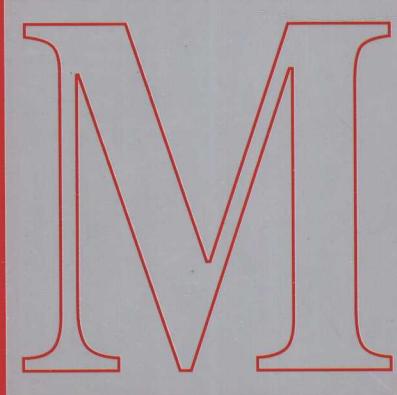


21世纪高等学校计算机**专业**实用规划教材

# 离散数学



金聪 郭京蕾 编著



清华大学出版社

21世纪高等学校计算机**专业**实用规划教材

# 离散数学

金聪 郭京蕾 编著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书以详尽和丰富的资料,全面介绍计算机科学与技术及相关专业所必需的离散数学知识。本书分为4篇。第1篇为数理逻辑,包括命题逻辑和谓词逻辑。第2篇为集合论,包括集合的概念和基本运算、关系和函数。第3篇是代数系统,包括代数系统一般性质和典型的代数系统。第4篇是图论,包括图的基本概念、欧拉图和哈密顿图及特殊图。各篇相对独立而又有机联系,讲解与证明力求严格完整。书中的例题、习题具有一定的典型性,内容深入浅出、通俗易懂,理论上具有完整性和系统性,易于教学,便于自学。

本书适合于不同层次和领域的学生及研究人员,可以作为高等院校计算机科学与技术及相关专业本科生和研究生的教材或教学辅导书目,也可以作为考研和相关专业技术人员的参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话: 010-62782989 13701121933

## 图书在版编目(CIP)数据

离散数学/金聪等编著. —北京: 清华大学出版社, 2010. 1

(21世纪高等学校计算机专业实用规划教材)

ISBN 978-7-302-20404-6

I. 离… II. 金… III. 离散数学—高等学校—教材 IV. O158

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 102141 号

责任编辑: 魏江江 顾冰

责任校对: 时翠兰

责任印制: 李红英

出版发行: 清华大学出版社

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座

<http://www.tup.com.cn>

邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175

邮 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者: 北京密云胶印厂

装 订 者: 北京市密云县京文制本装订厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 185×260 印 张: 17.25 字 数: 418 千字

版 次: 2010 年 1 月第 1 版 印 次: 2010 年 1 月第 1 次印刷

印 数: 1~3000

定 价: 25.00 元

---

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系  
调换。联系电话: (010)62770177 转 3103 产品编号: 033573-01

## 相关课程教材推荐

ISBN	书 名	定价(元)
9787302177852	计算机操作系统	29.00
9787302178934	计算机操作系统实验指导	29.00
9787302177081	计算机硬件技术基础(第二版)	27.00
9787302176398	计算机硬件技术基础(第二版)实验与实践指导	19.00
9787302177784	计算机网络安全技术	29.00
9787302109013	计算机网络管理技术	28.00
9787302174622	嵌入式系统设计与应用	24.00
9787302176404	单片机实践应用与技术	29.00
9787302172574	XML 实用技术教程	25.00
9787302147640	汇编语言程序设计教程(第 2 版)	28.00
9787302131755	Java 2 实用教程(第三版)	39.00
9787302142317	数据库技术与应用实践教程——SQL Server	25.00
9787302143673	数据库技术与应用——SQL Server	35.00
9787302179498	计算机英语实用教程(第二版)	23.00
9787302180128	多媒体技术与应用教程	29.50
9787302185819	Visual Basic 程序设计综合教程(第二版)	29.50

以上教材样书可以免费赠送给授课教师,如果需要,请发电子邮件与我们联系。

## 教学资源支持

敬爱的教师：

感谢您一直以来对清华版计算机教材的支持和爱护。为了配合本课程的教学需要,本教材配有配套的电子教案(素材),有需求的教师可以与我们联系,我们将向使用本教材进行教学的教师免费赠送电子教案(素材),希望有助于教学活动的开展。

