

陈善学 李方伟 著

矢量量化与图像处理



科学出版社

www.sciencep.com

矢量量化与图像处理

陈善学 李方伟 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书是一部矢量量化技术及其在图像信号处理领域应用的专著。全书共分八章,详细介绍了矢量量化技术发展和应用。具体包括:矢量量化的基本原理,矢量量化的发展现状,矢量量化的相关理论,矢量量化的码书形成算法,矢量量化的快速编码算法,矢量量化在图像检索中的应用,矢量量化在超谱信号处理中的应用。

本书取材广泛,内容翔实、新颖,总结了作者近年来的研究成果,反映了近几年来矢量量化技术的最新研究动态,可供从事计算机应用、模式识别、信号与信息处理等领域的研究人员、工程技术人员与高校教师阅读,也可作为相关专业的研究生、本科生教材。

图书在版编目(CIP)数据

矢量量化与图像处理/陈善学,李方伟著. —北京:科学出版社, 2009

ISBN 978-7-03-025511-2

I. 矢… II. ①陈…②李… III. 矢量量化编码-图像处理 IV. TN919.81

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 158840 号

责任编辑:余 丁 魏英杰 / 责任校对:陈玉凤

责任印制:赵 博 / 封面设计:嘉华永盛

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

装 订 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2009 年 9 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2009 年 9 月第一次印刷 印张: 12 1/4

印数: 1—2500 字数: 237 000

定价: 40.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(环伟))

前 言

近些年来,数字信号的分析 and 处理技术得到极大的发展,广泛应用于通信、雷达和自动化等领域。数字信号的优点是便于传输、存储、交换、加密和处理。信源部分的模拟信号通过模数转换实现数字化,就可以充分利用数字化后的诸多优势。模数转换要经过抽样、量化和编码三个步骤,其中的量化过程是有损的,必然会带来失真。数字信号可以无失真地传输和存储,而由数字信号重建的模拟信号的质量一般主要是由信源部分模拟信号数字化过程中的量化失真决定,于是减少量化失真的研究成为有价值的研究方向。对于量化失真的理论研究,可以追溯到早期 Shannon 的率失真理论,这个理论阐明了在限定失真情况下,信号数字化表示的码率下限,而达到这一下限的信号处理方法必须是基于多维的。这样,基于多维处理的矢量量化便是达到这一下限的可选方案之一。

信源编码的主要目的是实现数据压缩,实现在有损或无损情况下,对于输入信号的去冗余和降低信号数字化表达的码率。矢量量化可以在成组的多维信号中有效消除冗余,实现压缩目标。使用矢量量化对于多维信号的处理,是通过对于多维信号空间的有效划分来实现的。多维信号空间划分获得的子空间称为胞腔,相当于标量量化划分的量化区,每个胞腔中设定一个量化点,用来量化落入这个胞腔的矢量,相应的误差可以作为量化误差,用于评价这个矢量量化方案的性能。矢量量化中的胞腔划分和获得胞腔的量化点是等价的,这个过程称为矢量量化的码书形成过程,需要大量的多维信号两两之间的距离测度计算,是矢量量化实现的关键。在胞腔划分确定后,使用这个划分,对于多维信号实施量化(压缩)的过程,称为矢量量化的编码,这个过程中仍然需要大量的距离测度计算,是矢量量化实现的另一个关键。矢量量化实用化的过程中,首先要解决的就是码书形成和编码过程的计算复杂度问题,而这两个方向上降低复杂度的研究,也是矢量量化近几十年来的重点研究领域。

矢量量化的研究起源于 20 世纪 80 年代初。实施矢量量化的复杂度成为其面向实际应用的障碍,但随着计算机和大规模集成电路的飞速发展,这一困难已经逐步得到缓解,矢量量化能成功地应用于语音和图像的压缩编码和识别系统中,便是最好的证明。矢量量化的理论和技术已历经多年发展,渗透到多个学科领域,如信息论、编码理论、通信原理、保密技术、信号处理、优化理论、模糊集合论、

矩阵分析、神经网络、小波变换、视觉模型、拓扑学、随机概率理论、预测技术、模式识别等。这些领域的矢量量化理论和应用研究,给相关理论和技术注入了新鲜血液,展示了矢量量化的巨大发展潜力。

