重要性，但找不到着眼点，文笔似乎也不行，于是就缺乏信心，久而久之进入一种“恶性循环”，特别怕写作，也许他们在大学阶段基本上没有进行过写作方面的训练，到工作岗位后除写教案、总结和计划外，基本没有提笔的习惯，笔头“羞涩”，不敢轻易动笔。这一点笔者也深有体会，在中学工作阶段，尽管也写过，但不多，一般是外界有要求才会动笔，几乎从来没有主动动过笔。1998年到高校，由于高校的评价体制主要是看科研，笔者开始还很不习惯，但迫于压力不得不提起羞涩的笔头。记得在高校完成的第一篇文章被一个杂志的编委评价道：“这叫文章？”思想上挨了一闷棍！好多年就再也没有向这家杂志投过稿件，怕又受一次打击。

根据笔者以前的经历和高校的工作历程，总想为工作在第一线的老师做点什么，所以在前面写了关于个案提炼的书，该书是以笔者以前工作或接触过的案例为蓝本进行创作的，但感觉还缺点什么，经过反复思考，觉得还是以现在中学老师的亲身经历进行讨论或进一步理论提炼或许“更有说服力”，对中学老师的帮助也更大些，如果真的如此，笔者的目的也就达到了。另外，我们对教师的职前教育也开始着手实施了，我们在2009届教学计划增设了一门《中学数学教学案例及分析》的课程，本书即作为学习该课程的师范生的重要辅助读物。

本书准备以工作在第一线的数学教师的文章为出发点，然后进行一些话题探讨，与数学教师探索如何在实践与反思的基础上

再进行其他话题的延伸甚至是理论上的探讨，同时还准备提供一些探究方向，供老师们和师范生参考。而且，这些“扩写”基本上很少考虑或参阅别人的材料，尽量采用自己有感而发的东西，属于文章的初级阶段，并将其原汁原味地展现在读者的面前。

现在比较提倡的一种写作方法是，先查阅众多资料，然后再“有感而发”。我们认为，这种写作方法往往具有视野广、考据全面的特点，但写作的时候容易受先前文章的定式影响，对提出新观点会产生一定的负面影响。对于一些平时不大写作的老教师或刚毕业的师范生，如果有自己的想法，但查阅资料后，就往往再也不想写了，因为有些话题似乎别人谈论过，提不起写作的激情了，久而久之，就失去了对写作的兴趣。由于时间宝贵，很多老师怕浪费时间做重复劳动，只怕自己写的是别人已经写过的东西。殊不知，对平时没有写作经验的老师来说，这会失去一次难得的数学教育科研写作的锻炼机会。今年3月的一个下午，笔者在华东师范大学闵行校区研究生公寓的一个复印店，遇到了一位来自喀麦隆的留学生，他的中文讲得非常标准而且很流利，笔者出于好奇，问他在中国待了多长时间。他说有一年半！而且还说，自己已经来中国一年半了，中文应该讲到这个程度。他的经验是：不要怕犯错，只要对方明白自己讲什么意思即可。这真是令笔者汗颜！因为我已经学习英语30年了，却仍然不敢开口用英语与外国人交流。那天我刚好有录音笔带在身边，就把与这位留学生的对话保存了下来，有空的时候听听，算是勉励自己学习的一个动力吧。数学教育的话题也和学习语言一样，老师们往往觉得该写的话人家都写过了，而且一旦写不好，怕人家笑话，况且如果没有很大的外界压力和动机（就像笔者学习英语一样）就什么也不写了，也更不敢写了。我们认为，平时看别人的文章时或者在教学过程及相关教科研场合，如果有想写点东西的激情，应该不要查阅别人的资料，先把它写出来，不要怕浪费时间，即

使事后查阅，发现是重复劳动，也算是数学教学科研写作的一次锻炼。而且完全重复的往往很少，通常会有一些不同的地方，这个时候，我们可以少谈重复的地方或者给予注解，提炼或扩写（其实是继续钻研）与他人不同的地方，这样，修改后的文章可能更有看头。

另外，考虑到师范生的训练需要，我们还提供一些第一线中学数学教师的案例供同学们作为反思和讨论的延续，同时也可以作为第一线数学教师的反思和讨论话题。因此，该书分为两部分：第一篇为数学教学案例的反思与评注，第二篇为数学教学案例的延伸与练习。第二篇的每篇案例后面都留有一定的空白，准备给读者作为读书笔记或练习使用，尽管空白篇幅有限，但您可以把精华要点写上，然后有时间再进行扩写。

