

义务教育课程标准实验教科书

数学

教师用书

九年级（上册）

《新时代数学》编写组 编

上海科学技术出版社

义务教育课程标准实验教科书

数学

教师用书

九年级（上册）

《新时代数学》编写组 编

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

义务教育课程标准实验教科书数学教师用书 九年级
(上册)/《新时代数学》编写组编. —上海: 上海科学技术出版社, 2009. 7

ISBN 978-7-5323-9918-5

I. 义… II. 新… III. 数学课-初中-教学参考资料
IV. G633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 113401 号

上海世纪出版股份有限公司 出版、发行
上海科学技术出版社

(上海钦州南路 71 号 邮政编码 200235)

新华书店发行 合肥义兴印务有限责任公司印刷

开本 787×1092 1/16 印张 12 字数: 260 000

2009 年 8 月第 1 版 2009 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5323-9918-5

定价: 22.50 元(附光盘)

版权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究
如发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换

电话: (0551)3355286 邮编: 230051

目 录

致 教 师 1

第 22 章 二次函数与反比例函数 3

第一部分 整章分析 3

第二部分 分节建议 8

22.1 二次函数 (3) ... 9

22.2 二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质
..... (6) ... 12

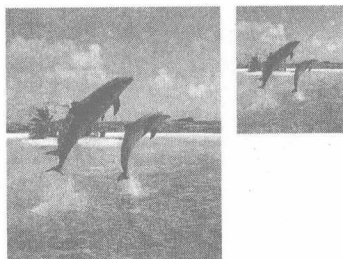
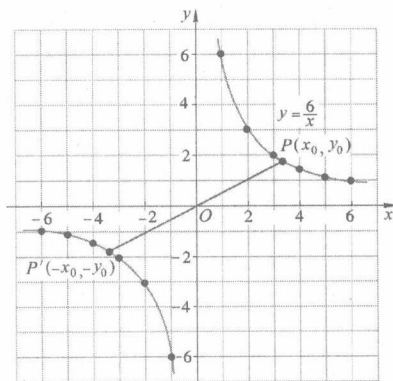
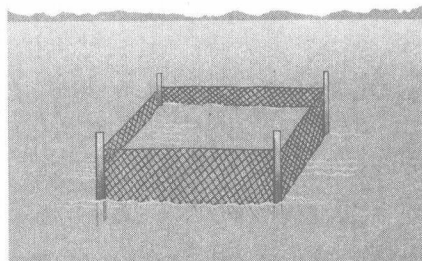
22.3 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象
和性质 (11) ... 17

22.4 二次函数与一元二次方程 (26) ... 32

22.5 二次函数的应用 (31) ... 37

22.6 反比例函数 (37) ... 43

第三部分 课程资源 58



第 23 章 相似形 74

第一部分 整章分析 74

第二部分 分节建议 78

23.1 比例线段 (53) ... 79

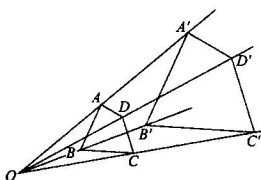
23.2 相似三角形的判定 (67) ... 93

23.3 相似三角形的性质 (78) ... 104

23.4 相似多边形的性质 (83) ... 109

23.5 位似图形 (87) ... 113

第三部分 课程资源 125



第 24 章 解直角三角形 143

第一部分 整章分析 143

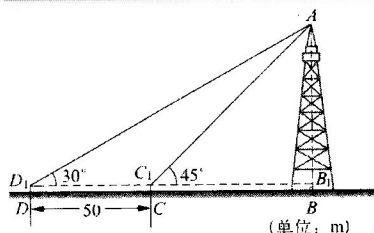
第二部分 分节建议 147

24.1 锐角的三角函数 (100) ... 148

24.2 锐角的三角函数值 (105) ... 153

24.3 解直角三角形及其应用 (111) ... 159

第三部分 课程资源 175



这套《义务教育课程标准实验教科书·数学教师用书(七~九年级)》，由《新时代数学》编写组组织编写，供实验教师教学时参考使用。本套教师用书共分六册，每册按章编排，内容与教材内容相对应。教师用书中每章的主要内容如下：

