

电子光学

E. A. 范利白 著
B. И. 米留金

高等教育出版社

本書系根据苏联国立动力出版社 (Государственное энергетическое издательство) 出版的范利白 (Е. А. Вайнриб)、米留金 (В. И. Милютин) 所著的“电子光学”(Электронная оптика) 1951年版譯出的。

本書闡述几何电子光学的基础。卷首給出了簡短的光学知識, 随后詳細地研討了电子在电場和磁場中运动的定律以及各种类型的电子透鏡, 卷末叙述应用最广的电子光学仪器的作用原理和構造。

本書系供与电子束仪器和电子光学仪器有关的工程技術人員之用, 也可供电工学院的高年級学生参考。

电 子 光 学

Е. А. 范利白, В. И. 米留金著

沈庆核 陈俊美譯

高等教育出版社出版 北京琉璃廠170号

(北京市書刊出版業營業許可證出字第054号)

商務印書館上海廠印刷 新华書店总經售

統一書号 13010·401 开本 850×1168 1/32 印張 6 13/16 字數 160,000 印數 1—4,000
1958年1月第1版 1958年1月上海第1次印刷 定价(10) 1.00

目 录

緒論	1
第一章 几何光学的一些知識	4
1-1 光的傳播定律	4
1-2 光像和它的获得	10
1-3 光学仪器的像差和分辨率	18
第二章 电子在电場中	23
2-1 电子發射	24
2-2 电子在电場中的运动方程式	27
2-3 电場的电位分布	30
2-4 电子在均匀电場中的軌迹	33
2-5 电子在双曲面电場中的运动	38
第三章 电子在磁場中	44
3-1 磁場对运动电子的作用	44
3-2 电子在均匀磁場中的运动	45
3-3 电子在互相垂直的均匀电場和磁場中的运动	53
第四章 光学和力学的类似性	56
4-1 力学和几何光学之間的类似性	56
4-2 电子的波动性質	58
第五章 軸对称电場和磁場——同軸光学系統类似物	63
5-1 軸对称电場	63
5-2 电子在軸对称电場中的运动	69
5-3 电子在軸对称磁場中的运动	81
第六章 靜电透鏡	86
6-1 短弱靜电透鏡的焦距	88
6-2 电子光学系統的基本点	91
6-3 靜电透鏡的类型	92
6-4 圓孔膜片——最簡單的透鏡	94

6-5 單透鏡	99
6-6 浸沒透鏡和浸沒物鏡	105
6-7 电子鏡	112
第七章 磁透鏡	115
7-1 短磁透鏡	115
7-2 复合磁电透鏡	125
第八章 电子光学系統的像差和分辨率	128
8-1 几何像差	129
8-2 色差	140
8-3 电子光学系統的分辨率	147
第九章 实用电子光学	149
9-1 电子射綫管	150
9-2 电子倍增器和电子管	175
9-3 攝譜仪	184
9-4 变像管	190
9-5 电子显微鏡	197
参考文献	214

緒 論

本書对电子光学基础作簡短的叙述。光的傳播規律和电子在電場和磁場中运动的規律之間有类似性，电子光学就是建立在这种类似性的基础上。光在空間傳播的規律是在光学中立論的。質点在力的作用下运动的規律是在力学中研究的。但是，二者之間有着許多共同之处。由于發現这些共同之处，才出現了电子光学，成为物理学的一个部門。

电子光学是在本世紀的二十年代才創立起来的。但是在很早的时候，大約一百年前，就有了創立的前提。這項前提只有到了最近，由于历史形成的客觀条件，才有被利用的可能。這項前提是：一百年前，哈密頓就注意到几何光学定律和力学定律之間的惊人的类似性。这个类似性的确很有趣。事实上，早在十七世紀，費瑪已經确定：在兩点間傳播的光綫，选择这样的路徑，在这路徑中所需的时间不是極小便是極大；后来，在力学中欧勒創立了所謂最小作用量原理，根据这个原理，質点在位場力的作用下沿着这样的軌迹运动，这时作用量的数值是最小。在这兩種情况中，表征光的傳播或質点运动的某些量都是極端值（“極端”是指極大或極小）。这一件事，对于光学和力学类似性的發展曾經起过一番推动的作用。按照这个类似性來說，位場中的質点的运动路綫，和波長为 $\frac{h}{mv}$ 的光綫的傳播路綫一样，其中 h 是常数， m 是質点的質量， v 是質点的速度。