本书第一篇的案例评注及延伸均为笔者的原创材料（请注意这是第一稿，不是论文，引用的材料也很少，有点类似于网上的博客，旨在为读者参与讨论提供一个示例），温州外国语学校曾小豆老师和洞头一中的曾国爱老师为本书提供了一些材料和意见，并做了审核工作。另外，我校数学学院的赵焕光教授、温州龙湾区初中数学教研员郑银凤老师、洞头一中陈健老师在本书的材料整理过程中做了很多工作，并提出了一些建议，一些老师（尤其是浙江洞头一中、温州龙湾区初中教师）无私地提供教学案例供笔者选择，这里一并向他们表示衷心的感谢！

由于笔者在高校工作时间不算长，一些理论方面的修养也很浅薄，只是想通过这个写作过程给老师们提供一个蓝本，哪怕引起争议或批评也是一个“贡献”，算是一个反面例子吧。

方均斌

2009年3月于温州大学

目 录

第一篇 数学教学案例的反思与评注

案例的反思与评注一：数学课堂引入方法探究	(3)
一、案例反思：有理数的减法（一）的应变引入	
所引发的思考	杨克玉 (3)
二、评注延伸	(7)
案例的反思与评注二：数学课堂教学信息的调控探析	(12)
一、案例反思：错误中的闪光点	曾小豆 (12)
二、评注延伸	(19)
案例的反思与评注三：多元方程的近似解探讨	(25)
一、案例反思：一场关于方程组近似解的意外讨论	
.....	曾小豆 (25)
二、评注延伸	(30)
案例的反思与评注四：数学探究课若干环节处理的探究	
.....	(36)
一、案例反思：新课程理念下一节探究课的教学	
.....	胡大为 (36)
二、评注延伸	(46)
案例的反思与评注五：关于教师解题能力与教学技巧的讨论	
.....	(57)
一、案例反思：课堂教学过程中“挂黑板现象”	
引发的思考	曾国爱 (57)

二、评注延伸	(65)
案例的反思与评注六：数学教学情境创设的若干探究	(71)
一、案例反思：该怎样创设情境？	曾小豆 (71)
二、评注延伸	(77)
案例的反思与评注七：概率教学引发的若干话题探究	(84)
一、案例反思：拨开迷雾见青山——记一个概率问题的教学案例	白云生 (84)
二、评注延伸	(92)
案例的反思与评注八：数学教学中备课与授课的相关性探析	(103)
一、案例反思：成也萧何，败也萧何——感悟预设的双面性	卢芬芳 (103)
二、评注延伸	(112)

第二篇 数学教学案例的延伸与练习

案例反思与延伸一：从一个概念教学谈对再创造教学的理解	方彩娟 (127)
一、案例反思	(127)
二、延伸练习	(134)
案例反思与延伸二：《函数的应用之成本与利润问题》教学——如何将数学研究性学习融入课堂教学中去	陈芝飞 (136)
一、案例反思	(136)
二、延伸练习	(144)
案例反思与延伸三：课堂，“动”有所获——感悟形动和心动	苏映雪 (146)
一、案例反思	(146)

二、延伸练习	(155)
案例反思与延伸四：挖掘问题的教学价值，深入知识的发生过程 ——《椭圆、双曲线的定义及标准方程》教学案例 许生谦	(157)
一、案例反思	(157)
二、延伸练习	(166)
案例反思与延伸五：以案例为载体，反思新课程理念下的 教学设计	陈后万 (168)
一、案例反思	(168)
二、延伸练习	(183)
案例反思与延伸六：《空间与图形基本概念的整理与复习》 教学设计与反思	方均艇 (185)
一、案例反思	(185)
二、延伸练习	(192)

第一篇

**数学教学案例的
反思与评注**

案例的反思与评注一： 数学课堂引入方法探究

一、案例反思

作者：温州实验中学 杨克玉

案例：有理数的减法（一）的应变引入所引发的思考

1. 案例背景

本节课是《义务教育课程标准实验教科书数学》七年级（上）第二章第二节第一课时，是在学生学习了正负数概念，以及有理数加法等知识之后的教学。

课堂中突发的事件改变了教学的引入，而“临时改变的引入”使学生们很好地理解了有理数减法法则，也给笔者留下深刻的印象。因此将有理数的减法（一）教学感受写出来与大家进行交流。

2. 教学实录

在B2教室教学过程中，课题的引入是按照预定的方式进行的。

根据学生的生活经历，课题的引入尽量与学生的生活实际相联系，这有利于在教学过程中产生共鸣，达到教育的目的。温度是和我们生活密切相关的，所以采用我国不同城市在同一时间内的最高温度来引入。