第一部分 整章分析。主要内容有本章教学目标、设计思路(内容体系,重点和难点,教科书特点)、课时安排建议、教学建议和评价建议等。

第二部分 分节建议。这部分印有教科书相应章节的正文。正文两旁印有旁白,内容包括对教科书正文的注释、练习(习题)答案、知识点说明等;教科书正文下部是按小节对教学内容的分析,包括教学目标、内容分析、教学建议等。

第三部分 课程资源。包括教学链接、参考教案和本章评价测试卷等。其中:教学链接是提供给教师用于备课的辅助素材或业务提高的学习资料;参考教案是对教材中重点内容设计的教学案例,供教师备课或教学时参考;评价测试卷是提供给教师用于本章评价与检测时参考的。

这本九年级(上册)教师用书,内容包括“二次函数与反比例函数”“相似形”和“解直角三角形”三章。各章教学时间安排大致如下(仅供参考):

第 22 章 二次函数与反比例函数	约 23 课时
第 23 章 相似形	约 21 课时
第 24 章 解直角三角形	约 12 课时

准确地理解与把握《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》的精神,是有效地使用教材和教师用书的前提。要认真学习《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》相关内容,把握其基本理念、教学目标和实施建议;认真钻研与分析教材,掌握教学内容的基本要求;认真研究自己学生的实际。

教师用书是教师进行教学设计的参考资料,为教师备课与实施教学提供一些启示,帮助教师更好地把握教材内容和教学要求,教师应该根据自己对《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》精神和教科书的理解,结合教师用书对自己的启发,创造性地使用教

科书,设计出科学的更适合自己实际的教学方案.

参加本册教师用书编写的有刘德华、廖纯连、董建功、孔琳、龚维陆等,最后由教材编写组审阅统稿.

本册教科书及教师用书在使用过程中,先后有六安市、淮北市、马鞍山市的教研室分别召开了座谈会,邀请任课教师对教科书及教师用书提出批评与建议.六安市的孙继平、周先会、吴正国、谢宗华;淮北市的伯巧云、王家友、黄立亮、薛盘云、张继亮、孙云海、朱格俊、鲁彦、孙启华、孟玉英、于建军及朔里实验中学、石台初中、南坪中学数学组;马鞍山市的刘会群、孙丽、陈长星、唐天博;池州市的胡根宝;蚌埠市的张艳;安庆市的邓高清;阜阳市于军委等提出了许多好的意见.在分析了师生意见后,邀请阜阳市庞彦福、马红、徐静、郑仁玉等老师与编写组一起对教师用书进行了认真的修改与补充.在此对所有关心、支持教材改革的教师和同学表示衷心的感谢.

教材建设与教师用书的编写是一项系统性的科研工程,有一个不断完善的过程,需要广大一线教师和教学研究人员的大力支持与帮助.我们热忱欢迎广大师生及教研人员的参与,十分珍视你们的建议与意见.我们的联系方式是:ahjksx@126.com.

义务教育课程标准实验教科书
《新时代数学》编写组

第22章

二次函数与反比例函数

第一部分 整章分析

一、教学目标

1. 经历从实际问题中抽象出两个变量之间的二次函数、反比例函数关系的过程,进一步体验用数学的方法描述变量之间的数量关系.

2. 能画出二次函数、反比例函数的图象,并能根据图象、函数关系式对二次函数、反比例函数的性质进行分析,积累研究函数性质的经验.

3. 能根据二次函数关系式确定二次函数的开口方向、对称轴和顶点坐标.能根据不共线三点坐标,确定二次函数的关系式.

4. 理解一元二次方程与二次函数的关系,并能利用二次函数的图象求一元二次方程的近似根.

5. 能利用二次函数、反比例函数解决实际问题,能对变量的变化趋势进行预测,领悟用函数观点解决某些实际问题的基本思路,体会函数是刻画现实世界中变化规律的重要数学模型.

6. 逐步提高观察和归纳分析能力,体验数形结合的数学思想方法.

* 7. 知道给定不共线三点的坐标,可以确定一个二次函数.巩固解三元一次方程组的知识.

