



中等职业教育规划教材
中国煤炭教育协会职业教育教学与教材建设委员会审定

测量基础

● 主 编 石永乐



煤炭工业出版社

中 等 职 业 教 育 规 划 教 材
中国煤炭教育协会职业教育教学与教材建设委员会审定

测 量 基 础

主 编 石永乐
副 主 编 袁济祥 冯新顶
参编人员 袁 方 石世章

煤 炭 工 业 出 版 社

· 北 京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

测量基础/石永乐主编. —北京: 煤炭工业出版社,
2009

中等职业教育规划教材

ISBN 978-7-5020-3588-4

I. 测… II. 石… III. 测量学-专业学校-教材

IV. P2

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 161478 号

煤炭工业出版社 出版
(北京市朝阳区芍药居 35 号 100029)
网址: www.cciph.com.cn
煤炭工业出版社印刷厂 印刷
新华书店北京发行所 发行

*
开本 787mm × 1092mm $\frac{1}{16}$ 印张 13 $\frac{3}{4}$
字数 318 千字 印数 1—5,000
2009 年 10 月第 1 版 2009 年 10 月第 1 次印刷
社内编号 6398 定价 28.00 元

版权所有 违者必究

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 本社负责调换

内 容 提 要

本书是中等职业教育地质与测量专业规划教材之一。

本书共九章，内容包括：测量基本知识、水准测量、角度测量、距离测量、测量误差与平差、控制测量、大比例尺地形图测绘、地形图识读应用、地籍测量。

本书是中等职业学校、技工学校地质与测量专业及相关专业的通用教材，也可作为企业在职人员的培训教材。

煤炭中等专业教育分专业教学与教材建设委员会

(地质与测量类专业)

主 任 刘俊荷

副主任 李华奇 董两省

委 员 (按姓氏笔画排序)

石永乐 关保国 巩望旭 何沛峰 李东华 李战宏

李 佳 陈春龙 叶启彬 赵艳芬 储徐杰 魏孔明

前言

为贯彻《教育部办公厅、国家安全生产监督管理总局办公厅、中国煤炭工业协会关于实施职业院校煤炭行业技能型紧缺人才培养培训工程的通知》(教职成厅[2008]4号)精神,加快煤炭专业技能型人才的培养,满足煤炭行业发展对人才的迫切需求,依托煤炭职业学(院)校建立煤炭行业技能型人才培养培训基地,培养面向煤矿生产企业一线,具有与本专业岗位群相适应的文化水平和良好的职业道德,了解矿山企业生产的全过程,掌握本专业的基本专业知识和技能,具有从事矿山地质勘查与矿山测量的技术能力的中级技能型人才,中国煤炭教育协会组织煤炭职业学(院)校专家、学者编写了地质与测量专业系列教材。

《测量基础》一书是地质与测量专业中等职业教育国家规划教材中的一本,可作为中等职业学校地质与测量专业测量基础课程教学用书,也可作为在职人员培养提高的培训教材。

本书由石家庄工程技术学校石永乐主编并统稿,其编写了绪论、第二章(8~9节)、第三章、第八章;河南工程技术学校冯新顶任副主编,其编写了第七章、第九章;甘肃煤炭工业学校袁济祥任副主编,其编写了第四章、第六章;石家庄工程技术学校石世章编写了第二章(1~7节),安徽能源技术学校袁方编写了第一章、第五章。

中国煤炭教育协会职业教育
教学与教材建设委员会

2009年9月

目 次

绪 论	1
第一章 测量基本知识	3
第一节 地球形状和大小的概念	3
第二节 地面点位置的表示	4
第三节 用水平面代替水准面的限度	8
第四节 直线定向	9
第五节 比例尺	12
第六节 测量工作的基本原则和工作程序	14
第七节 测量工作中常用的度量单位	15
第二章 水准测量	17
第一节 水准测量原理	17
第二节 水准测量的仪器和工具	18
第三节 水准测量的外业工作	22
第四节 水准测量的内业工作	28
第五节 微倾水准仪的检验与校正	32
第六节 自动安平水准仪	33
第七节 电子水准仪	34
第八节 水准测量误差及注意事项	35
第九节 水准测量技能训练	36
第三章 角度测量	40
第一节 角度测量的概念	40
第二节 光学经纬仪	41
第三节 水平角测量	43
第四节 竖直角测量	46
第五节 光学经纬仪的检验与校正	49
第六节 角度测量误差及注意事项	51
第七节 电子经纬仪	52
第八节 全站仪	53
第九节 角度测量技能训练	57

