

高等学校教学用书

高等数学习题集

第二卷

Н. М. 肯傑尔, П. О. 庫茲明著

高等教育出版社



高等数学习题集

第二卷

Н. М. 肯傑尔, Р. О. 庫茲明著
郑醒华等译

高等教育出版社

本書系根据苏联技术理論書籍出版社 (Государственное издательство техники теоретической литературы) 出版的肯傑尔 (Н. М. Гюнтер) 和庫茲明 (Р. О. Кузьмин) 合著的“高等数学習題集” (Сборник задач по высшей математике) 第二卷 1949 年第十二修正版譯出。原書經苏联高等教育部审定为高等学校教学参考書。

全書共三卷, 本書(第二卷)由西北大学数学系任建华(第六章), 張棟(第七章), 紀琰(第九章), 張以信(第十一章前五节)与郑醒华(其余各章, 序及答案)翻譯, 并由赵根榕校訂。

高等数学習題集

第二卷

Н. М. 肯傑尔, Р. О. 庫茲明著
郑醒华等譯

高等教育出版社出版 北京宣武門內承恩寺 7 号
(北京市书刊出版业营业許可證出字第 054 号)

上海市印刷四厂印刷 新华书店发行

統一書号 13010·407 开本 850×1168 1/32 印張 8 4/16
字數 165,000 印數 3,501—16,500 定价(4) 0.80

1954 年 1 月商務初版(共印 9,500)

1957 年 12 月新 1 版 1960 年 2 月上海第 3 次印刷

第十版序

研究數學時幾乎不可避免地要解大量的習題。因此題集就成為數學書籍的必要形式之一了。可能有各種各樣的題集，且都是有用的。習題的本文不加以任何說明的是其中一種。大多數算術習題就是這樣的。例如馬里寧（Малинин）和布列寧（Буренин）的著稱一時的題集。另一種完全不同的編法——在習題本文中補充有許多說明，同時對於大部分的習題在答案中都多多少少完善地指了解法——在科學的高級階段中更合適。波里亞（Pólya）和塞哥（Szegő）的卓越的書就屬於這一種。

我一直覺得：在這本題集的舊版中，形式和內容有些不一致。雖然它的內容極為豐富，但卻比較缺乏對個別問題或某一類型的問題的說明與解法提示。然而在這方面要做全面的滿意的修正是很困難的事。爲了作的很縝密，必須將所有的習題都從新解出——只有這時才可能估計一節內習題原來分佈的適當性，也只有這時才可能提出最適當的提示與補充的明確意見。

這裏有必要說明一下。在波里亞和塞哥的卷一中約有 750 個題，而在篇幅較小的本習題集的卷二中却約有 2500 個題。如果不大大地增加書的篇幅的話，就必須刪掉一部分題。這必須在不減低內容的豐富性的原則下來做，但這並不如此簡單。

在這一版中所作的修改乃是按上面擬定的方針所走的一步。在許多地方給出了一般性的說明，有時給出了個別例題的解法。在材料的編排方面作了很大的改動。爲了解題的人便於找到出發點，許多習題的文字也作了修改。習題和許多答案的措詞作的更緊湊了一些。增加了很多新題，而刪去了更多的題——減少的總數近乎 200 個。

我希望不減低內容的豐富性而使這本書更容易懂。我所作的修改是否合適有待於經驗的證明，對於用這本書的人所給予的一切指示和意見我將十分地感謝。

Р. 庫茲明

1944 年於比斯克

第十二版序

這一版沒有大的修正。在準備付印時爲了檢查漏印和錯印之處大部分習題都從新解過。列寧格勒加里寧工業大學數學教研組的下列工作人員參加了這項巨大的工作：С. И. 阿摩索夫，М. И. 保爾哥夫，Г. Н. 布洛夫柯維奇，Д. Л. 加夫拉，А. Б. 古爾—米里涅爾，М. М. 多布列維奇，А. Б. 柯爾達申柯，С. А. 克拉索夫斯基，Т. И. 拉波，Н. А. 尼柯里斯卡婭，С. Н. 努米洛夫，И. С. 斯列布里揚斯基，П. А. 索保列夫。

在此我謹對他們表示深深的謝忱。

Р. 庫茲明

目 錄

第十版序

第十二版序

第六章 高等代數

§ 1. 整數.....	255
§ 2. 多項式的因式分解, 係數與根的關係.....	259
§ 3. 實係數多項式. 洛爾定理.....	262
§ 4. 有理分式. 分解為部分分式法.....	266
§ 5. 行列式. 一次方程組.....	268
§ 6. 矩陣. 示性方程. 二次形式.....	275
§ 7. 不變式.....	279
§ 8. 對稱函數.....	281
§ 9. 方程的變換及代數解.....	284
§ 10. 根的分離與計算.....	290

第七章 函數的積分

§ 1. 引導性質的區.....	294
§ 2. 積分的基本公式及方法.....	296
§ 3. 有理分式的積分法.....	301
§ 4. 無理函數的積分法.....	306
§ 5. 超越函數的積分法.....	315
§ 6. 面積的計算法(曲線的求積法).....	321
§ 7. 曲線弧長的計算法.....	323
§ 8. 體積的計算法.....	325
§ 9. 表面積的計算法.....	327

第八章 重積分、線積分與面積分

§ 1. 引論.....	329
§ 2. 面積的計算法.....	331

§ 3.	體積的計算法	334
§ 4.	曲面面積的計算法	337
§ 5.	線積分	339
§ 6.	重積分在力學和材料力學方面的一些應用	342
§ 7.	面積分, 曲面的慣性矩和慣性中心	346
§ 8.	體積的計算法	348
§ 9.	體積的慣性矩和靜力矩	351
§ 10.	場論和勢論的積分	355
§ 11.	多重積分	364