二、设计思路

1. 内容体系

函数是在探索具体问题中数量关系和变化规律的基础上抽象出的重要数学概念,是研究现实世界变化规律的重要数学模型.学生在八年级上册中已学习过函数及“一次函数”等内容,对函数已经有了初步的认识,在此基础上讨论二次函数和反比例函数及其性质可以进一步领悟函数的概念并积累研究函数性质的方法及用函数观点处理实际问题的经验.

在内容的安排上,从实际问题中抽象出二次函数和反比例函数的概念及其

* 选学内容.

关系式后,经历列表、描点、作图等活动,逐步认识这些函数.函数的图象具体展现了函数的整体直观形象,为学生探索二次函数和反比例函数的性质提供了直觉背景.最后讨论了二次函数和反比例函数的某些应用,使学生进一步掌握学习研究函数的基本方法,提高学生分析问题、解决问题的能力.

2. 重点和难点

本章的重点是进一步理解函数的意义,理解二次函数和反比例函数的图象及其有关性质,能用待定系数法确定函数关系式,能利用二次函数和反比例函数的图象和性质解决简单的实际问题,进一步体会函数与方程之间的关系.

本章的难点是利用函数的图象求方程的解,以及利用二次函数和反比例函数的图象和性质解决简单的实际问题.

3. 教科书特点

本章通过大量丰富的现实背景,通过学生感兴趣的、多学科的问题,使学生感受二次函数和反比例函数的意义,感受数学与实际生活的广泛联系和应用价值.同时,本章还设置了大量的操作、思考、交流等栏目,通过学生的动手、动脑和合作与交流,获得相应的知识和技能,积累应用函数解决问题的经验.

(1) 通过分析实际问题,用关系式表示实际问题中数量关系的过程,引出二次函数和反比例函数的概念.在函数概念的学习过程中,要求学生进行符号语言和图形语言的相互转换.理解二次函数和反比例函数的概念和意义时,要求学生在头脑中构建一个情景(表格、图象或函数关系式),用表格、函数关系式、图象等多种方法表示函数,使学生体会函数的各种表示方法之间的联系和特点.

(2) 教科书对二次函数和反比例函数的总体内容的呈现都经历了概念的抽象、图象和性质的研究以及图象和性质在数学和实际生活中的应用等过程.对二次函数和反比例函数的图象和性质的研究,经历了从简单到复杂、从特殊到一般的过程,渗透了从特殊到一般、分类讨论的数学思想方法,使学生在学到数学知识的同时,更学到了研究问题的方法.

对函数性质的认识,在初中数学里主要是凭图直观.到高中后,才逐步用代数、分析的方法去研究函数一些重要性质(如单调性、奇偶性、周期性、拐点、极值等).本章是初中阶段最后一次研究函数的内容,方法也和以前一样,先画图,再通过图象去认识一些相关的性质.

在二次函数中,先画 $y=x^2$ 的图象(作为 22.2 节的例 1),这个特例虽然很简单,但务必要让学生充分领会、并牢固地掌握它的性质,这个例题是整个二次函数图象及性质的研究基础.接着在 22.2 节的例 2 及其后的练习、思考中,安排了 $|a|$ 大小及 a 的符号对 $y=ax^2$ 的图象及性质的影响.这一段(例 2 后直至习题 22.2 前),有意安排了“交流”“练习”“思考”“练习”,目的是让学生能真正参与、探讨、思考.然后自己在归纳总结中得出结论,这样,学生才会有深刻印象.

有了 22.2 节作基础,接下来的 22.3 节里,通过图象平移(先上下平移、再左右平移,最后是两者的合成),完成从 $y=ax^2$ 到 $y=ax^2+bx+c$ 的变换.从而解决了对一般二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的画图与性质的认识.这一节的重点是让学生通过具体例子的对比,领会如何进行平移.

这两节在一起,对二次函数图象与性质的研究,应该给我们一些启示:往往先研究一些特殊事例,当我们遇到一般情形时,那就看能否将一般情况转化为特殊事例.

(3) 教科书重视对学生识图能力的培养和数形结合数学思想方法的渗透.建立一元二次方程的求解问题与二次函数之间的联系,利用二次函数的图象求一元二次方程的近似根.