本书系统地介绍了矢量量化技术理论近几十年来的发展历程、目前的研究现状和未来的发展趋势,重点介绍了矢量量化实现的关键技术:码书设计和码字搜索,同时也介绍了矢量量化技术应用的两个领域:图像检索和超谱信号处理。本书共分八章。第一章从标量量化技术的介绍入手,引出矢量量化的概念、原理、关键技术和特点。第二章介绍几十年来学者们提出的各种矢量量化器,矢量量化码书设计和矢量量化快速编码算法的发展情况以及矢量量化技术在图像信号处理中的使用情况。第三章介绍矢量量化的相关理论,矢量量化器性能的评价,和一种小波滤波器组的构造。第四章介绍了经典的码书设计算法、几种初始码书形成算法、基于神经网络的矢量量化码书设计算法、基于随机优化技术的码书设计算法、基于小波变换的矢量量化和基于非线性插补技术的矢量量化。第五章介绍各种现有的,和全搜索等价的,基于各种不等式排查的快速编码算法,如基于矢量或子矢量的范数、均值和方差等排查不等式的快速搜索算法。第六章介绍了基于矢量量化索引直方图的彩色图像检索方法,介绍了基于子矢量范数排查不等式的快速搜索算法。第七章介绍了超谱信号的特点和各种处理技术,以及矢量量化技术在超谱信号处理领域的应用。第八章展望了矢量量化的发展趋势。

书中述及的研究工作受到信号与信息处理重庆市市级重点实验室建设项目(项目编号:CSTC,2009CA2003)、国家自然科学基金-中物院NSAF联合基金项目(项目编号:10776040)、国家自然科学基金项目(项目编号:60602057)、重庆市科委自然科学基金项目(项目编号:CSTC,2006BB2373)和重庆市教委自然科学基金项目(项目编号:KJ060509,KJ080517)的部分资助。本书的出版得到重庆邮电大学出版基金资助。

限于水平,书中不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

作 者

2009年9月

于重庆邮电大学通信与信息工程学院

目 录

前言

第一章 绪论	1
1.1 量化	1
1.1.1 数字通信系统	1
1.1.2 标量量化和最佳标量量化	3
1.2 矢量量化	15
1.2.1 矢量量化的基本原理	16
1.2.2 矢量量化的关键技术	21
第二章 矢量量化技术的发展	24
2.1 矢量量化器研究发展现状	25
2.2 矢量量化码书设计算法的发展现状	29
2.3 矢量量化的快速算法的发展现状	32
2.4 基于矢量量化的图像处理技术的发展情况	34
第三章 矢量量化理论和双正交小波	39
3.1 矢量量化的理论基础	39
3.2 矢量量化的相关理论	40
3.2.1 数据相关性的理论	40
3.2.2 减小量化失真半径	43
3.2.3 减少均方量化失真	44
3.3 矢量量化的量化误差估计和最优矢量量化器	46
3.4 矢量量化器的性能评价	50
3.4.1 矢量量化器的编码速率和比特率	50
3.4.2 矢量量化的实现复杂度	51
3.4.3 矢量量化的失真测度	51
3.4.4 主观性评价	53
3.5 小波分析和双正交小波滤波器组	54
3.5.1 多分辨率分析和框架	54

3.5.2 完全重建滤波器组和有限支集双正交小波	56
第四章 矢量量化的码书设计	60
4.1 矢量量化码书设计的最优条件	60
4.1.1 最优矢量量化的必要条件	61
4.1.2 对于最优条件的说明	63
4.2 LBG 算法	64
4.2.1 初始码书生成算法	64
4.2.2 LBG 算法	67
4.2.3 基于改进初始化方法的 LBG 算法	68
4.3 基于神经网络的码书设计算法	73
4.3.1 竞争学习矢量量化码书设计算法	73
4.3.2 自组织特征映射算法	77
4.4 基于小波变换的矢量量化	82
4.4.1 矢量构造	82
4.4.2 仿真实验	84
4.5 非线性插补矢量量化	88
4.5.1 原理和实现方案	88
4.5.2 仿真实验	91
4.6 基于随机优化技术的码书设计	92
4.6.1 基于进化算法的码书设计	92
4.6.2 基于粒子群算法的码书设计	95
4.7 本章小结	99
第五章 矢量量化的码字搜索算法	100
5.1 部分失真搜索算法	101
5.1.1 基于小波变换的 PDS 算法	102
5.1.2 基于哈德玛变换的 PDS 算法	103
5.2 基于三角不等式的快速编码算法	104
5.2.1 基本的三角不等式排查方法	104
5.2.2 基于和值排序的改进方案	105
5.2.3 基于多控点的改进方案	106
5.2.4 基于两边界三角不等式的方案	107
5.3 基于范数不等式的快速搜索算法	108