第四章 距离测量	62
第一节 钢尺量距	62
第二节 视距测量	71
第三节 光电测距	74
第四节 测距仪器的使用注意事项和保养	76
第五节 距离测量技能训练	78
第五章 测量误差与平差	83
第一节 观测误差及其分类	83
第二节 偶然误差的特性	85
第三节 评定观测值精度的标准	87
第四节 测量平差的任务与准则	89
第五节 误差传播定律	92
第六节 算术平均值及其中误差	95
第六章 控制测量	99
第一节 概述	99
第二节 导线测量的外业工作	104
第三节 导线测量的内业计算	108
第四节 交会定点	118
第五节 高程控制测量	124
第六节 GPS 卫星定位系统	125
第七节 导线测量技能训练	130
第七章 大比例尺地形图测绘	133
第一节 地形图的基本知识	133
第二节 地物的表示方法	134
第三节 地貌的表示方法	136
第四节 测图前的准备工作	139
第五节 测定特征点的基本方法	140
第六节 地物的测绘	144
第七节 地貌的测绘	146
第八节 数字化测图	151
第八章 地形图识读应用	155
第一节 地形图的分幅与编号	155
第二节 地形图识读	159
第三节 地形图应用的基本内容	160

第四节	地形图在工程建设中的应用.....	162
第五节	地形图在平整土地中的应用.....	163
第九章	地籍测量.....	167
第一节	地籍管理的基本知识.....	167
第二节	地籍调查.....	169
第三节	土地权属调查.....	177
第四节	地籍平面控制测量.....	182
第五节	地籍细部测量.....	183
第六节	变更地籍调查.....	190
第七节	土地面积量算.....	193
第八节	地籍管理信息系统.....	198
附录	地籍调查表样式.....	203
参考文献		209

绪 论

测量学是研究地球表面形状、大小以及确定地面点之间相互位置关系的一门科学，是人类在生产实践中不断发展而形成的一门技术科学和应用科学。据《史记》记载，早在夏禹治水时期，就使用了“准、绳、规、矩”等测量工具。春秋战国时期发明的指南针，直到现在仍然有着广泛的应用。

测量学的主要内容包括测定和测设两部分。测定就是使用测量仪器和工具，通过一系列的观测和计算，将测区内的地物和地貌按比例缩小绘成地形图，供规划设计、工程建设和国防建设使用；测设（也称放样、标定）就是将图纸上设计好的建筑物和构筑物的位置，按照设计和施工的要求在实地上标定出来，作为施工的依据。

随着国民经济的发展和科学技术的进步，测量学在生产中的作用越来越大，所涉及的内容也越来越丰富，并派生出许多分支学科。例如：研究以地球形状和大小，建立国家大地控制网为主要对象，为其他测量工作提供计算数据的大地测量学；利用摄影相片确定物体的形状、大小和空间位置的摄影测量学，它又分为陆地摄影测量学、航空摄影测量学、水下摄影测量学及航天摄影测量学等；研究以海洋和陆地水域为测量对象的海洋测绘学；研究测绘地形图的基本理论、技术和方法的地形测量学；为满足工程建设的需要，结合各种工程建设的特点而进行测量工作的工程测量学；研究如何确保矿产资源的合理开发、安全生产和矿区环境治理的矿山测量学；研究利用所获取的测量成果资料，编绘和印制各种地图的制图学。随着遥感（RS）、全球定位系统（GPS）和地理信息系统（GIS）等新技术的不断发展，新的测量分支学科将会不断涌现。

测量学的应用范围很广。在国民经济建设和社会发展规划中，测绘信息是最重要的基础信息之一。在国防建设中，军事测绘和军用地图是现代大规模多兵种协同作战必不可少的重要保障；在科学实验、航空航天、地壳形变和地震预报等研究工作中，也都要应用测绘资料。土地规划与管理、房地产管理需要地形图；港口、水电站、铁路、公路、桥梁的建造，隧道开挖、城市规划、给排水等市政工程的建设，工业与民用建筑的建造等，在设计阶段需要测绘各种比例的地形图；在施工阶段需要将建（构）筑物的平面位置和高程放样出来，作为施工的依据；工程竣工后，还要测绘竣工图，供日后改建、扩建和维修用；对某些重要的建筑物，建成后还要进行变形观测，以确保建筑物的安全使用。在地质勘探工程中的地质普查阶段，地质技术人员要靠地形图和有关测量资料作为其填图的依据；在地质勘探阶段，要进行勘探线、网、钻孔的标定和地质剖面测量。在采矿工程中，在建井阶段，要进行建井和巷道开拓所需的施工和设备安装测量；在生产阶段，除进行井下控制测量和采区测量外，还要开展矿体几何和储量管理、岩层移动监测和地面建筑物保护、矿区环境治理等工作。