本套教科书重视数学知识内在规律和联系.在七年级讲一次函数时,就专门安排了以一次函数的观点来统一认识一元一次方程、一元一次不等式.一元一次方程与一元一次不等式的解集,实际上可以看作一次函数的函数值为零与非零(正值或负值)时,自变量的值.

这章,讲二次函数时,当然也会有同样的问题.22.4节教学时,应该强调向学生指出:相应的函数与方程、不等式之间的关系.重点不在用图象法解一元二次方程.至于书上介绍了用图象法求一元二次方程解的例题,这也只是让学生了解方程与函数关系.因为,求近似解,在高中还要介绍“二分法”,并且只有学过微积分后,才能真正讲清这样解法的道理.至于用二次函数观点了解一元二次不等式的解的问题,因为《课程标准》中初中不介绍一元二次不等式的求解,所以,本套教科书只在22.4节中的例子后面,安排一个“阅读与思考”活动,目的是让学有余力的学生,结合图象,类比一次函数,去学会求 $y=x^2+2x-1>0$ 和 $y=x^2+2x-1<0$ 时, x 的取值范围.

(4) 教科书的突出特点是注重学生参与操作、分析、归纳等过程,最后得出结论.虽然学生在学习本章内容前已经学习了一次函数的有关知识,但是学生还不能由理性的思考与严密的逻辑证明来获取函数的知识,所以教材安排了画图、观察、比较、猜想、归纳等实践活动,让学生感悟二次函数和反比例函数的概念、变量之间的关系.同时教材在每个知识点的展示都是从实际情景开始的,通过学生的自主探索获取知识.

三、课时安排建议

本章教学约需 23 课时,具体分配如下:

22.1 二次函数	2 课时
22.2 二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质	2 课时
22.3 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象和性质	7 课时
22.4 二次函数与一元二次方程	3 课时
22.5 二次函数的应用	4 课时
22.6 反比例函数	3 课时
小结·评价	2 课时

四、教学建议

1. 创设丰富的实际情景,注重数学概念的形成过程和对概念意义的理解
教学中要恰当地创设丰富的实际情景,充分利用学生已有的生活经验和背

景知识,通过举例、说理、讨论等活动,力求使学生体验如何用数学的眼光来审视某些实际现象.

二次函数和反比例函数概念的形成,是从感性认识到理性认识的转化过程.概念建立后,即已摆脱其原型成为数学对象(有经验支撑的数学知识),此时应转向对其数学意义的理解,从而进行更深层次的研究.

2. 注重创设学生自主探索与合作交流的环境

在本章的教学中,教师要充分利用教科书提供的素材和活动以及知识间的内在联系,鼓励学生经历操作、观察、思考、交流等过程,运用不同的方式探索研究二次函数和反比例函数的性质.要给学生留有较充分的时间和空间,让他们对图象进行观察和交流,鼓励学生用自己的语言对观察和概括得到的结论进行充分的表达和描述.在这一过程中,要允许学生的表述不完整、不准确,通过交流、讨论,相互补充和修正,取得共识.

有条件的地区或学校,应尽量采用现代教育技术手段,如用计算机展示函数的图象,形象地显示图形的变化与发展趋势,从而提高教学的效果和质量.

3. 尊重学生的个体差异

学生在认知方式、动手能力、语言表达和思维方式等方面存在差异.教师要及时了解并尊重学生的个体差异,以满足多样化的学习需要.教学过程中要鼓励学生多动手、动脑、动口,鼓励学生解决问题策略的多样化,尊重学生在解决问题的过程中表现出来的差异.对于学习有困难的同学,教师要及时给予帮助和指导,鼓励他们主动参与学习活动、自主解决问题,让他们敢于发表自己的见解,在与他人的交往中学会选择合适的解题策略,丰富数学活动的经验,发展数学能力.

4. 经历数学知识的应用和对问题的分析过程,注重对学生解决问题能力的培养

从实际背景下抽象出的二次函数和反比例函数的概念以及图象和性质必须经过具体的应用才能得到深刻理解.可以通过用函数的性质比较大小、解方程、解不等式等,加强对函数概念的理解.用函数观点处理实际问题的关键在于分析实际情景,建立函数模型,并进一步提出明确的数学问题.利用图象法求一元二次方程的近似根,重要的是这种求解方程的思路,应该使学生经历这样的求解过程.此外,解决实际问题时,还要引导学生体会知识之间的联系以及知识的综合运用.