5.3.1	基于范数不等式的快速算法	108
5.3.2	基于范数金字塔的搜索算法	109
5.3.3	基于子矢量范数的改进算法	112
5.4	基于均值不等式的快速搜索算法	114
5.4.1	等均值最邻近搜索算法	115
5.4.2	等均值等方差最邻近搜索算法	120
5.4.3	基于子矢量特征量的算法	124
5.5	仿真实验	129
第六章	矢量量化在图像检索中的应用	140
6.1	CBIR 技术	140
6.1.1	CBIR 原理	140
6.1.2	CBIR 的主要检索方式	141
6.2	基于颜色直方图的检索	143
6.2.1	常用颜色模型	143
6.2.2	颜色直方图	146
6.2.3	相似性度量和评价指标	147
6.3	基于矢量量化索引直方图的检索	148
6.3.1	基于矢量量化的检索	149
6.3.2	归一化处理和快速检索	150
6.4	仿真实验	151
第七章	矢量量化在超谱信号处理中的应用	156
7.1	超谱信号	158
7.2	超谱信号的压缩方法	160
7.2.1	无损压缩	160
7.2.2	有损压缩	163
7.3	基于矢量量化的超谱信号压缩处理	164
7.3.1	码书设计方法	165
7.3.2	快速编码方法	168
第八章	总结与展望	170
8.1	总结	170
8.2	矢量量化技术发展展望	172
参考文献		174

第一章 绪 论

量化理论和应用的历史可以追溯到 1948 年, 尽管相似的想法可能在 1898 年之前的文献中就曾出现过。由于脉冲编码调制系统的发展, 在调制和模数转换中, 量化的基本原理和角色首次被正式提出。1948 年, 由 Oliver 等^[1] 发表的论文是一个标志性的起点。同年, Bennett^[2] 也发表了相关论文, 首次对量化问题进行了详细的分析, 给出了高斯随机过程量化噪声的精确理论分析; Shannon^[3] 的有关率失真理论的研究为模数转换和数据压缩提供了理论依据。从此, 量化技术经历了深入而广泛的发展, 大量应用到各类信号处理领域。

1.1 量 化

在通信系统中, 量化是模拟信号数字化的重要环节, 是模拟信息进入数字化系统传输和处理的核心部件。通过下面对于数字通信系统的描述, 可以进一步解释量化的作用, 了解量化对信号重建的影响。

1.1.1 数字通信系统

使用电通信系统, 人们能够实现跨越空间和时间的信息交流。对于电通信系统中的电信号, 若携带信息的信号参量只取有限个值, 便称为数字信号, 如电报信号、计算机输入/输出信号、PCM 信号等。数字信号有时也称离散信号, 离散是指信号的某一参量是离散变化的, 而不一定在时间上也离散。因此, 按照信道中传输的是模拟信号还是数字信号, 可以相应的把通信系统分为模拟通信系统和数字通信系统。数字通信系统是利用数字信号来传递信息的通信系统, 涉及的技术问题很多, 其中主要有信源编码/译码、信道编码/译码、数字调制/解调、数字复接、同步以及加密等。数字通信系统的模型如图 1.1 所示。

信息源和信宿(受信者)是信息或信息序列的产生源和接收者, 泛指一切发信者和收信者, 可以是人也可以是机器。他们可以产生或接收诸如声音、数字、文字、图像、代码等电信号。

信源编码器的主要功能是把人的话音以及机器产生的如文字、图表及图像等模拟信号变换成数字信号, 即所谓的模数(A/D)变换。信源和信源编码可设在同一物理设备上, 也可以分设。例如, 现在一般电话用户输出话音模拟信号(300~3400Hz), 通过用户线送到数字程控交换局的话路模块经 PCM 单路编译码器后,

变换成 64Kbit/s 数字信号,再进行时隙交换。信源解码是信源编码的反变换,即 D/A 变换。类似地,信源解码与受信者可设在同一物理设备内,也可以分设。

信道编码完成多路数字信号复接为宽带数字信号之后,把此宽带数字信号送到传输的信道中去,根据各种传输信道的特性及对传输数字信号的要求(如有一定纠错能力、减少误码、从信码中提取时钟等),变换成所需的传输码型称之为信道编码。例如,PCM 基带传输码型 HDB₃ 码,光纤传输码型 NRZ 码、5B6B 码、4B1H 码等。