综上所述，测量技术在国民经济建设中有着非常重要的作用。作为从事工程建设的技术人员，必须具备一定的测量知识和技能。

《测量基础》是地质与测量专业学生必修的专业课。本书根据目前中等职业学校学生

的文化基础，结合专业培养目标，突出职业教育特色，将地形测量学、控制测量学、测量平差、地籍测量等课程综合起来。本课程的基本要求是：

- (1) 掌握测量工作必备的基本理论、基本知识和基本技能。
- (2) 能熟练使用常用测量仪器（水准仪、经纬仪、全站仪）完成一般测量工作。
- (3) 了解简易平差的一般知识，能对常用测量仪器进行检验、校正。
- (4) 掌握小区域大比例尺地形图测绘的过程、方法，能进行常规测图。
- (5) 了解地籍调查的工作程序及成果资料的整理，能测绘、使用地籍图。

第一章 测量基本知识

第一节 地球形状和大小的概念

测量学的主要研究对象是地球的自然表面。地球自然表面很不规则，有高山、平原、深谷、丘陵和海洋等。地球上最高的珠穆朗玛峰高出海水面 8844.43m，最低的马里亚纳海沟低于海水面 11034m（最低处），但它们与地球的半径（6371km）相比是很微小的，又由于地球表面的海洋面积约占 71%，陆地面积约占 29%，因此，可以把地球总的形状看做是被海水包围的球体。

静止的水面所形成的曲面称为水准面，过水准面上的任意一点所作的铅垂线，在该点均与水准面正交。与水准面相切的平面称为水平面。由于水面可高可低，因此水准面有无数多个，其中与平均海水面吻合并向大陆、岛屿内延伸而形成的闭合曲面，称为大地水准面（图 1-1）。大地水准面是测量外业工作的基准面，由大地水准面所包围的地球形体称为大地体，它代表了地球的自然形状和大小。

由于地球内部物质分布不均匀，使地面上各点的铅垂线方向产生不规则的变化，因而大地水准面实际上是一个十分复杂且不规则的曲面。为便于测量计算和制图工作，我们选择了一个非常接近于大地水准面的辅助曲面，把这个辅助曲面所包围的球体称为参考椭球体或旋转椭球体（图 1-2），它是一个规则的几何形体，可以用数学公式来表示。在测量工作中，就是用这种椭球体的表面代替大地水准面，并以此作为测量计算的基准面。

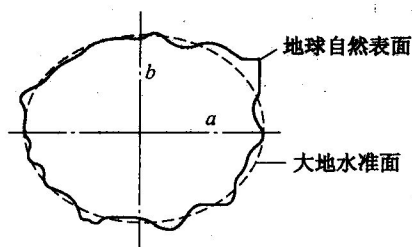


图 1-1 大地水准面

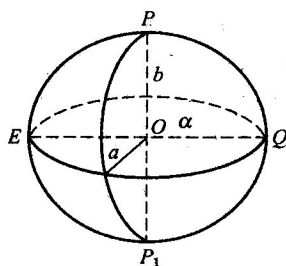


图 1-2 参考椭球体

参考椭球体的大小由其基本元素来决定，基本元素有：长半轴 a ，短半轴 b ，扁率 $\alpha = \frac{a-b}{a}$ 。

目前，我国采用的参考椭球体是 1980 年国家大地测量参考系，其原点在陕西省泾阳县永乐镇，称为国家大地原点。其长半轴 $a = 6378140\text{m}$ ，短半轴 $b = 6356755\text{m}$ ，扁率 $\alpha = 1 : 298.257$ 。

由于参考椭球体的扁率很小，因此当测量范围不大时，可将地球视为圆球，其半径为 6371km。

在实际工作中,参考椭球面是测量内业工作的基准面,大地水准面是测量外业工作的基准面。以大地水准面作为测量外业工作的基准面有以下两个原因:一是当对测量成果的要求不是十分严格时,就不必改正到参考椭球面上;二是在实际工作中,我们很容易得到水准面和铅垂线。用大地水准面作为测量的基准面可大大简化操作和计算工作。因而水准面和铅垂线便成为实际测绘工作的基准面和基准线。