5. 注意在教学过程中渗透数学思想方法

数学思想方法是数学的精髓和灵魂.本章教科书对二次函数的图象和性质的研究,经历了从简单到复杂、从特殊到一般的过程,渗透了从特殊到一般的数学方法,同时也培养了学生数形结合的意识,渗透了数形结合的思想方法.而在研究反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象和性质时,教科书从 $k < 0$ 和 $k > 0$ 两种情况展开,引导学生研究不同情形下函数的图象和性质,渗透了分类讨论的数学

思想方法. 教学中力求使学生理解并能初步应用这些方法解决一些简单的问题. 此外, 本章还体现了数学建模的思想、转化的数学思想方法和类比的方法等.

五、评价建议

1. 关注学生在学习的过程是否积极投入, 是否乐于交流与合作, 并在活动中表现出良好的分析、推理和表达能力. 例如, 在进行二次函数图象之间或表达式之间的比较时, 是否思路清楚、表达合理, 从而能够顺理成章地得到二次函数图象的对称轴和顶点坐标公式. 教师应在教与学的过程中, 了解学生数学活动中情感与智力的参与程度和达标的水平, 及时进行归纳分析, 有针对性地加以积极引导和激励. 同时, 利用诊断结果不断改进自己的教学.

2. 关注学生对基础知识、基本技能的掌握, 以及应用这些知识解决问题的能力.

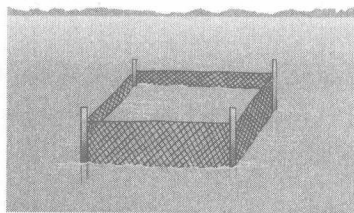
3. 关注数学活动对学生发展的影响. 关注学生能否从函数图象中敏锐地获取函数的相关信息, 是否善于对实际问题进行分析, 并灵活运用有关知识解决问题. 同时, 还要关注并追踪这些活动所引起的学生的持久变化.

4. 恰当地评价学生个性化的学习. 教学中, 教师要充分关注学生的个性差异, 尊重学生的个性差异, 发挥好评价的激励作用, 注意保护每位学生的自尊心和自信心. 允许学生在寻求解题方法、动手操作、语言表述等方面表现出不同的水平, 让不同的学生得到不同的发展.

第二部分 分节建议

第 22 章

二次函数与 反比例函数



某水产养殖户用长 40 m 的围网, 在水库中围一块矩形的水面, 投放鱼苗. 设此矩形水面的长为 x m, 面积为 S m². 那么, S 与 x 之间有怎样的函数关系? 要使围成的水面面积最大, 它的长应是多少米?

$$S = x(20 - x).$$

当围成的水面面积为 90 m² 时, 它的宽 y 与长 x 之间又有怎样的函数关系?

$$y = \frac{90}{x}.$$

本章我们将学习两种函数——二次函数与反比例函数, 并应用它们解决一些简单的现实问题.

- 22.1 二次函数
- 22.2 二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质
- 22.3 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象和性质
- 22.4 二次函数与一元二次方程
- 22.5 二次函数的应用
- 22.6 反比例函数

22.1 二次函数

问题 1 某水产养殖户用长 40 m 的围网,在水库中围一块矩形的水面,投放鱼苗(图 22-1).要使围成的水面面积最大,它的长应是多少米?

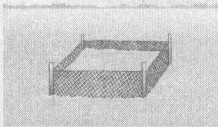


图 22-1

要解决上面的问题就需研究围成的矩形水面面积与其长之间的关系.

设围成的矩形水面的长是 x m,那么,矩形水面的宽应为 $(20 - x)$ m,它的面积是 S m²,则

$$S = x(20 - x).$$

问题 2 一种商品售价为每件 10 元,一周可卖出 50 件.市场调查表明:这种商品如果每件涨价 1 元,每周要少卖 5 件;每件降价 1 元,每周要多卖 5 件.已知该商品进价每件为 8 元,问每件商品涨价多少,才能使每周得到的利润最多?