第九章 微分方程

§ 1.	按已知積分列微分方程的方法	368
§ 2.	已知全微分求函數法	369
§ 3.	全微分的積分法	372
§ 4.	可分離變量的方程	372
§ 5.	齊次方程與能化為齊次方程的方程	375
§ 6.	線性方程與能化為線性方程的方程	377
§ 7.	李嘉迪方程	379
§ 8.	雅谷比方程	380
§ 9.	積分因子	381
§ 10.	尤拉方程	383
§ 11.	未就 y' 解出的方程	386
§ 12.	方程的奇解	388
§ 13.	軌線的習題	389
§ 14.	雜題	391
§ 15.	階可降低的高階方程	393
§ 16.	常係數線性方程與可化為這種方程的方程	398
§ 17.	線性方程。雜題	405
§ 18.	微分方程組	408

第十章 偏微分方程

§ 1.	一階線性方程	416
§ 2.	線性方程組	422
§ 3.	全微分方程的積分法	424

§ 4. 非線性的偏微分方程.....	425
§ 5. 非線性方程組.....	429

第十一章 定 積 分

§ 1. 看成和的極限的定積分.....	430
§ 2. 均值定理。廣義積分.....	438
§ 3. 用積分法與代換法計算定積分法.....	438
§ 4. 用遞推公式求積分法.....	442
§ 5. 用級數求積分法.....	444
§ 6. 積分號下的微分法和積分法.....	451
§ 7. 尤拉積分.....	458
§ 8. 雜題.....	461
答 案.....	471

第六章 高等代數

§ 1 複 數

試將以下諸數表示為三角式：

1. $1+i$.
2. $1+i\sqrt{3}$.
3. $\sqrt{3}-i$.
4. $1-\cos \alpha+i \sin \alpha; 0 < \alpha < 2\pi$.
5. $1+\sin \alpha-i \cos \alpha$.
6. $1+i \operatorname{tg} \alpha; -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

試計算以下諸式,其中 $\omega = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$:

7. $(a\omega + b\omega^2)(a\omega^2 + b\omega)$.
8. $(a+b+c)(a+b\omega+c\omega^2)(a+b\omega^2+c\omega)$.
9. $(a+b\omega+c\omega^2)^3 + (a+b\omega^2+c\omega)^3$.

試計算數的平方根：

10. $\sqrt{i}$.
11. $\sqrt{3+4i}$.
12. $\sqrt{-7+24i}$.

試解二次方程：

13. $x^2 + (5-2i)x + 5(1-i) = 0$.
14. $x^2 + (1-2i)x - 2i = 0$.

試求以下諸根式的所有值：

15. $\sqrt[3]{i}$.
16. $\sqrt[3]{-1+i}$.
17. $\sqrt[3]{-64}$.
18. $\sqrt[3]{64}$.

試求方程的根：

19. $\left(\frac{1+xi}{1-xi}\right)^n = \frac{1+i \operatorname{tg} \alpha}{1-i \operatorname{tg} \alpha}$.
20. $(x+i)^n + (x-i)^n = 0$.

試用 $\cos \varphi$ 和 $\sin \varphi$ 表示以下諸函數：

21. $\cos 3\varphi$. 22. $\sin 3\varphi$.

23. $\cos 4\varphi$. 24. $\sin 5\varphi$.

試用倍角的三角函數表示以下諸函數：

25. $\cos^3 \varphi$. 26. $\sin^3 \varphi$. 27. $\cos^4 \varphi$.

28. $\sin^4 \varphi$. 29. $\cos^5 \varphi$. 30. $\sin^5 \varphi$.

試證等式：

$$31. \operatorname{tg} n\varphi = \frac{C_n^1 \operatorname{tg} \varphi - C_n^3 \operatorname{tg}^3 \varphi + C_n^5 \operatorname{tg}^5 \varphi - \dots}{1 - C_n^2 \operatorname{tg}^2 \varphi + C_n^4 \operatorname{tg}^4 \varphi - \dots}$$

$$C_n^k = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots k}.$$

$$32. 2^{2n} \cos^{2n} \varphi = 2 \cos 2n\varphi + 2C_{2n}^1 \cos (2n-2)\varphi + \dots + 2C_{2n}^{n-1} \cos 2\varphi + C_{2n}^n.$$

$$33. \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{n}\right) + \operatorname{ctg} \left(x + \frac{2\pi}{n}\right) + \dots + \operatorname{ctg} \left(x + \frac{n-1}{n} \pi\right) = n \operatorname{ctg} nx.$$

$$34. \sin x \sin \left(x + \frac{\pi}{n}\right) \sin \left(x + \frac{2\pi}{n}\right) \dots \sin \left(x + \frac{n-1}{n} \pi\right) = 2^{1-n} \sin nx.$$

試求和：

35. $1 + 2 \cos x + 2 \cos 2x + \dots + 2 \cos nx$.

36. $\sin x + \sin 3x + \sin 5x + \dots + \sin (2n-1)x$.

37. $\cos \varphi + a \cos 3\varphi + \dots + a^n \cos (2n+1)\varphi$.

38. $1 + 2a \cos \varphi + 2a^2 \cos 2\varphi + \dots + 2a^n \cos n\varphi$.

試求值：

39. $\ln(-e)$. 40. $\ln(-2)$. 41. $\ln i$. 42. $\ln \frac{1+i}{\sqrt{2}}$.

43. $\ln(x+iy)$. 44. $e^{\pi i}$. 45. i^i . 46. 2^i .

16

統一書号 13010·407

定价 ¥0.80