相关信息请拨打电话 010-62776969 或发送电子邮件至 wejj@tup.tsinghua.edu.cn 咨询,也可以到清华大学出版社主页(<http://www.tup.com.cn> 或 <http://www.tup.tsinghua.edu.cn>)上查询和下载。

如果您在使用本教材的过程中遇到了什么问题,或者有相关教材出版计划,也请您发邮件或来信告诉我们,以便我们更好为您服务。

地址:北京市海淀区双清路学研大厦 A 座 708 计算机与信息分社魏江江 收

邮编:100084

电子邮件:wejj@tup.tsinghua.edu.cn

电话:010-62770175-4604

邮购电话:010-62786544

# 编审委员会成员

(按地区排序)

清华大学

周立柱 教授  
覃 征 教授  
王建民 教授  
刘 强 副教授  
冯建华 副教授

北京大学

杨冬青 教授  
陈 钟 教授  
陈立军 副教授  
马殿富 教授  
吴超英 副教授

北京航空航天大学

姚淑珍 教授

中国人民大学

王 珊 教授  
孟小峰 教授  
陈 红 教授

北京师范大学

周明全 教授

北京交通大学

阮秋琦 教授

北京信息工程学院

赵 宏 教授

北京科技大学

孟庆昌 教授

石油大学

杨炳儒 教授

天津大学

陈 明 教授

复旦大学

艾德才 教授

同济大学

吴立德 教授

华东理工大学

吴百锋 教授

华东师范大学

杨卫东 副教授

上海大学

苗夺谦 教授

东华大学

徐 安 教授

邵志清 教授

杨宗源 教授

应吉康 教授

陆 铭 副教授

乐嘉锦 教授

孙 莉 副教授

浙江大学	吴朝晖	教授
扬州大学	李善平	教授
南京大学	李 云	教授
	骆 畔	教授
	黄 强	副教授
南京航空航天大学	黄志球	教授
	秦小麟	教授
南京理工大学	张功萱	教授
南京邮电学院	朱秀昌	教授
苏州大学	王宜怀	教授
	陈建明	副教授
江苏大学	鲍可进	教授
武汉大学	何炎祥	教授
华中科技大学	刘乐善	教授
中南财经政法大学	刘腾红	教授
华中师范大学	叶俊民	教授
	郑世珏	教授
	陈 利	教授
国防科技大学	赵克佳	教授
中南大学	刘卫国	教授
湖南大学	林亚平	教授
	邹北骥	教授
西安交通大学	沈钧毅	教授
	齐 勇	教授
长安大学	巨永峰	教授
哈尔滨工业大学	郭茂祖	教授
吉林大学	徐一平	教授
	毕 强	教授
山东大学	孟祥旭	教授
	郝兴伟	教授
中山大学	潘小轰	教授
厦门大学	冯少荣	教授
仰恩大学	张思民	教授
云南大学	刘惟一	教授
电子科技大学	刘乃琦	教授
	罗 蕾	教授
重庆邮电学院	王国胤	教授
西南交通大学	曾华燊	教授

# 出版说明

---

随着我国改革开放的进一步深化,高等教育也得到了快速发展,各地高校紧密结合地方经济建设发展需要,科学运用市场调节机制,加大了使用信息科学等现代科学技术提升、改造传统学科专业的投入力度,通过教育改革合理调整和配置了教育资源,优化了传统学科专业,积极为地方经济建设输送人才,为我国经济社会的快速、健康和可持续发展以及高等教育自身的改革发展做出了巨大贡献。但是,高等教育质量还需要进一步提高以适应经济社会发展的需要,不少高校的专业设置和结构不尽合理,教师队伍整体素质亟待提高,人才培养模式、教学内容和方法需要进一步转变,学生的实践能力和创新精神亟待加强。