在另一方面，从同一理論推出这样的結論，光必須是这样一种

質點流，它的能量與頻率成正比。因此，光學和力學的類似性就導出了一個在那時候還不理解的結論：質點——實質上是不連續的客體——與波長為 $\frac{h}{mv}$ 的某種波動過程相聯系，而光波——實質上是連續的客體——則與具有能量 $h\nu$ 的某種質點相聯系（ h 是常數， ν 是光的頻率）。

這樣一來，光學和力學的類似性就統一了同一個現象的兩個方面。雖然那時有了這個非常新穎的概念，但是光學和力學的類似性還不過停留在類似性上而已，並沒有變成新的力學方法。這是因為那時還沒有實驗基礎，來把光看作某種質點流，更談不上把運動的質點看作與某種波動過程相聯系。因此，僅僅局限於力學方程式（最小作用量原理）和幾何光學方程式（費瑪原理）的相比擬而已。

一直到光的量子論發展起來以後，光學力學的類似性才增添了深入一層的意义，這就引導出嶄新的結果——建立新的波動力學。按照光的量子論，在一定的條件下，光表現為某種質點——量子——的流動，它的能量事實上等於 $h\nu$ 。

實驗輝煌地証實了光的量子論，量子概念已經在科學界中鞏固地建立起來。光的量子論使人回想起光學和力學的類似性，並且為運動質點與波長為 $\lambda = \frac{h}{mv}$ 的某種波動過程之間的聯系奠定了理論基礎。結果使波動力學——運動質點的波動光學——能夠建立起來。

電子光學分為幾何電子光學和波動電子光學兩種。在幾何電子光學上，應用着一百年前就已發現的幾何光學與普通力學之間的類似性。

現在，在幾何電子光學和波動電子光學上，已經獲得了一系列出色的理論的和實踐的結果。

最近，在許多電子器件的製造中成功地應用了幾何電子光學

的定律。在一系列器件的制造中，大致大略的經驗主义現在已經被有意識的应用电子光学的規律性所代替。电子光学器件已經在各种技术部門得到广泛的应用。例如，电子射綫管被广泛地应用在示波器，电视，雷达，以及其他一些技术部門。电子束的聚焦被应用在 X 射綫管，各种加速器，以及質譜仪等等之中。

在电子光学的發展中，最卓越的成就是电子显微鏡的發明。这种惊人的器件，現在已經使我們能够看見比普通光学显微鏡所能看見的小一百倍的質点。在苏联已經制造出各种类型的电子显微鏡。

电子光学器件进一步的發展和应用，要求凡是接触到这种器件的工程技术人员，都能具备电子光学的基本知識。

本書的目的是对几何电子光学基础作簡短的介紹。

卷首給出了一些几何光学的知識，在以后的闡述中，是要用到这些几何光学的基本定理的。在全書中，广泛地利用了电子光学与光学之間的类似性。

接着对电子在电场和磁场中的运动規律作了簡短的叙述。証明了电子在場中的运动，和光在具有可变折射率的光学媒質中的傳播相类似。証明了軸对称場的光学性質。

随后，叙述了靜电透鏡和磁透鏡，它們的性質和像差。末了，在最后一章中，用若干实例指出电子光学在技术上的应用，并且对各种器件的电子光学元件作了簡單的叙述。

第一章 几何光学的一些知識

既然几何电子光学是建立在几何光学与力学之間的类似性上，我們就必須首先回溯到几何光学的一些基本原理。我們从光的傳播定律开始来叙述这个問題。

1-1. 光的傳播定律

射線的概念 波动过程在空間的傳播可以从兩方面来研究，要看波动过程傳播的条件如何而定。

我們来进行两个实验。

在盛有液体的槽中，放入一塊具有孔穴 O 的屏板 S (圖 1-1)。假設波沿着液体表面傳播。选择振盪頻率，使波峰之間的距离——波長——比屏板上孔穴的尺寸来得小。在圖 1-1 上，用圓心在 P 点的許多同心圓代表我們所产生的波。我們观察到，經過孔穴 O 以后，波的傳播不再向各个方向进行，而仅仅局限在扇形 aPb 中。使我們得到这样的印象：波动过程的能量是从 P 点 (波源) 出發，沿着直綫——射綫——傳播的，例如，沿着射綫 Pa 和 Pb 而傳播。在上述的情况中，我們可以把波动过程在空間的傳播作为从 P 点出發的射綫束来研究。