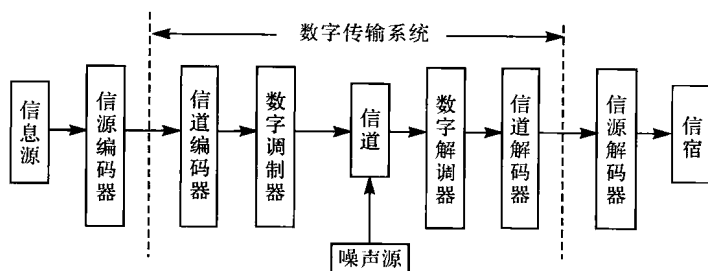


图 1.1 数字通信系统模型

信道解码是发端信道编码的反变换,把解调后的数字信号还原为数字基带信号的过程。

数字调制根据信道媒质特性,对编码后的数字信号经调制后再送入信道中,如光纤信道中的光调制。在用无线信道传输数字信号时,根据传输的数字速率、频带利用率、功率利用率及误码率、设备的复杂程度等,可采用数字频移键控(FSK)、相移键控(PSK)、幅移键控(ASK)等各种数字调制方式。

数字解调是数字调制的反变换,即完成从数字频带信号中,恢复出原来的宽带数字信号,再经信道解码和码型反变换后,分离成数字基带信号,或经信源解码即 D/A 变换,还原为原始模拟用户信号或分路数字信号(不经信源解码,如计算机信号等)。在通信系统中,收端相应技术与设备是发端技术与设备的逆变换。

信道是指以传输介质为基础的信号通道。具体地说,它是以有线或无线线路的形式为信号传输提供的一条通道。抽象地说,它是指允许信号通过的一段频带。信道特性的好坏,对通信系统及其组成部分的设计具有决定性的影响。信道按传输介质分为有线信道和无线信道。有线信道包括明线、对称电缆、同轴电缆和光纤等。无线信道包括中长波地波传播、短波电离层反射、超短波或微波视距传播(含微波中继和卫星中继)以及各种散射等信道。信道既给信号传输以通道,又给信号传输以限制与损害。由于各种实际因素,信道提供的频带总是有限的,信道本身的特性总是不完善的。因此,信号通过信道时就会产生失真,信号功率也因信道的损耗而下降。信号在传输过程中还会受到干扰(或噪声)的损害,这种

干扰有来自通信系统以外的,如无线电干扰、宇宙干扰、辐射干扰、工业干扰、邻近电台干扰以及敌方有意的人为干扰等;有来自通信系统本身存在的各种热噪声。为了便于研究和定量计算,人们把所有这些干扰(噪声)都看成是由一个作用于信道上的等效干扰源产生,并且认为它所产生的干扰是一个双边功率密度谱为常数的白色高斯噪声,简称高斯白噪声。所谓白色,是指其功率密度谱为常数,且存在于很宽的频率范围内(理论上为无穷宽)。所谓高斯,是指其幅度瞬时值的概率密度分布为高斯(正态)分布且均值为0。

与模拟通信相比,数字通信具有许多优点,但也有不足。数字通信系统中传输的是一个有着一定时序结构的数据流,必须包括一个必不可少的同步系统,才能有效地完成数字信号在数字系统中的插入和提取工作。该同步系统保证收发两端的各种信号同频同相,即同步工作。这种同步通常包括载波同步、位同步、帧同步等。对于模拟通信来说,后两种同步是不需要的,前一种同步是否需要,视解调方法而定。数字复接就是利用时间的可分性,采用时隙叠加的方法,把多路低速的数字码流(支路码流),在同一时隙内合并成为高速数字码流的过程。

加密技术是为确保通信的安全而在现代通信系统中采取的一种数字信息处理技术。现代通信系统中的信息包括极其广泛的内容,人们的日常工作、生活、隐私、经济领域的市场竞争、商业行情、资本运作直到涉及国家的政治、经济、文化、意识形态等。因对这些信息的保密,直接影响到国家及个人的利益而显得格外重要。

A/D和D/A转换是信源编解码的首要任务,通过对数字通信系统的性能分析,可以确定在一般情况下,转换器性能决定了最终获得信号的质量。下面将通过对量化器性能的分析,给出进一步的解释。另外,信源编码的另一个重要作用是实现数据压缩,可以分为有损压缩和无损压缩。量化的过程实际上就是有损压缩的过程,对于模拟信号处理带来的失真和量化与方法有关,在后面会进一步阐述。