第二节 地面点位置的表示

测量工作的任务之一就是确定地面点的空间位置。一个点在空间的位置,需要3个量来确定。在测量工作中,这3个量通常用该点在基准面(参考椭球面)上的投影位置和该点沿投影方向到基准面(一般为大地水准面)的距离来表示,即用平面坐标和高程来表示。

为了研究空间物体的位置,数学上常采用投影的方法加以处理。如图1-3所示,将地面上的点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 沿铅垂线方向投影到大地水准面上,得到 a 、 b 、 c 、 d 、 e 投影位置,则地面点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 的空间位置就可以用点 a 、 b 、 c 、 d 、 e 在大地水准面上的坐标和铅垂距离 H_A 、 H_B 、 H_C 、 H_D 、 H_E 来表示。

一、地面点在投影面上的坐标

地面点的坐标,根据实际情况,可选用下列3种坐标系统中的一种来确定。

1. 地理坐标系

当我们研究大区域或整个地球的时候,地面点在地球椭球体面上的投影位置通常是用地理坐标系中的经度和纬度来表示的。某点的经度和纬度称为该点的地理坐标(图1-4)。图1-4中, PP_1 为地球的自转轴,称为地轴;地球的中心 O 称为球心;地轴与地球表面的交点 P 、 P_1 ,分别称为北极与南极;垂直于地轴的平面与地球表面的交线称为纬线;通过球心 O 且垂直于地轴的平面称为赤道面,赤道面与地球表面的交线称为赤道;通过地轴和地球上任一点 L 的平面 $PLKP_1$,称为 L 点的子午面,该面与地球表面的交线称为子午线(又称经线);国际上规定通过英国格林尼治天文台的子午面为首子午面,以首子午面作为计算经度的起始面。

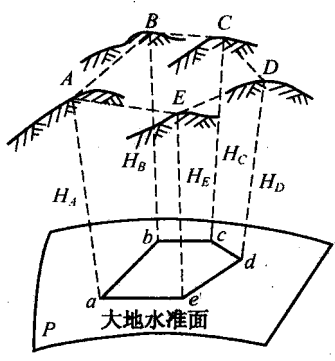


图1-3 大地水准面投影图

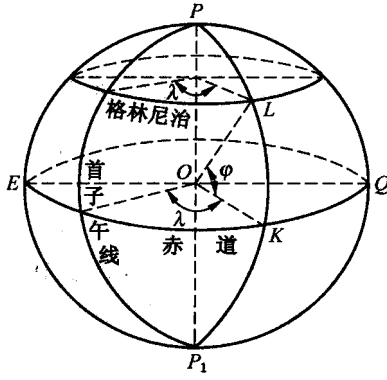


图1-4 地理坐标

L 点的经度是该点的子午面与首子午面所构成的二面角, 以 λ 表示; 经度由首子午面起向东、向西度量, 各由 $0^\circ \sim 180^\circ$, 在首子午面以东称为东经, 以西称为西经。 L 点的纬度是通过该点的铅垂线与赤道面之间的夹角, 以 φ 表示; 纬度以赤道平面为基准向北、向南度量, 各由 $0^\circ \sim 90^\circ$, 在赤道平面以北称为北纬, 以南称为南纬。例如, 北京某点的地理坐标 (λ, φ) 为东经 $116^\circ 23'$, 北纬 $39^\circ 54'$ 。

上面所说的经纬度是用天文方法观测得到的, 所以又称为天文经纬度或天文地理坐标。另外, 还有一种经纬度是用大地测量的方法确定的, 称为大地经纬度或大地地理坐标, 通常用 L 、 B 表示。对于地球表面上的同一点, 这两种地理坐标的差异一般很小。在中小比例尺地形图中使用的经纬度通常是大地经纬度。