教育部一直十分重视高等教育质量工作。2007年1月,教育部下发了《关于实施高等学校本科教学质量与教学改革工程的意见》,计划实施“高等学校本科教学质量与教学改革工程(简称‘质量工程’)\”,通过专业结构调整、课程教材建设、实践教学改革、教学团队建设等多项内容,进一步深化高等学校教学改革,提高人才培养的能力和水平,更好地满足经济社会发展对高素质人才的需要。在贯彻和落实教育部“质量工程”的过程中,各地高校发挥师资力量强、办学经验丰富、教学资源充裕等优势,对其特色专业及特色课程(群)加以规划、整理和总结,更新教学内容、改革课程体系,建设了一大批内容新、体系新、方法新、手段新的特色课程。在此基础上,经教育部相关教学指导委员会专家的指导和建议,清华大学出版社在多个领域精选各高校的特色课程,分别规划出版系列教材,以配合“质量工程”的实施,满足各高校教学质量和教学改革的需要。

本系列教材立足于计算机专业课程领域,以专业基础课为主、专业课为辅,横向满足高校多层次教学的需要。在规划过程中体现了如下一些基本原则和特点。

(1) 反映计算机学科的最新发展,总结近年来计算机专业教学的最新成果。内容先进,充分吸收国外先进成果和理念。

(2) 反映教学需要,促进教学发展。教材要适应多样化的教学需要,正确把握教学内容和课程体系的改革方向,融合先进的教学思想、方法和手段,体现科学性、先进性和系统性,强调对学生实践能力的培养,为学生知识、能力、素质协调发展创造条件。

(3) 实施精品战略,突出重点,保证质量。规划教材把重点放在公共基础课和专业基础课的教材建设上;特别注意选择并安排一部分原来基础比较好的优秀教材或讲义修订再版,逐步形成精品教材;提倡并鼓励编写体现教学质量和教学改革成果的教材。

(4) 主张一纲多本,合理配套。专业基础课和专业课教材配套,同一门课程有针对不同层次、面向不同应用的多本具有各自内容特点的教材。处理好教材统一性与多样化,基本教材与辅助教材、教学参考书,文字教材与软件教材的关系,实现教材系列资源配置。

(5) 依靠专家,择优选用。在制定教材规划时要依靠各课程专家在调查研究本课程教

材建设现状的基础上提出规划选题。在落实主编人选时,要引入竞争机制,通过申报、评审确定主题。书稿完成后要认真实行审稿程序,确保出书质量。

繁荣教材出版事业,提高教材质量的关键是教师。建立一支高水平教材编写梯队才能保证教材的编写质量和建设力度,希望有志于教材建设的教师能够加入到我们的编写队伍中来。

21世纪高等学校计算机专业实用规划教材

联系人: 魏江江 [weijj@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:weijj@tup.tsinghua.edu.cn)



离散数学在计算机科学与技术研究中的作用越来越大。计算机科学与技术中普遍采用离散数学中的一些基本概念、基本思想、基本方法,使得计算机科学与技术更趋成熟。现代计算机科学与技术中,如果不了解离散数学的基本内容,很难在计算机研究领域立足。目前,离散数学已成为计算机科学与技术及相关专业的一门核心、骨干课程,是计算机科学与技术的基础理论之一,是一门重要的专业基础课。

离散数学的研究对象是离散量的结构及相互关系。它在计算机科学与技术、信息科学和工程领域有着广泛的应用,同时也是许多专业课的重要先导课程。程序设计语言、数据结构与算法、操作系统、数据库技术、编译原理、可计算性与计算复杂性理论、数值与符号计算、计算机图形学、人工智能与机器人等都是以离散数学为基础的。通过离散数学的学习,不但可以使学生掌握处理离散结构的描述工具和方法,为后继课程的学习创造条件,而且可以提高学生的抽象思维能力和严格的逻辑推理能力,为将来参与创新性研究打下坚实的基础,为从事技术开发提供重要工具。