1.1.2 标量量化和最佳标量量化

模拟信号数字化的最早量化方法是标量量化(一维量化)。模拟信号进行抽样以后,其抽样值还是随信号幅度连续变化的,即抽样值可以取无穷多个可能值。如果用 N 个二进制数字信号来代表该样值的大小,利用数字传输系统来传输该样值信息,那么 N 个二进制信号只能同 $M=2^N$ 个电平样值相对应,而不能同无穷多个电平值相对应。这样一来,抽样值必须被划分成 M 个离散电平,此电平被称作量化电平。或者说,采用量化抽样值的方法才能利用数字传输系统实现抽样值信息的传输。

利用预先规定的有限个电平来表示模拟抽样值的过程称为量化。抽样是把

一个时间连续信号转换成时间离散的信号。量化则是将取值连续的抽样变成取值离散的抽样。对于一个有着一定取值范围的信号 x , 考虑将取值范围分为 M 层, 分层电平表示为 $x_0, x_1, \dots, x_M$, 每一层内的量化电平表示为 $y_1, y_2, \dots, y_M$ 。如图 1.2 所示。

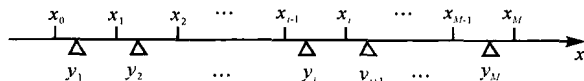


图 1.2 一维信号的分层与量化

通常, 量化器的输入是随机模拟信号, 可以用适当的速率对此随机信号 $x(t)$ 进行抽样, 并按照预先规定, 将抽样值 $x(kT_s)$ 变换成 M 个电平 $y_1, y_2, \dots, y_M$ 之一, 即

$$Q(x(kT_s)) = y_i, \quad x_{i-1} \leq x(kT_s) < x_i \quad (1.1)$$

量化器的输出是一个数字序列信号。假设 $x(t)$ 是均值为 0, 概率密度为 $p(x)$ 的平稳随机过程, 因量化问题实际上是用离散随机变 y_i 量来近似连续随机变量 x , 故可以采用均方误差 $E[(x - y_i)^2]$ 来量度量化误差。由于这种误差的影响相当于干扰或噪声, 故又称其为量化噪声。

1. 均匀量化

对于分布未知或复杂分布的信号, 为了简单起见, 一般采用均匀量化, 把输入信号的取值域按等距离分割的量化称为均匀量化。在均匀量化中, 每个量化区间的量化电平均取在各区间的中点, 其量化间隔(量化台阶) Δ 取决于输入信号的变化范围和量化电平数。当信号的变化范围和量化电平数确定后, 量化间隔也被确定。例如, 如果输入信号的最小值和最大值分别用 a 和 b 表示, 量化电平数为 M , 那么均匀量化时的量化间隔为

$$\Delta = (a - b)/M \quad (1.2)$$

量化器的输入和输出关系为式(1.1)情况, 其中第 i 个量化区的量化电平可以表示为

$$y_i = (x_{i-1} + x_i)/2 = a + i\Delta - \Delta/2 \quad (1.3)$$

第 i 个量化区的分层终点电平可以表示为

$$x_i = a + i\Delta \quad (1.4)$$

信号功率与量化噪声功率之比是量化器的主要指标之一。下面通过分析均匀量化时的信号量化噪声比, 给出一些相关说明。在均匀量化时, 量化噪声功率 N_q 可由下式给出

$$N_q = E[(x - Q(x))^2]$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_a^b (x - Q(x))^2 p(x) dx \\
 &= \sum_{i=1}^M \int_{x_{i-1}}^{x_i} (x - y_i)^2 p(x) dx
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

信号功率为

$$S = E[(x)^2] = \int_a^b x^2 p(x) dx \tag{1.6}$$

对于在区间 $[a, b]$ 上均匀分布的信号,经过推导,可以得到下面的关系式

$$N_q = \Delta^2/12 \tag{1.7}$$

$$S/N_q = M^2 \tag{1.8}$$

式(1.8)也可以写成如下的形式

$$(S/N_q)_{dB} = 20 \lg M \approx 6n \tag{1.9}$$

其中, $M=2^n$; n 是对于量化值编码时,所需要的二进制编码的个数。

式(1.7)说明量化噪声功率和量化间隔有关,量化间隔越小,量化噪声也就越小。式(1.8)说明量化信噪比和分层数有关,层数越多,信噪比越大,量化器性能越好。由式(1.9)可以看出,每增加一位编码,量化信噪比可以提高 6dB,这是一个非常重要的结论,即量化器的性能主要还是与划分量化区域的层数有关,划分的越细,总体上量化误差将会越小,由量化信号重建的信号质量也就越高,其代价是量化后信号的数据量也越大。