2. 平面直角坐标系

在小区域 (如半径小于 10km 的范围) 内进行测量工作时, 若采用大地坐标来表示地面点位置是不方便的, 这种情况下, 可以把球面的投影面当作平面看待, 采用平面直角坐标来表示地面点在投影面上的位置。图 1-5 所示为测量工作中采用的平面直角坐标, 规定以 x 轴为纵轴, 表示南北方向, 向北为正, 向南为负; 以 y 轴为横轴, 表示东西方向, 向东为正, 向西为负; 并规定坐标系的 I、II、III、IV 象限按顺时针方向编号。这与数学坐标系的规定是不同的, 其目的是为了定向方便。数学中的公式可以直接应用于测量计算中, 而不需做任何改变。地面某点 A 的平面位置可用 x_A 和 y_A 表示。

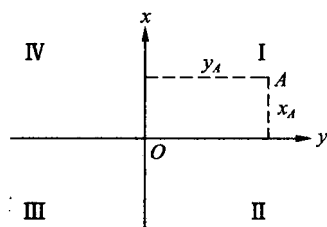


图 1-5 平面直角坐标

为实用方便, 测量上用的平面直角坐标系的原点有时是假设的。假设原点位置时应注意使测区内各点的 x 、 y 值为正, 一般选在测区的西南角。

3. 高斯-克吕格平面直角坐标系

当测区的范围较大时, 就不能把水准面直接当作水平面了。此时需要把地球椭球面上的图形绘到平面上来, 这样必然会产生变形, 必须采用适当的投影方法来解决这个问题。测量工作中通常采用高斯投影法。

高斯投影法是将地球按经线划分成带, 称为投影带 (图 1-6)。投影带从首子午线起, 每 6° 经差划为一带, 称为 6° 带, 自西向东将整个地球划分为经差相等的 60 带, 带号依次为 1, 2, ..., 60 带, 位于各带中央的子午线称为各带的中央子午线 (或称轴子午线), 第一个 6° 带的中央子午线是东经 3° 。设任意一个带的中央子午线的经度为 L_0 , N 为投影带号, 则两者之间的关系为

$$L_0 = 6N - 3 \quad (1-1)$$

我国境内 6° 带最西的一带为 13 带, 最东的一带为 23 带。

高斯投影法的原理 (图 1-7) 是: 设想取一个空心椭圆柱, 横套在地球椭球外面, 使地球椭球上某一中央子午线与椭圆柱面相切, 并使椭圆柱的中心线通过地球椭球的中心, 在球面图形与椭圆柱面上的图形保持等角的条件下, 将地球椭球表面上该 6° 带投影到椭圆柱面上, 然后将椭圆柱沿通过南北极的母线剪开并展成平面, 便得到该 6° 带在平面上的影像。

高斯投影法的规律有以下 4 点。

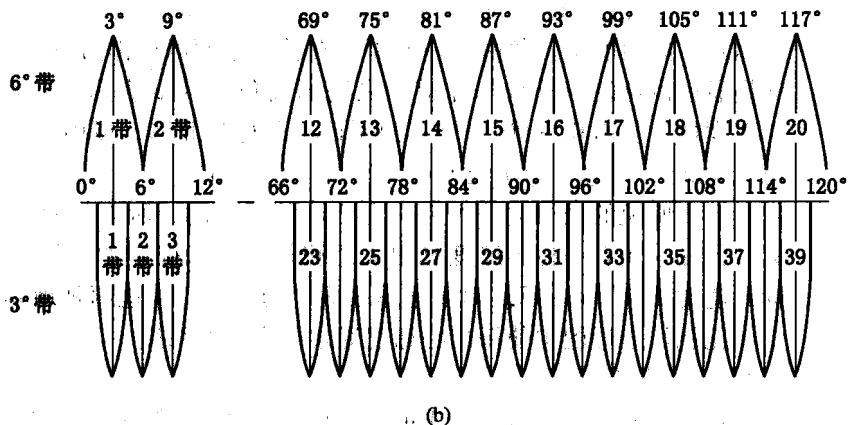
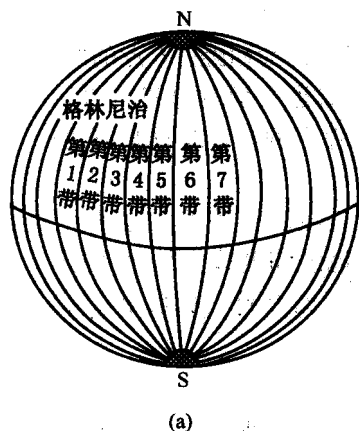