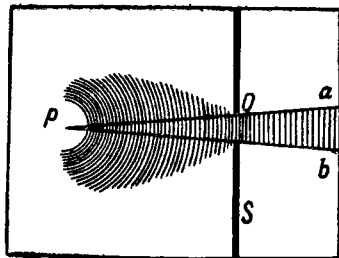


圖 1-1. 波通过大孔。

現在我們来产生这样的振盪，使波長可以与孔穴的尺寸相比拟，或者比它还要大。我們就不再看到上述的景象了。長波輕妙

地繞過孔穴的邊緣，進入第一個實驗中的蔭影區域，——發生了衍射現象（圖 1-2）。

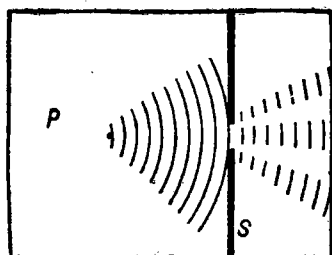


圖 1-2. 波經過比波長小的孔穴。

經過的孔穴的尺寸小，或者比受光的物体小（在后面一種情況，光和影的地位互相對換），那末，波動過程在空間的傳播可以用幾何直線——射線——來描述。在幾何光學中，就是這樣做的。

折射率 同一時間內，波在較密的媒質中傳播的距離要比在較疏的媒質中來得短，儘管振盪頻率是一樣的。這就是說，第一，振盪傳播的速度隨着媒質密度的增加而減少，第二，振盪傳播速度減小多少倍，振盪的波長也就減小多少倍。在光波的情況下，如果光波通過光密度不同的媒質，我們也會觀察到這種現象。當光從一種光密度的媒質進入另一種光密度的媒質時，波長和光速都要改變。真空所具有的光密度最小，光在其中傳播的速度等於 $c_0 \approx 300000$ 千米/秒。在其他媒質中，光速 $c < c_0$ 。光從真空進入某一種媒質時，速度的改變由折射率

$$n = \frac{c_0}{c} \quad (1-1)$$

來表征。

我們可以舉出許多折射率突變的例子，所謂折射率突變的意思，就是指相鄰兩種媒質的折射率相差很大。例如，空氣的折射率 $n \approx 1$ ，而玻璃的折射率 $n' = 1.42$ 。因此，在空氣和玻璃的交界處，折射率和光速發生突變。但是，我們也可以舉出這樣的媒質的例

子，它的光密度，从而光速和折射率，都連續地和緩地变化。

可以举地球上的大气作为这种媒質的例子。大气中空气的密度随高度的增加而連續地减少。光密度，从而折射率，也随高度的增加而减少。这种情况造成了各种光效应，例如，造成了天文折射，地平綫上星球的位置显得比它的实在位置要高些。在酷热的国家，温度对于地球表面附近的空气的光密度会發生种种影响，造成了光的幻觉——海市蜃楼。

光綫从一种媒質进入另一种媒質时發生什么現象呢？

在圖 1-1 上，我們所涉及的媒質，它的密度是处处相同的（折射率是相同的）。倘若我們能使兩種密度不同的媒質相鄰接，那末，我們就会看到，在媒質的交界处，光綫改变方向，而在每一种媒質中，光綫沿着直綫傳播。因此，当折射率突变时，光綫的方向也突然改变，这就是說，改变了一定的角度。如果折射率連續地变化，那末，光綫的方向也連續地变化，这就是說，光綫將和緩地弯曲。正因为如此，所以在大气中产生了各种光效应，因为人目習慣于光的直綫性傳播，在人看来，光源好像处在实际光綫的切綫方向上。

在电子光学中，我們要处理折射率連續变化的媒質。

光的反射和折射定律 不管光綫所通过的媒質的折射率如何变化，光綫方向的一切改变都可以化为光的反射和折射。

光的反射和折射定律是在实验中發現的。在圖 1-3 上，如果 P_0O 是入射綫，而 OP_1 是反射綫，那末，按照反射定律，这两条射綫和入射点上的垂綫 AO 位于同一平面上，而且入射角和反射角的大小相等。既然入射綫和反射綫都处在折射率不变的媒質中，所以它們都是直綫。