量化信噪比随量化电平数 M 的增加而提高,量化信噪比越高,信号的逼真度越好。通常量化电平数应根据对量化信噪比的要求来确定。均匀量化器广泛应用于线性 A/D 变换接口,例如在计算机的 A/D 变换中, n 为 A/D 变换器的位数,常用的有 8 位、12 位、16 位等不同精度。另外,在遥测遥控系统、仪表、图像信号的数字化接口中也都使用均匀量化器。

在语音信号数字化通信(或叫数字电话通信)中,均匀量化则有一个明显的不足:量化信噪比随信号电平的减小而下降。产生这一现象的原因是均匀量化的量化间隔 Δ 为固定值,量化电平分布均匀,因而无论信号大小如何,量化噪声功率固定不变,这样,小信号时的量化信噪比就难以达到给定的要求。通常,把满足信噪比要求的输入信号的取值范围定义为动态范围。因此,均匀量化时输入信号的动态范围将受到较大的限制。为了克服均匀量化的缺点,实际中往往采用非均匀量化。

2. 非均匀量化

非均匀量化是一种在整个动态范围内量化间隔不相等的量化。换言之,非均匀量化是根据输入信号的概率密度函数来分布量化电平,以改善量化性能。由均方误差,在 $p(x)$ 大的地方设法降低量化噪声,从而降低均方误差,可提高信噪比,

这意味着量化电平必须集中在幅度密度高的区域。实现非均匀量化的方法之一是把输入量化器的信号 x 先进行压扩处理,再把压扩的信号 y 进行均匀量化。所谓压缩扩就是一个非线性变换电路,微弱的信号被放大,强的信号被压缩。压扩器的出入关系表示为

$$y = f(x) \quad (1.10)$$

接收端采用一个与压扩特性相反的压扩器来恢复。压缩与扩张如图 1.3 所示。

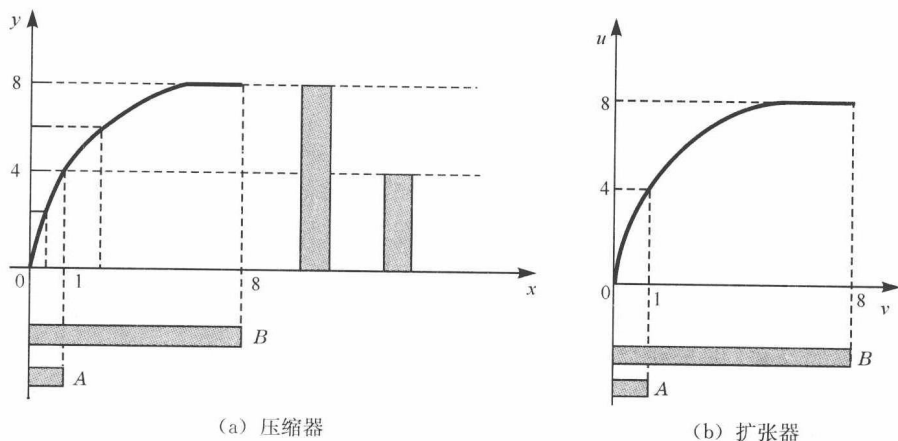


图 1.3 压缩与扩张的示意图

在商业电话中,一种简单而又稳定的非均匀量化器为对数量化器。该量化器在出现频率高的低幅度语音信号处,运用小的量化间隔,而在不经常出现的高幅度语音信号处,运用大的量化间隔。如果要求压扩特性对大、小信号量化信噪比一致,可以导出压扩特性应满足的对数方程,即

$$y = 1 + \frac{1}{k} \ln x \quad (1.11)$$

其中, x 和 y 分别是量化器的归一化输入和输出; k 为常数。上式称为理想对数压扩特性,如图 1.4(a)所示, x 的定义域为 $(0, \infty)$, 曲线不过原点。众所周知,语音信号具有双极性,即应允许 $x \leq 0$, 而且它还是关于原点对称的。所以,理想压扩特性曲线应是通过原点,并关于原点对称,如图 1.4(b)所示。由此可见,式(1.11)给出的特性不能实用,需要修正。修正方法不同,会导出不同的特性。修正应使得曲线通过原点且关于原点对称。