图 1-6 高斯分带投影

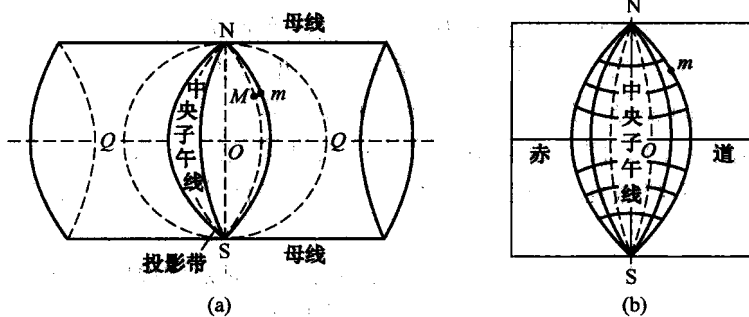


图 1-7 高斯投影法示意图

(1) 中央子午线的投影为一条直线，且投影之后的长度无变形；其余子午线的投影均为凹向中央子午线的曲线，且以中央子午线为对称轴，离对称轴越远，其长度变形也就越大。

(2) 赤道的投影为直线，其余纬线的投影为凸向赤道的曲线，并以赤道为对称轴。

(3) 经纬线投影后仍保持相互正交的关系，即投影后无角度变形。

(4) 中央子午线和赤道的投影相互垂直。

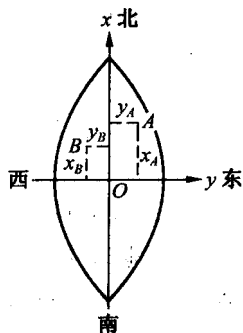


图 1-8 高斯平面
直角坐标

投影后，将中央子午线作为坐标纵轴 x ，赤道作为坐标横轴 y ，两轴的交点作为坐标原点，便建立起高斯-克吕格平面直角坐标系（简称高斯平面直角坐标系），如图 1-8 所示。这种坐标既是平面直角坐标，又与大地坐标经纬度发生联系，故可将球面上点的位置用平面直角坐标来表示。

在高斯平面直角坐标中，规定 x 轴向北为正， y 轴向东为正。我国位于北半球， x 坐标值均为正， y 坐标值则有正有负。为避免 y 坐标出现负值，考虑到 6° 带中央子午线到边界线最远不超过

334km (在赤道上), 故规定将每带的纵坐标轴向西平移 500km, 即所有点的 y 坐标值均加上 500km。另外, 为了根据横坐标值能确定该点位于投影带的第几带, 在加上 500km 后的 y 坐标值之前再冠以该投影带的带号, 并把这种在 y 坐标值上加了 500km 和带号后的横坐标值称为通用值, 没有加 500km 和带号的原横坐标值称为自然值。

例如, A 点位于 6° 带的第 20 带, 其横坐标的自然值为 $y_A = +148680.54\text{m}$, 将 A 点横坐标的自然值加上 500km 并冠以带号后, 便得 A 点横坐标的通用值, 即 $y_A = 20648680.54\text{m}$ 。

各投影带内的横坐标用带号加以区别, 自然值加上 500km 后的横坐标值总是六位数, 这样就不会和带号混淆了。例如, 某点的横坐标通用值为 $y = 20425760\text{m}$, 说明该点位于第 20 带内, 横坐标自然值为 $y = -74240\text{m}$, 位于中央子午线以西。

一般情况下, 从测绘资料管理部门收集来的坐标资料多为通用值, 有时为了使用方便要换算成自然值。

高斯投影法的实质是正形投影, 这种投影会产生长度变形, 即投影在平面上的长度大于球面长度, 离中央子午线越远变形越大, 变形过大将影响所测地形图的精度, 也影响图纸使用。故精度要求较高时, 应将投影带变窄, 以限制投影带边缘位置的长度变形, 此时可采用 3° 、 1.5° 或任意分带投影法。采用 3° 带投影时, 从东经 $1^\circ 30'$ 起, 每 3° 经差划为一带, 将整个地球划分为 120 个带 (图 1-6b), 每带中央子午线的经度 L_3 可用下式计算, 即