作者从事离散数学教学多年,在长期的教学实践中积累了较为丰富的教学经验,形成了较成熟的讲义。在此基础上,按照计算机科学与技术专业教学大纲的基本要求,认真整理并撰写了本教材。在教材内容的组织与安排上,不仅考虑理论体系的完整性和统一性,也注重计算机科学与技术专业的实际需求,以适应计算机科学与技术的飞速发展。本书包括4篇,各篇的内容都很丰富,均可独立成书。本教材按照教学实际与教学课时,仅将最基本、最重要的内容选入,并努力做到简明扼要、深入浅出。作为专业基础理论课,力求通过该门课的学习,使学生把握学科的框架。

离散数学中的许多概念较为抽象,学生难以接受,本书通过大量例题从不同角度对这些概念进行说明,帮助学生理解。另外,作者对全书各部分内容的先后顺序进行了认真的研究和精心安排,使教材的结构更合理,语言更通俗易懂,学生更容易理解。本书每章均配有大量习题。

本书适合于不同层次和领域的学生及研究人员,可以作为高等院校计算机科学与技术及相关专业本科生和研究生的教材或教学辅导书目,也可以作为考研和相关专业技术人员的参考书。

参加本教材编写的人员有郭京蕾(第1篇)、金聪(第2篇、第3篇、第4篇)。金聪承担了全书的策划、修改和定稿工作,最后由金聪审阅全部书稿。

作者感谢左孝凌、耿素云、陈莉、屈婉玲、朱洪等许多专家学者,正是通过讲授他们的教

材使本书作者受益匪浅,同时本书也吸取了这些教材中的精华。在全书的撰写过程中,得到了清华大学出版社编辑们的大力支持,在此对他们的辛勤劳动表示深深谢意!

作者诚恳地期待读者对本教材的批评指正。

V

金 聪

华中师范大学计算机科学系

2009年7月26日于武汉

# 目 录

## 第1篇 数理逻辑

第1章 命题逻辑.....	3
1.1 命题与连接词 .....	3
1.1.1 命题的概念.....	3
1.1.2 逻辑连接词.....	4
1.2 命题公式及命题公式的翻译 .....	7
1.2.1 命题公式.....	7
1.2.2 命题的翻译.....	7
1.2.3 命题公式的解释.....	8
1.3 等价公式及公式的分类.....	10
1.3.1 等价公式的定义和性质 .....	10
1.3.2 基本等价公式 .....	11
1.3.3 置换规则 .....	11
1.3.4 公式的分类 .....	12
1.4 蕴含式与对偶式.....	14
1.4.1 蕴含式 .....	14
1.4.2 对偶式 .....	16
1.5 其他连接词与最小连接词组.....	18
1.5.1 其他连接词 .....	18
1.5.2 最小连接词组 .....	19
1.6 范式.....	20
1.6.1 简单合取式与简单析取式 .....	21
1.6.2 公式的范式 .....	21
1.7 公式的主范式.....	22
1.7.1 主析取范式 .....	23
1.7.2 主合取范式 .....	25
1.7.3 主析取范式与主合取范式之间的关系 .....	28



1.7.4 主范式的应用 .....	29
1.8 推理理论 .....	29
1.8.1 有效论证 .....	30
1.8.2 推理方法 .....	30
习题 .....	34
<b>第 2 章 谓词逻辑 .....</b>	<b>38</b>
2.1 谓词逻辑的基本概念 .....	38
2.1.1 个体、谓词 .....	38
2.1.2 命题函数 .....	39
2.1.3 量词 .....	39
2.2 谓词公式与翻译 .....	40
2.2.1 谓词公式 .....	40
2.2.2 谓词公式的翻译 .....	41
2.3 约束变元与自由变元 .....	42
2.4 谓词演算的等价式及蕴含式 .....	44
2.4.1 量词的转换律 .....	44
2.4.2 量词辖域的扩张律与收缩律 .....	45
2.4.3 量词的分配律 .....	46
2.4.4 多个量词的使用 .....	47
2.5 前束范式 .....	48
2.6 谓词演算的推理理论 .....	50
2.6.1 推理规则 .....	50
2.6.2 推理实例 .....	51
习题 .....	55