对图 1.4(a)中曲线作通过原点的切线,再考虑曲线的对称性,可以得到 A 律压扩方程为

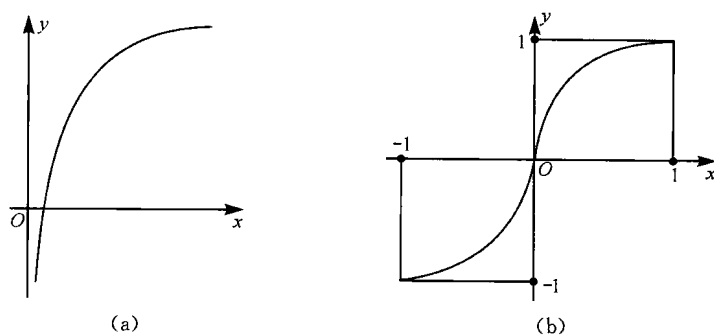


图 1.4 理想对数压扩特性

$$y = \begin{cases} \frac{A|x|}{1 + \ln A} \operatorname{sgn}(x), & 0 \leq |x| \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln A|x|}{1 + \ln A} \operatorname{sgn}(x), & \frac{1}{A} \leq |x| \leq 1 \end{cases} \quad (1.12)$$

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (1.13)$$

压扩程度和曲线形状由参数 A 的大小确定, 当 $A=1$ 时, $y=x$, 为线性关系, 是量化级无穷小时的均匀量化特性; 当 $A>1$ 时, 随着 A 的增大, 压扩特性越显著, 对小信号量化信噪比的改善程度越大。

令式(1.11)中常数 $k=\ln\mu$, 并将该式分子修改为 $\ln(1+\mu|x|)$, 分母由 $\ln\mu$ 修改为 $\ln(1+\mu)$, 得 μ 律压扩方程

$$y = \frac{\ln(1+\mu|x|)}{\ln(1+\mu)} \operatorname{sgn}(x), \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (1.14)$$

通过分析易知, 压扩程度取决于 μ , μ 越大, 压扩效益越高; $\mu=0$ 时, $y=x$, 为量化级无穷小时的均匀量化特性。

μ 律压扩和 A 律压扩是广泛采用的两种对数压扩特性。北美和日本采用 μ 律压扩, 我国和欧洲各国均采用 A 律压扩。图 1.5 给出了两种对数压扩特性在正电平范围的情况(负电平时的特性是奇对称情况), 图中的 x 为归一化输入, y 为归一化输出。

数字电话通信中, 语音信号振幅变化范围很宽, 不同讲话人之间以及不同传输条件下, 语音信号的功率动态范围约为 40dB。在这么宽的动态范围内, 采用基于均匀量化的 PCM 编码方法, 要达到较满意的语音质量, 需要用 10~12 位二进制编码才能满足要求。采用基于上述压扩特性的量化方法, 达到同样要求, 只需要 8 位二进制编码, 这正是现有的实际 PCM 系统的情况。这给出了一个有参考

价值的对比,均匀量化器的处理中,由于没充分考虑信号的分布特点,所以性能相对要差一些。基于对数特性的量化器,能够使处理后的信号在较大的动态范围内保持常数量化信噪比,使动态范围内信号的量化质量都满足设计要求的同时,获得了更好的编码效率,相当于压缩了码率。那么,对于已知分布的信号,找到和分布相匹配的量化器,获得更好的性能便是最佳标量量化器涉及的范畴。