设每件商品涨价 x 元,每周获得的利润为 y 元,那么, y 关于 x 的函数关系式应是怎样的呢?

涨价后,每件商品售价为 $(10 + x)$ 元,一周可卖出 $(50 - 5x)$ 件,每周获得的利润应为

$$y = (10 + x)(50 - 5x) - 8(50 - 5x).$$

问题 1 中的函数关系式为

$$\begin{aligned} S &= x(20 - x) \\ &= -x^2 + 20x. \end{aligned}$$

问题 2 中的函数关系式为

$$\begin{aligned} y &= (10 + x)(50 - 5x) - 8(50 - 5x) \\ &= -5x^2 + 40x + 100. \end{aligned}$$

这里 x 的取值有什么限制?

本节通过实际情景,让学生归纳出二次函数的概念,并从中体会函数的模型思想.

矩形水面的周长是 40 m,则矩形的长、宽之和为 20 m,设围成的水面的长是 x m,那么 x 的取值会有一定的限制,即 $0 < x < 20$.

如按每件商品降价 1 元,每周要多卖 5 件办法处理.可设每件商品降价 x 元,每周获利 y 元,则有

$$\begin{aligned} y &= (10 - x)(50 + 5x) - 8(50 + 5x) \\ &= -5x^2 - 40x + 100. \end{aligned}$$

【教学目标】

1. 经历探索和表示二次函数关系的过程,获得用二次函数表示变量之间关系的体验.
2. 知道实际问题中存在的二次函数关系中,对自变量的取值范围可能有不同的要求.

【内容分析】

本节从实际问题入手,结合学生已有的知识经验观察、归纳出二次函数的概念,以及二次函数的一般表达式 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数,且 $a \neq 0$),并使学生从中体会函数的思想.

教学重点: 二次函数的概念.

教学难点: 具体地分析、确定实际问题中函数关系式.

鼓励学生自己举出一些二次函数的例子.

练习答案

- (1) $2\pi r$, 一次;
(2) πr^2 , 二次.
- (2)、(3)、(4) 是二次函数.

习题 22.1 答案

- $y = 3x^2 - 1$, $y = 5x^2 - 2x$, $y = -2x^2 + x - 1$,
 $y = x^2$ 是二次函数.

这两个问题中,函数关系是用自变量的二次式表示的.

一般地,形如 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数,且 $a \neq 0$) 的函数叫做二次函数(quadratic function),其中 x 是自变量.

二次函数自变量的取值范围一般都是全体实数,但是在实际问题中,自变量的取值范围应使实际问题有意义.如问题 1 中, $0 < x < 20$, 因为矩形的长与宽之和是 20 m.

练习

- 设圆的半径为 r , 填空:
 - 这个圆的周长 $C =$ _____, 它是 r 的 _____ 函数;
 - 这个圆的面积 $S =$ _____, 它是 r 的 _____ 函数.
- 下列关系式中,哪些是二次函数?
 - 正常情况下,一个人在运动时所能承受的每分心跳的最高次数 b 与这个人的年龄 a 之间的关系为
 $b = 0.8(220 - a)$;
 - 圆锥的高为 h , 它的体积 V 与底面半径 r 之间的关系为
 $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ (h 为定值);
 - 物体自由下落时,下落高度 h 与下落时间 t 之间的关系为
 $h = \frac{1}{2}gt^2$ (g 为定值);
 - 导线的电阻为 R , 当导线中有电流通过时,单位时间所产生的热量 Q 与电流 I 之间的关系为
 $Q = RI^2$ (R 为定值).

习题 22.1

- 下列关系式中, x 为自变量,哪些是二次函数?
 $y = 3x^2 - 1$, $y = 5x^2 - 2x$, $y = -2x^2 + x - 1$,
 $y = 4 - x^3$, $y = \frac{1}{x^2}$, $y = 2x^2 + \frac{1}{x}$, $y = x^2$.

【教学建议】

1. 二次函数的概念是通过函数关系式来定义的,所以教学的过程中要充分利用教材呈现的实际背景,结合学生的生活实际,分清常量与变量、自变量与函数以及自变量的限制条件.