## 第 2 篇 集合论

<b>第 3 章 集合的基本概念和运算 .....</b>	<b>61</b>
3.1 集合的基本概念 .....	61
3.2 集合的基本运算 .....	63
3.2.1 集合的运算 .....	63
3.2.2 集合运算算律 .....	65
3.3 集合中元素的计数 .....	66
3.3.1 容斥原理 .....	66
3.3.2 容斥原理实例 .....	69
3.4 笛卡儿乘积 .....	70

3.4.1 有序对 .....	70
3.4.2 笛卡儿积 .....	71
3.4.3 $n$ 阶笛卡儿积 .....	73
习题 .....	74
<b>第 4 章 关系 .....</b>	<b>77</b>
4.1 关系的概念 .....	77
4.2 关系的表示与性质 .....	79
4.2.1 关系的矩阵表示 .....	79
4.2.2 关系的图形表示法 .....	79
4.2.3 关系的性质 .....	80
4.3 关系的运算 .....	81
4.3.1 关系的逆运算 .....	81
4.3.2 关系的合成运算 .....	83
4.4 关系的闭包运算 .....	86
4.5 相容关系与覆盖 .....	91
4.5.1 关系图法 .....	93
4.5.2 关系矩阵法 .....	93
4.6 等价关系与划分 .....	94
4.7 偏序关系 .....	96
习题 .....	100
<b>第 5 章 函数 .....</b>	<b>106</b>
5.1 函数的基本概念和性质 .....	106
5.1.1 函数的定义 .....	106
5.1.2 函数的性质 .....	108
5.2 函数的复合与反函数 .....	113
5.2.1 函数的复合运算 .....	113
5.2.2 函数的逆运算 .....	115
习题 .....	118

### 第 3 篇 代数系统

<b>第 6 章 代数系统一般性质 .....</b>	<b>123</b>
6.1 二元运算及其性质 .....	123
6.1.1 二元运算 .....	123
6.1.2 二元运算律 .....	125
6.1.3 二元运算特殊元 .....	126
6.1.4 二元运算实例 .....	128



6.2 代数系统 .....	130
6.3 代数系统的同态与同构 .....	132
6.3.1 同态与同构 .....	132
6.3.2 同态与同构实例 .....	133
6.3.3 同态与同构的性质 .....	136
6.4 同余关系与商代数 .....	136
6.4.1 同余关系 .....	136
6.4.2 商代数 .....	137
习题 .....	137
<b>第 7 章 典型的代数系统 .....</b>	<b>141</b>
7.1 半群与群 .....	141
7.1.1 半群与独异点 .....	141
7.1.2 群的定义与性质 .....	144
7.1.3 子群 .....	147
7.1.4 陪集与拉格朗日定理 .....	150
7.1.5 正规子群与商群 .....	155
7.1.6 群的同态与同构 .....	157
7.1.7 循环群 .....	158
7.1.8 置换群 .....	161
7.2 环和域 .....	164
7.2.1 环的定义 .....	164
7.2.2 整环与域 .....	165
7.2.3 环的性质 .....	166
7.2.4 子环、理想与商环 .....	168
7.3 格与布尔代数 .....	169
7.3.1 格的定义与性质 .....	169
7.3.2 子格与格同态 .....	172
7.3.3 分配格 .....	174
7.3.4 有补格 .....	175
7.3.5 布尔代数 .....	175
习题 .....	178
<b>第 4 篇 图 论</b>	
<b>第 8 章 图 .....</b>	<b>185</b>
8.1 图的基本概念 .....	185
8.1.1 图的定义 .....	185
8.1.2 子图 .....	190