$$L_3 = 3n \quad (1-2)$$

式中 n —— 3° 带的带号。

不同分带之间的同一点, 其坐标值可以进行换算, 称为坐标换带计算。此计算可以通过查表或用计算机来完成。

二、地面点的高程

在一般测量工作中都以大地水准面为基准面, 因而某点到基准面的高度是指某点沿铅垂方向到大地水准面的距离, 通常称为绝对高程或海拔, 简称高程, 用字母 H 表示。图 1-9 中, H_A 及 H_B 都是绝对高程。如果是距任意一个水准面的距离, 则称为相对高程, 也称假定高程, 图 1-9 中, H'_A 及 H'_B 都是相对高程。我国的绝对高程以青岛港验潮站历年记录的黄海平均海面高为准, 并在验潮站附近建立水准原点, 其高程为 72.260m (称为 1985 年国家高程基准, 原 1956 年国家高程基准为 72.289m)。全国布置的国家高程控制点——水准点, 都以这个水准原点为准。如果某项建设工程远离已知高程的国家控制点, 也可临时以任意水准面为准, 指定工地上某个固定点并假设其高程, 该工区各工程的高程均以这个固定点为准, 即所测得的各点高程都是以同一任意水准面为准的假定高程, 将来如有需要, 只需与国家高程控制点联测, 再换算成绝对高程就可以了。

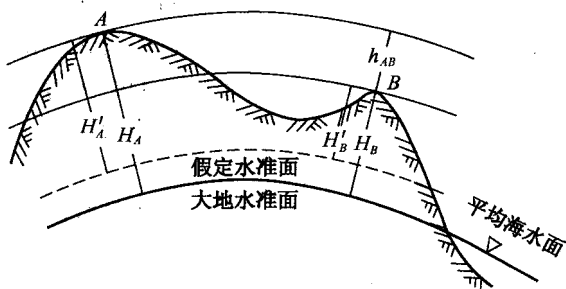


图 1-9 高程与高差

同一高程系统中, 两点间的高程之差称为高差, 用字母 h 表示。地面点 A 与 B 之间的高差 h_{AB} 为

$$h_{AB} = H_A - H_B = H'_A - H'_B \quad (1-3)$$

可见, 高差的计算与高程起算面无关。

第三节 用水平面代替水准面的限度

普通测量工作中是将大地水准面近似地当成圆球面看待的, 当把地球表面的点描绘在水平面上时必将产生变形。但在实际测量工作中, 当测区面积不大, 并能满足一定精度要求的情况下, 可以用水平面直接代替水准面, 即把较小一部分地球表面上的点通过正形投影直接描绘到水平面上来决定其位置。因此, 我们必须了解在多大面积范围内可以用水平面代替水准面, 也就是要研究地球曲率对角度、距离及高差的影响。

一、地球曲率对水平角度的影响

由球面三角学可知, 同一个空间多边形在球面上投影所得到的各内角之和, 要大于它在平面上投影所得到的各内角之和, 两者所差的值就是球面角超 ε , ε 即为地球曲率对水平角度的影响, 其公式为

$$\varepsilon = \rho'' \frac{P}{R^2} \quad (1-4)$$

式中 ρ'' ——以秒计的弧度;

P ——球面多边形面积;

R ——地球半径。

在测量工作中实测的是球面面积, 绘制成图时则绘成平面图形的面积。

由式 (1-4) 知, ε 的大小与球面多边形面积 P 成正比: 当 $P = 10\text{km}^2$ 时, $\varepsilon = 0.05''$; 当 $P = 100\text{km}^2$ 时, $\varepsilon = 0.51''$; 当 $P = 400\text{km}^2$ 时, $\varepsilon = 2.03''$; 当 $P = 2500\text{km}^2$ 时, $\varepsilon = 12.70''$ 。

以上计算表明, 对于面积在 100km^2 以内的多边形, 地球曲率对水平角的影响只有在最精密的测量中才需要考虑, 一般的测量中不必考虑。

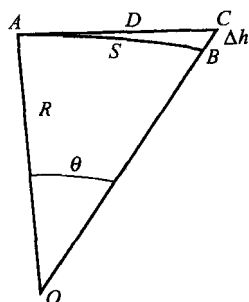


图 1-10 地球曲率对水平

距离的影响示意图

代入上式即得

二、地球曲率对水平距离的影响

如图 1-10 所示, 地球半径为 R , 设 A 、 B 为水准面上的两点, 其弧长为 S , 所对圆心角为 θ , 在 A 点作一水平面, AB 在水平面上的距离为 D , 两者之差 ΔS 即为地球曲率对水平距离的影响, 其值为

$$\Delta S = D - S = R \tan \theta - R \theta = R(\tan \theta - \theta)$$

将三角函数的级数公式

$$\tan \theta = \theta + \frac{1}{3} \theta^3 + \frac{2}{15} \theta^5 + \dots$$