如果光綫轉入折射率不同的媒質中，如圖 1-4 所示，那末，按照折射定律，入射綫 P_0O ，折射綫 OP_1 以及入射点上的垂綫 AOB

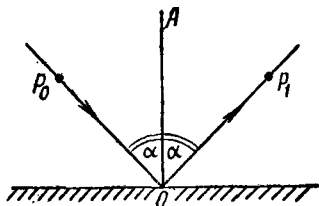


圖 1-3. 平面上光的反射。

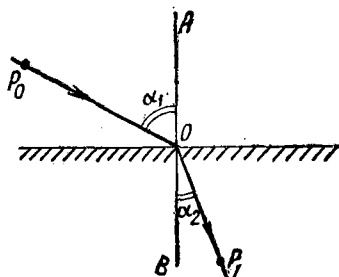


圖 1-4. 兩種媒質分界面上光的折射。

三者位于同一平面上。按照同一定律，入射角 α_1 和折射角 α_2 之間存在着下列的關係：

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1-2)$$

式中 n_1 和 n_2 是对应媒質的折射率。

費瑪原理 如果已知入射点 O ，就可以利用光的反射和折射定律确定光綫的路徑。但是，如果条件是这样：我們仅仅知道光出發的一点和光必須到达的一点，那末，就不可能利用方程式 (1-2)，因为其中有两个未知数： α_1 和 α_2 。因此，它將給出無穷多的解答。如果没有采取特殊措施的話，兩点之間的空間在同一時間內只能通过一条光綫。这种特殊措施下面就要討論到。为了找出光綫在一般情况下的路徑，我們来分析光在兩種特殊情况下的傳播特性。

在圖 1-5 上描繪出反射的情况。 P'_1 点是 P_1 点的鏡像， $CC' \perp AB$ 。 $P_0P'_1$ 是直綫。由于 P_1 和 P'_1 是对称点， $\angle P_1OC = \angle P'_1OC' = \alpha$ 。此外， $\angle P_0OC = \angle P'_1OC' = \alpha$ 。于是，等式 $\angle P_0OC = \angle P_1OC = \alpha$ 便成立，这就是說， P_0O 和 OP_1 是入射綫和反射綫。为了求出在反射情况下光的入射点，必須作出 P_1 点的鏡像，就是說，作出 P'_1 点，并用直綫連接 P_0 点和 P'_1 点。于是，直綫 $P_0P'_1$ 与分界面 AB 的交点就是光的入射点。但是，从上面所敘述的，也可以引出另外的結論。因为 P_1 和 P'_1 点对称于 AB 表面，所以 OP_1 等于 OP'_1 。而这就是說，光經過路徑 P_0OP_1 所需的时间，將和没有反射面时它經過路徑 $P_0OP'_1$ 所需的时间一样。因为 $P_0P'_1$ 是直綫，所以这是 P_0 点和 P'_1 点之間最短的距离。同时路徑 P_0OP_1 是反射之际 P_0 点和 P_1 点之間最短的距离。