8.1.3 图的同构	191
8.1.4 图的运算	192
8.2 图的连通性	193
8.2.1 通路和回路	193
8.2.2 图的连通性	195
8.2.3 图的连通度	198
8.3 图的矩阵表示	200
8.3.1 图的关联矩阵	200
8.3.2 图的邻接矩阵	201
8.3.3 图的可达矩阵	204
习题	206
<b>第 9 章 欧拉图和哈密顿图</b>	<b>209</b>
9.1 欧拉图	209
9.1.1 欧拉图的引入和定义	209
9.1.2 欧拉图的判定	211
9.1.3 欧拉图的难点	214
9.1.4 欧拉图的应用	215
9.2 哈密顿图	219
9.2.1 哈密顿图的引入和定义	219
9.2.2 哈密顿图的判定	220
9.2.3 哈密顿图的难点	226
9.2.4 哈密顿图的应用	227
习题	229
<b>第 10 章 特殊图</b>	<b>233</b>
10.1 树	233
10.1.1 树的定义与性质	233
10.1.2 生成树	236
10.1.3 最小生成树	237
10.1.4 根树定义与分类	239
10.1.5 最优树与哈夫曼算法	242
10.2 二分图	243
10.2.1 二分图的引入和定义	243
10.2.2 二分图的判定	243
10.2.3 匹配	245
10.3 平面图	249
10.3.1 平面图的引入和定义	249
10.3.2 平面图的欧拉公式	251

10.3.3 平面图判定 .....	253
10.3.4 平面图的对偶图 .....	253
10.3.5 平面图的可着色性 .....	254
10.3.6 平面图的应用 .....	256
习题 .....	256
参考文献 .....	259

# 第1篇 数理逻辑

---

逻辑学是一门研究人的思维形式和规律的学科。根据研究的对象和方法进行分类，逻辑学可分为形式逻辑、辩证逻辑和数理逻辑三大类。数理逻辑是数学的一个分支，它用数学的方法研究推理的过程。推理是从一种判断推出另一种判断的思维过程。数学方法是指采用一套符号、公式表示体系，使用已有的数学成果和方法，尤其是形式化的公理方法，对具体事物进行抽象的形式化研究。数理逻辑方法具有表达简洁、推理方便、概括性好、易于分析等优点。

数理逻辑和计算机科学有许多重合之处，如计算机科学中的程序语言学、语义学、形式化方法学等研究是从模型论衍生而来，同时计算机科学在自动定理证明、逻辑编程等方面的成绩对逻辑学研究做出了贡献。

数理逻辑的两个最基本的也是最重要的组成部分，就是“命题逻辑”和“谓词逻辑”。

命题逻辑是研究关于命题如何通过一些逻辑连接词构成更复杂的命题以及逻辑推理的方法。命题是指具有具体意义又能判断它是真还是假的句子。谓词逻辑把命题的内部结构分析成具有主语和谓语的逻辑形式，由含有常量和变元的逻辑公式、逻辑连接词和量词构成谓词公式，然后研究谓词公式之间的逻辑推理关系。

数理逻辑最近还发展了许多新的分支，如递归论、模型论等。递归论主要研究可计算性的理论，它和计算机的发展和应用有密切的关系。模型论主要是研究形式系统和数学模型之间的关系。

数理逻辑近年来发展特别迅速，主要原因是这门学科对于数学其他分支如集合论、数论、代数、拓扑学等的发展有重大的影响，特别是对计算机科学的发展起了推动作用。反过来，其他学科的发展也推动了数理逻辑的发展。

总之，这门学科的重要性已经十分明显，它已经引起了很多人的关心和重视。

本篇介绍命题逻辑和谓词逻辑。