2. 问题 1 在学生完成表格的基础上,使学生体会到矩形水面的长、宽发生变化的时候,矩形的面积也随着发生变化,从而体会到建立变量之间关系的必要性.这一过程体现了从特殊到一般的数学思想,要留给学生思考的空间.

3. 问题 2 中的数量关系比较复杂,对部分学生可能会有一定的难度,教学时要引导学生弄清题目中各量之间的关系,让学生先独立思考,然后给学生足够的时间进行交流和讨论,帮助学生理解题目的意思.

4. 问题 1 和问题 2 中开始建立的自变量 x 和函数 y 之间的关系并不能发现什么规律,因此将等式的右边展开并按自变量的降幂排列是必要的,在此基础上让学生通过观察、归纳出二次函数的概念才符合学生的认知规律.

2. 正方形的边长为 5, 如果边长增加 x , 那么面积增加 y . 求 y 关于 x 的函数关系式.
3. 长方体的长与宽均为 x , 高为 8. 求长方体表面积 S 关于 x 的函数关系式.
4. 从已知半径为 R 的圆板上挖掉一个半径为 r ($r < R$) 的同心圆板. 求所剩圆环面积 S 关于 r 的函数关系式.
5. 在一块长为 35 m、宽为 20 m 的矩形空地上建立花坛, 如果在四周留出宽度为 x m 的小路, 中间花坛面积为 y m². 求 y 关于 x 的函数关系式, 并确定自变量 x 的取值范围.
6. 某商场今年一月份销售额为 50 万元, 二、三月份平均每月销售增长率为 x . 求三月份销售额 y 万元关于 x 的函数关系式.

2. $y = (x+5)^2 - 25$
 $= x^2 + 10x$
 $(x \geq 0).$
3. $S = 2x^2 + 32x$
 $(x > 0).$
4. $S = \pi R^2 - \pi r^2$
 $(0 < r < R).$
5. $y = (35-2x)(20-2x)$
 $= 4x^2 - 110x + 700$
 $(0 < x < 10).$
6. $y = 50(1+x)^2$
 $= 50x^2 + 100x + 50.$

5. 二次函数中自变量的取值范围是一切实数, 但是在实际问题中自变量的取值范围往往要受到一定的限制, 这个问题要给予关注.

6. 建立二次函数与一元二次方程的背景材料基本上是一致的, 常涉及的有矩形面积与边长关系; 按一定比率递增或递减的问题等, 类似问题 2 的背景稍难理解一些. 但问题 2 涉及日常经济生活方面内容, 是当前社会生活的重要方面, 目的是让学生关注社会.

7. 实际教学时, 如果觉得问题 1、2 学生较难理解, 可以将习题 22.1 中第 2、3、4 题, 让学生在课堂内阅读、议论, 得出关系式, 然后讲问题 1, 得出定义后, 再分析问题 2.

22.2 二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质

一次函数的图象是一条直线,二次函数的图象是什么形状呢?它有什么性质?

下面我们先来研究最简单的二次函数 $y = x^2$.

例 1 画出二次函数 $y = x^2$ 的图象.

解 列表: 由于自变量 x 可以取任意实数,因此以 0 为中心选 x 的一些值列表. [1]

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = x^2$...	9	4	1	0	1	4	9	...

描点: 根据上表中 x, y 的数值在平面直角坐标系中描点 (x, y) .

连线: 用平滑曲线顺次连接各点,得二次函数 $y = x^2$ 的图象,如图 22-2.

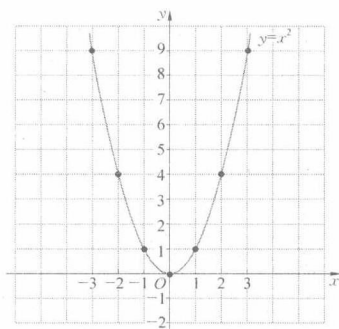


图 22-2

6 第 22 章 二次函数与反比例函数

[1] 列表时要合理选值,注意从函数关系式的特点出发,尽可能简便地计算对应的函数值,使描点更适当.由于 x 可以取任意实数,一般都要取正、负数.为计算方便,取较小整数较适宜.

[2] 相邻两点间,如能用线段连接,那么这两点就确定一条直线了.这里提出这个问题,是让学生体会“用平滑曲线”的意思.