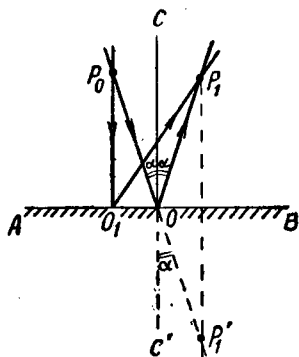


圖 1-5. 反射面上光的入射点的決定。

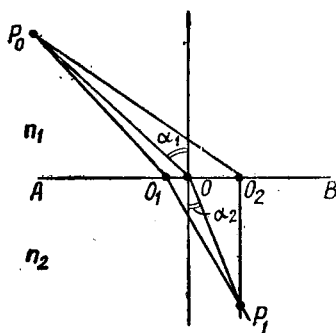


圖 1-6. 折射面上光的入射点的決定。

当發生反射时,光一直在折射率相同的媒質中傳播。因此,沿着路綫 P_0OP_1 , 光的速度不变。所以,光將在最短時間內通过最短的距离。

光不可能沿路徑 $P_0O_1P_1$ 行进,因为經過这条路徑所需的时间要比經過 P_0OP_1 的長。

所以,在反射的情况下,光在兩点之間沿着这样的路徑傳播,經過这条路徑所需要的时间是最短。

光在兩種媒質的分界面上折射时,情况也是一样的。我們在圖 1-6 上說明这一点,在該圖上, AB 是折射率等于 n_1 和 n_2 的兩種媒質的分界面。光綫怎样从 P_0 点向 P_1 点射去呢? 用并不复杂的計算就能証明: 在 P_0OP_1 , $P_0O_1P_1$, $P_0O_2P_1$ 等等路徑之間,光將沿着这样的一条路徑行进,經過这条路徑所需的时间是最短。滿足折射定律 (1-2) 的路徑也正是这一条。如果 P_0OP_1 是这条实际路徑,那末
$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1}。$$

当媒質中的折射率連續改变时,那末我們可以把这种媒質划分为許多極薄的層,我們可以認為,在同一薄層之中的折射率到处一样。于是,在这种媒質中,光綫的路徑可以用折綫来表示。对于每一段媒質来講,上述原理仍然成立。所以对整个媒質来講,这原理也是成立的。

但是,也有这样的情况:就是,如果媒質的边界是某种形狀的曲面,那末,光在这个曲面上被折射或反射而从空間的一点傳播到另外一点时,所需的时间可能是最長的(与其他路徑比較)。在每一种个别的情况,研究媒質界面的

形狀，就能確定，光經過空間兩點之間的路徑所需的時間是最短還是最長。

總之，光在空間沿着這樣的路徑傳播；經過這條路徑所需的時間不是最短便是最長。

這個原理叫做費瑪原理，是幾何光學的基本定律。它的物理意義很簡單：如果光線只能沿着一條路徑從空間的一點射到另一點，那末，在幾何上可能的一切路徑中，這條路徑必須具備特殊的條件。所需時間最短或最長（極端）的路徑正好具備這種特殊條件。所以，有時費瑪原理也叫做“關於光線的特殊路徑的假定”。

為了能夠應用費瑪原理解決幾何光學上的問題，現在我們來給出費瑪原理的數學式子。

我們來研究在折射率連續改變的媒質中傳播的彎曲光線。將整條光線劃分為許多極小的部分，使每一部分小到可以用長 Δl_i 的直線段來代替，同時在每一部分上，光的速度可認為不變，等於 c_i 。

於是，經過第 i 段的時間等於 $\tau_i = \frac{\Delta l_i}{c_i}$ ，而經過全部折線的時間是

$$\tau = \sum \frac{\Delta l_i}{c_i}. \quad (1-3)$$

如果在 $\Delta l_i \rightarrow 0$ 的條件下，使式 (1-3) 趨近於極限，那末，折線就變成實際的彎曲光線，而時間 τ 就變成 t ——光沿着 P_0 點與 P_1 點之間的實際路徑所需的時間：

$$t = \lim \tau = \lim \sum_{\Delta l_i \rightarrow 0} \frac{\Delta l_i}{c_i} = \int_{P_0}^{P_1} \frac{dl}{c}, \quad (1-4)$$

式中 c 是坐標的函數。根據上面已經證明的理論，對於實際光線，時間 t 必須是極端值。

我們必須從所有路徑之中選擇這樣的一條，它將使式 (1-4) 中的 t 等於極端值。這條路徑的選擇過程叫做變分。對於實際光線來講，式 (1-4) 的變分等於 0。因為變分和微分相類似，變分用字母 δ 來表示。

因此，對於實際光線來講

$$\delta t = \delta \int_{P_0}^{P_1} \frac{dl}{c} = 0. \quad (1-5)$$

從式 (1-5) 我們就能求得光在 P_0 點和 P_1 點之間的實際路徑的方程式。

我們以最簡單的例子——平面上光的反射——來說明費瑪原理的應用。在這種情況下，光在全部時間內都在折射率相同的媒質中傳播。因而光速 c 沿途不變。所以，從式 (1-5) 就得到：

$$\delta t = \frac{1}{c} \delta L = 0, \quad (1-6)$$

式中 L 是 P_0 点和 P_1 点之間的路徑的長度。

式 (1-6) 的意思是：在这种情况下，光在 P_0 点和 P_1 点之間的实际路徑是这样的一条，它的 L 等于最小值。因此，在反射的情况下，光在最短時間內經過最短的路徑，这条最短的路徑由两个直綫段 P_0O 和 OP_1 所組成（圖 1-5），它們的長度之和等于直綫 $P_0P'_1$ 的長度。