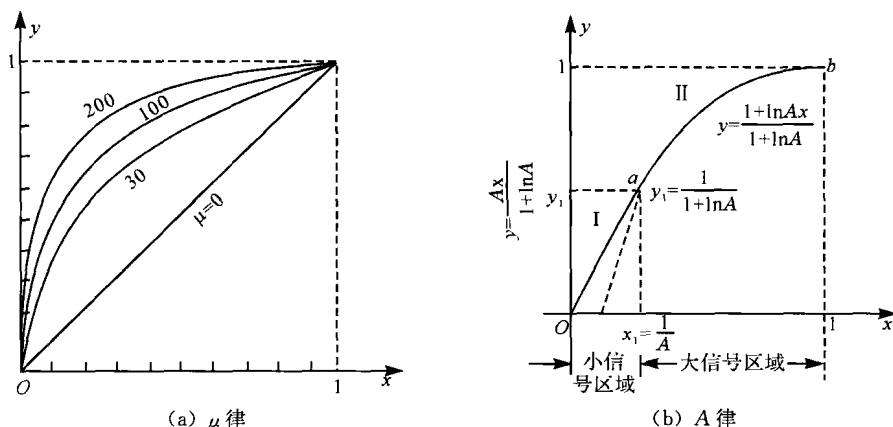


图 1.5 对数压缩特性

3. 最佳标量量化

对于一个有着一定取值范围的信号 x , 考虑将取值范围分为 M 层, 分层电平表示为 $x_0, x_1, \dots, x_M$, 每一层内的量化电平表示为 $y_1, y_2, \dots, y_M$ 。如图 1.2 所示。对于已知分布为 $p(x)$ 的信号 x , 量化失真 D 可由下式给出

$$\begin{aligned}
 D &= E[d(x, Q(x))] \\
 &= \int_{x_0}^{x_M} d(x, Q(x)) p(x) dx \\
 &= \sum_{i=1}^M \int_{x_{i-1}}^{x_i} d(x, y_i) p(x) dx
 \end{aligned} \quad (1.15)$$

其中, $d(x, Q(x))$ 是失真测度。

最佳标量量化就是在一定的 M 值时, 选择各 x_i 和 y_i 以使 D 最小。此时的信息率为 $\text{lb}(M)$, 分别以 x_i 和 y_i 为变量, 对 D 求一阶偏导, 可以解得最佳的 x_i 和 y_i 值, 获得最小的失真。

首先, 对于 D 求 x_i 的偏导, 令其为 0, 有

$$\frac{\partial D}{\partial x_i} = d(x_i, y_i) p(x_i) - d(x_i, y_{i+1}) p(x_i) = 0$$

或

$$d(x_i, y_i) = d(x_i, y_{i+1}) \quad (1.16)$$

由此可见, D 的极值出现在区间的分界点, 对 y_i 和 y_{i+1} 有同样失真的情况下, 还可证明该极值必为最小值, 因为

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x_i^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} [d(x_i, y_i) - d(x_i, y_{i+1})] p(x_i) + [d(x_i, y_i) - d(x_i, y_{i+1})] p'(x_i)$$

由式(1.16)可知, 式中的后一项必为 0, 而根据失真函数的特性即失真随差值增大而增大, 则第一项必为正值, 有

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x_i^2} > 0$$

也就是 D 应取极小值。

当采用绝对失真测度 $d(x, Q(x)) = |x - Q(x)|$ 时, 可以得到最佳情况下的 x_i 取值

$$\begin{cases} x_i = (y_i + y_{i+1})/2 \\ x_0 = x_{\min} \\ x_M = x_{\max} \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, M-1 \quad (1.17)$$

即各量化值选定后, 区间的分界必在两个量化值的中点。

对于采用均方误差测度 $d(x, Q(x)) = (x - Q(x))^2$ 的情况, 由式(1.16)有

$$y_i^2 - 2x_i y_i + x_i^2 = y_{i+1}^2 - 2x_i y_{i+1} + x_i^2$$

经过整理, 仍然得到式(1.17)的结果, 即在两种失真测度下的最佳分层电平的看法是一样的。

下面再来解决最佳量化电平的取值问题, 求 D 对于 y_i 的偏导, 令其为 0, 有

$$\frac{\partial D}{\partial y_i} = \frac{\partial}{\partial y_i} \int_{x_{i-1}}^{x_i} d(x, y_i) p(x) dx = 0$$

具体对于均方失真测度, 有

$$\frac{\partial D}{\partial y_i} = \frac{\partial}{\partial y_i} \int_{x_{i-1}}^{x_i} (x - y_i)^2 p(x) dx = -2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} (x - y_i) p(x) dx = 0$$

整理有

$$y_i = \frac{\int_{x_{i-1}}^{x_i} x p(x) dx}{\int_{x_{i-1}}^{x_i} p(x) dx}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (1.18)$$

又因为

$$\frac{\partial^2 D}{\partial y_i^2} = 2 \int_{x_{i-1}}^{x_i} p(x) dx > 0$$

故在这个条件下, D 也是取极小值(利用概率的非负性, 二阶导数大于 0)。这说明在采用均方失真测度时, 最佳量化电平是相应区间的基于概率密度函数的质心。