2005年冬季的某天，我国四个城市的最高气温情况如表1：

表 1 2005 年冬季某日四座城市最高气温

城市	厦门	温州	北京	哈尔滨
最高气温	9℃	6℃	-2℃	-7℃

师：温州的最高气温比哈尔滨的最高气温高多少摄氏度呢？

生：温州的最高气温比哈尔滨的最高气温高 13 摄氏度。

师：如何用数学式子来表示呢？

生： $6 - (-7) = 13$ 。

师：6 与哪个数的和也是 13 呢？

生： $6 + 7 = 13$ 。

师： $6 - (-7) = 6 + 7 = 13$ 。

挑选两个你喜欢的城市计算它们的最高气温之差，并写出这样的算式。

师：仔细观察下列等式，它们有哪些共同特征？与你的同桌讨论一下。

$$9 - (-2) = 9 + 2 = 11$$

$$9 - (-7) = 9 + 7 = 16$$

$$6 - (-2) = 6 + 2 = 8$$

$$6 - (-7) = 6 + 7 = 13$$

$$-2 - (-7) = -2 + 7 = 5$$

生：减去一个数，等于加上这个数的相反数。

至此已经得到有理数的减法法则，接着应用有理数的减法法则作运算。

这样课上下来很顺，学生也理解了，作业完成得相当好。

在 B6 教室教学过程中，课题的引入原想还是按照预定的方式进行。

由于这个班级的投影仪出了故障，无法打开，而此时正式上课铃已经响起，在问候声之后，学生们的眼睛齐刷刷地看着我。

当时我面带微笑，但心里在想要是按照预定的方式进行肯定是不可能了，该怎么办？我心情异常的复杂、难受。大概过了三十秒左右，此时教室里鸦雀无声。

这时我在黑板上写了 $3-2=1$ 。

师：谁能用生活事例来解释这个式子吗？

生：买了3个苹果，吃了2个，还剩1个苹果。

这时我又在黑板上写了 $2-3$ 。

师：谁能用生活事例来解释这个表达式呢？

生：买了2个苹果，吃了3个。

生：这怎么可能呢？总共才两个苹果，哪能吃3个苹果呢？

师：刚才那位同学的解释不能令我们信服，谁能解释清楚？

生：家里原有一箱苹果，买了2个苹果，吃了3个，家里少了1个苹果。

师：那 $3-2=1$ 能用类似的方法去解释吗？

生：家里原有一箱苹果，买了3个苹果，吃了2个，家里多了1个苹果。

师：哪位同学还能用其他的生活事例来解释 $2-3$ 这个表达式？

生：赚了2元钱，花了3元钱，家里少了1元钱。

师：那 $3-2=1$ 能用类似的方法去解释吗？

生：赚了3元钱，花了2元钱，家里多了1元钱。

师：刚才同学们在解释 $2-3=-1$ 的过程中分别是多了2，又少了3，结果就是少了1。如果我们将多了2记为+2，那么少了3就记为-3； $2-3=2+(-3)=-1$ 。

再举几个例子：

$$2-4=2+(-4)=-2$$

$$5-3=5+(-3)=2$$

$$1-5=1+(-5)=-4$$

师：仔细观察上列等式，它们有哪些共同特征？与你的同桌讨论一下。

生：减去一个数，等于加上这个数的相反数。

至此已经得到有理数的减法法则，接着应用有理数的减法法则作运算。

这样课上下来很顺，学生思维非常活跃与兴奋，对知识的理解更深，作业完成得相当好。

3. 案例反思

(1) 以问题为出发点，唤起学生对知识的回忆。

虽然两节课都是设置一定的教学情景，但是两节课唤起学生对知识的回忆的深度、挖掘度不同：前一节课是沿着教师的设想设置问题；而后一节课是从学生的生活实际中引出话题，进行问题设置，学生有切身的体验——从而让学生产生情绪高昂和智力振奋的内心状态。因此在课堂教学中，不仅要确立问题为新课服务的意识，而且应始终关注学生对问题的不同认识，根据课堂上的具体情况和学生上课内容的反应做出相应的变动，而不是演事先准备好的教案剧。

(2) 以新课程理念为指导，创造性地使用教材。

新课程标准指出：教师可以不必拘泥于教材形式，可以不完全按教材教学，只要以新课程为依据，达到新课程规定的整体性理论和目标就可以了。同时指出教师要有独立性，要能根据自己的教学实际情况去创造性地运用教材。特别是后一节课的整个教学引入与教材都有明显的差异，这样开放性的处理使学生始终处于积极思考状态中，更能激发学生的学习积极性，学习效果必然更好。