我們来添上費瑪原理的其他几个数学式子。按照式 (1-1)， $c = \frac{c_0}{n}$ ，式中 c_0 是光在真空中的速度。將 c 的数值代入式 (1-5)。于是就得到：

$$\delta t = \frac{1}{c_0} \delta \int_{P_0}^{P_1} n \, dl = 0$$

或

$$\delta W = \delta \int_{P_0}^{P_1} n \, dl = 0, \quad (1-7)$$

式中 $W = c_0 t = \int_{P_0}^{P_1} n \, dl$ 叫做光程。

按照式 (1-7)，对于实际光綫，光程將等于極端值。

下面我們將要看到，在电子光学中有一条和費瑪原理相类似的原理——最小作用量原理。从这两条原理的比較，使我們能够建立电子光学媒質的折射率的概念，并且能够構成几何电子光学。

1-2. 光像和它的获得

上一节中我們研究了光綫从空間一点到另外一点的路徑。現在設想有一束从 P_0 点發出的光綫。我們知道，选择 P_0 点和 P_1 点之間折射率的分布，可以使得从 P_0 点出發的光綫，至少有一部分重新会聚在 P_1 点。換句話說，选择特殊的折射媒質，就能造成 P_0 点的光像。这是否与費瑪原理抵触呢？費瑪原理說明的是，在几何上可能的許多路徑之中，实际路徑应具有特殊条件。可是这里却說許多光綫同样可能射到。但是，这里並沒有矛盾——所有造成 P_0 点的光像的光綫在同一時間內，都由 P_0 点起，循着各自的路徑射到 P_1 点，而沿着所有这些光綫的光程都是一样的。对于用

来造成光像的光学媒質(光学系統)的基本要求,就是造成光像的所有光綫的光程要一一相等。

从实用的观点来看,我們感兴趣的是建立这样的光学系統,它們不仅給出物体中个别点的像,而且能造成整个物体的像。虽然整个物体的像是由它各个点的像組成的,但是二者之間具有根本的區別。問題在于像的几何形狀应该和物体本身相似。原則上可以用任意寬度的光束来描映一点的像,只要这个光束中的一切光綫都滿足光程相等的要求就行。但是,当我們使物体上每一点分別成像而構成几何形狀相似的像时,就必须局限于采用無限狹窄的光束,而且,被描映的物体的尺寸,与光綫通过的路程相比应该是很小。如果上述要求有一項不被滿足,就不能获得几何形狀相似的像。为了闡明这些条件,我們需要确定那些性質是理想光像所应具有的,以及那些要求是产生这种光像的光学系統所应滿足的。

同軸光学系統 光束具有自然的对称性。因此,如果光束構成光像,它的一切光綫应对某一条軸对称。

在圖 1-7 中, P_0 点是光源,从这里向各个方向發出光綫。

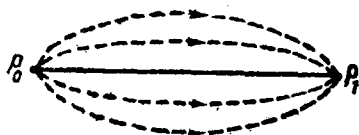


圖 1-7. 光束的对称性。

P_1 点是 P_0 点的像。在 P_1 点構成光像的那些光綫用虛綫表示。所有这些光綫都对直綫 P_0P_1 对称。由于光学系統的作用,使得从 P_0 点發出的光綫通过这样的路徑,重新会聚在 P_1 点。为了使对称的光束对称地弯曲,光学系統也应该对这条直綫——軸——对称。因此,成像的光学系統应该对某一条軸对称,也就是說,用来成像的光学媒質折界面也应该对这条軸对称,这条軸叫做系統的光軸。