[2] 描点后,相邻两点间能用线段连接吗?

【教学目标】

1. 经历探索二次函数 $y = ax^2$ 的图象的作法和性质的过程,获得利用图象研究函数性质的经验.
2. 利用描点法作出函数 $y = x^2$ 的图象,并能根据图象认识和理解二次函数 $y = x^2$ 的性质.
3. 能作出 $y = \pm \frac{1}{2}x^2$ 和 $y = \pm 2x^2$ 的图象,并比较它们与 $y = x^2$ 的图象的不同之处,初步体会二次函数关系式与

图象之间的联系.

【内容分析】

本节内容主要研究二次函数 $y = ax^2$ 在 a 取不同值时的图象,并引出抛物线的有关概念,在此基础上初步总结出这类抛物线的性质.

整个内容分四个层次:(1)例 1 是基础(这里 $a = 1$);(2)在例 1 基础上引入例 2,让学生领会 $|a|$ 大小影响开口张程度;(3)例 2 及其后的练习让学生领会 a 的正负影响开口方向;(4)最后的思考让学生通过例子归纳小结.

思考

[1]

观察二次函数 $y = x^2$ 的图象(图 22-2), 思考下列问题.

(1) 图象是轴对称图形吗? 如果是, 它的对称轴是什么?

(2) 图象有最低点吗? 如果有, 最低点的坐标是什么?

(3) 当 $x < 0$ 时, 随着 x 值的增大, y 的值如何变化? 当 $x > 0$ 时呢?

函数 $y = x^2$ 的图象是一条关于 y 轴对称的曲线, 这条曲线叫做抛物线(parabola). 实际上, 二次函数的图象都是抛物线. $y = x^2$ 的图象可以简称为抛物线 $y = x^2$.

由图 22-2 可知: 抛物线 $y = x^2$ 的开口向上; y 轴(直线 $x = 0$) 是它的对称轴; 对称轴与抛物线的交点是抛物线的顶点, 顶点的坐标为 $(0, 0)$; 从图上看, 抛物线 $y = x^2$ 的顶点也是图象的最低点, 也就是说, 当 $x \neq 0$ 时, 对应的函数值均大于 0; 当 $x = 0$ 时, 对应的函数值 $y = 0$ 是所有函数值中最小的值(这时可记作 $y_{\text{最小值}} = 0$).

例 2 在同一平面直角坐标系中, 画出二次函数

$y = \frac{1}{2}x^2$ 、 $y = 2x^2$ 的图象.

解 先列表:

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = \frac{1}{2}x^2$...	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	...
x	...	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	...
$y = 2x^2$...	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	...

再描点、连线; 即得两个函数的图象, 如图 22-3. [2]

22.2 二次函数 $y = ax^2$ 的图象和性质 7

[1] 思考内容对学生来说却要有一个认识的过程, 教学时要留给学生足够的时间观察、交流, 使学生消化、理解问题的实质, 为下面继续研究二次函数的图象和性质打好基础.

[2] 这里可以让学生把 $y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ 和 $y = 2x^2$ 的图象画在同一平面直角坐标系中, 以便于发现 a 的取值与图象之间的关系.

教学重点: 二次函数 $y = ax^2$ 的图象的作法.

教学难点: 根据图象归纳出二次函数 $y = ax^2$ 的性质.

【教学建议】

1. 指导学生类比一次函数图象的作法, 通过列表、描点、连线作出二次函数 $y = ax^2$ 的图象. 列表时, 自变量 x 值的选取可以让学生自己尝试, 在尝试中感受到对称性, 引导学生以 0 为中心对称地取值; 描点时, 向学生指出, 二次函数 $y = ax^2$ 中 x 的取值可以是一切实数, 实际画图时, 只能画出图象的一部分.

2. 抛物线 $y = ax^2$ 的顶点处函数值 y 取得最大值或最小值, 这一性质在今后的学习和解决实际问题中应用广泛, 应给以足够的重视.

3. 根据图象归纳二次函数 $y = ax^2$ 的性质要充分尊重学生的语言描述, 并提醒学生研究二次函数 $y = ax^2$ 的增减性质时要注意图象的对称性, 对称轴的左、右两边分别研究.