平的折面对和它垂直的任何直綫对称。但是平的折面对不宜于成像,这可以从圖 1-8 明显地看出来,圖中 A 是平板,它的

折射率和附近空間的不同。从式 (1-2) 可知, 光綫 Oa 和 bc 互相

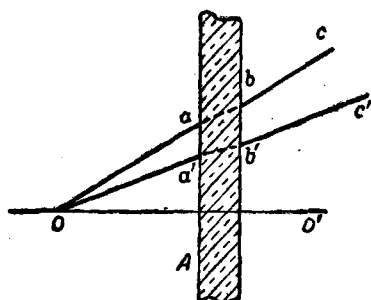


圖 1-8. 光綫通过平板。

平行, 光綫 Oa' 和 $b'c'$ 也互相平行。这就表明, 虽則直綫 OO' 可充当对称軸, 但是 bc , $b'c'$ 等等光綫永远不会再会聚在一点。因此, 折射面應該是对某一条軸对称的曲面, 也就是說, 它們應該是繞对称軸而轉成的物体的表面。如果光学系統是由

許多折射面組成的, 那末, 所有这些折射面都應該对公共軸(光軸)对称。这种光学系統叫做同軸光学系統。

透鏡 最簡單的同軸光学系統就是透鏡。它們是由以两个折射面为界的轉成体所構成的, 例如圖 1-9, a , b , c 所示。为了說明

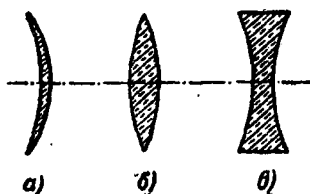


圖 1-9. 透鏡的类型。

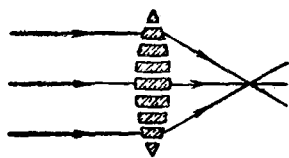


圖 1-10. 透鏡对光綫的作用。

透鏡对光綫的作用, 設想透鏡是由許多稜鏡組成 (圖 1-10)。大家知道, 每一个稜鏡都使光綫向自己的底面偏折, 这就表明, 圖 1-9, b 的透鏡將使光綫会聚, 而圖 1-9, a 的透鏡則將使光綫發散。

近軸光綫的行程 大家知道, 我們能够利用透鏡得到一点的像; 利用双凸透鏡 (圖 1-9, b) 得到实像, 而利用双凹透鏡 (圖 1-9, a) 則得到虚像。但是, 这种可能性仅仅局限于采用离軸很近的細小光束, 这种光綫叫做近軸光綫。为什么只是这种光綫才适宜于構成光像呢? 为了回答这个問題, 讓我們来察看光綫如何通过球面

透鏡。在圖 1-11 中, L 是以球面 AaB 和 AbB 为界的透鏡, 球面的半徑分別为 $R_1 = c_1a$ 和 $R_2 = -c_2b$ 。因为球面的凸面朝着不同的方向, 所以它們的半徑的符号相反。

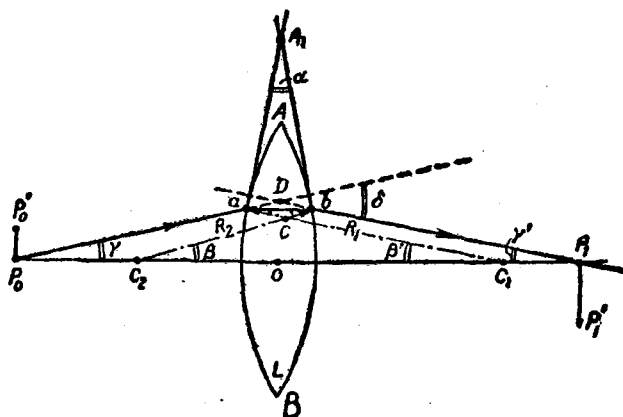


圖 1-11. 近軸光綫通过薄透鏡。

P_0abP_1 是近軸光綫。因此角 γ 和 γ' 很小。 aA_1 和 bA_1 是通过光綫入射点 a 和 b 的切面。假設 $AO \ll |R_1|$ 和 $AO \ll |R_2|$ 。这就是說, 透鏡很薄, 角 α , β 和 β' 也很小。

引用光綫的折射定律, 不难証明

$$\delta = \alpha \frac{n - n_0}{n_0}, \quad (1-8)$$

式中 n 是透鏡的折射率;

n_0 是透鏡周圍媒質的折射率;

α 是通过入射点 (a 点和 b 点) 的兩個切面之間的夾角;

δ 是光綫通过透鏡时方向的变化。

从三角形 P_0DP_1 显然可得

$$\delta = \gamma + \gamma'. \quad (1-9)$$

从三角形 abc 和 c_1cc_2 可得

$$\beta + \beta' = \angle bac + \angle cba, \quad (1-10)$$