



长江学典系列

- 与名校享受一样的教学资源
- 与名校同学拥有同一个课堂

华中师大一附中学案

华中师大一附中 组编



高中 **新课标**

数学1 (必修)

配人教A版

丛书主编/张 真

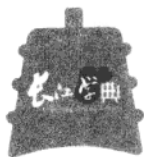
本册主编/陈红锦

帅建成

柯志清



华中师范大学出版社



长江学典系列

与名校享受一样的教学资源
与名校同学拥有同一个课堂

华中师大一附中学案

丛书编委会

张 真	王 忠	胡焰坤	周鹏程	张丽清	蒋大桥
胡茂良	夏 禹	陈红锦	帅建成	赵守斌	余 国
柳超美	汪兆龙	黎昌林	王铁松	陶 涛	龙 泉

高中新课标

数学1(必修)

丛书主编: 张 真
本册主编: 陈红锦
帅建成
柯志清

 华中师范大学出版社

新出图证(鄂)字 10 号

图书在版编目(CIP)数据

华中师大一附中学案 高中新课标 数学 1(必修)/华中师大一附中组编.

—武汉:华中师范大学出版社,2009.8

ISBN 978-7-5622-4005-1

I. 华… II. 华… III. 数学课-高中-教学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 123766 号

华中师大一附中学案 高中新课标 数学 1(必修)

©华中师大一附中 组编

丛书主编:张真

本册主编:陈红锦 帅建成 柯志清

丛书策划:范军 侯晓明

丛书执行策划:梁上启 丁慧斌 程继松 严惠军

责任编辑:吴小岸

责任校对:罗 艺

封面设计:新视点

编辑室:教材研发中心

电话:027-67862387

出版:华中师范大学出版社

社址:武汉市洪山区珞喻路 152 号

销售电话:027-87831085(湖北省教育书刊社) 027-67861549(华中师范大学出版社)

印刷:仙桃市新华印务有限公司

督印:章光琼

字数:272 千字

开本:787mm×1092mm 1/16

印张:11.5

版次:2009 年 8 月第 1 版

印次:2009 年 8 月第 1 次印刷

定价:19.60 元

欢迎上网查询、购书

敬告读者:欢迎举报盗版,请打举报电话 027-67861321。

使用说明

本学案是按人民教育出版社 2007 版新课标数学教材 A 版编写,适用于已经新课改的普通高中。

这套学案由华中师大一附中数学组教学第一线富有教学经验的教师编写,是我们长期以新课标的理念组织教学的成果。我校很早就瞄准国际、国内先进的教育改革,开设研究性学习课程及数学思想与方法,数学建模等校本课程,并在数学课堂教学中不断地探索研究性学习,以学生为主体的教学模式,我们的理念是“把方法教给学生,把时间还给学生”。

根据新课标的理念,本学案的编写基于以下几个方面:

第一,数学学习的主要方式应由单纯的记忆、模仿和训练转变为自主探索、合作交流与实践创新;数学课堂由单纯传授知识的殿堂转变为学生主动从事数学活动,构建自己有效的数学理解的场所;数学教师由单纯的知识传递者转变为学生学习数学的组织者、引导者和合作者。

第二,学生要从单纯的知识的接受者转变为数学学习的主人。数学教学应该是从学生的生活经验和已有知识背景出发,向他们提供充分的从事数学活动和交流的机会,帮助他们在自主探索的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法。

第三,数学学习评价应由单纯的考查学生的学习结果转变为关注学生学习过程中的变化与发展,以全面了解学生的数学学习状况,促进学生更好地发展。既要关注学生学习的结果,更要关注他们在学习过程中的变化和发展;既要关注学生数学学习的水平,更要关注他们在数学活动中所表现出来的情感、态度和个性倾向。

本学案由以下版块组成:

学习目标——本章学习的三维目标。

预习导引——预习引导。引导学生有效预习,发现问题、提出问题并在整体上认知章节的科学性,系统性,从而提高课堂效率。

课堂互动——包括引入问题(问题或情境),思维点拨,重点剖析,例题解析,课堂训练。问题讨论是针对本节的重点而设计的提问,重点剖析列出该节需着重理解的内容和需掌握的方法。例题解析是经过精选,由易到难,有的题后有点评。课堂训练是为了加深理解本节内容和掌握基本方法而设计的。

课后测评——对本节学习效果的自测,要求独立、限时完成,然后与参考答案对照。

思考题——综合性较大,体现更高要求的指导性和方向性。

测试题——本章学习的综合自测。

本学案由陈红锦、帅建成、党宇飞、柯志清、张传江等组织编写,数学 1(必修)由周珂、苏远东、陈开懋、王文莹、方牡丹、廖义振、万继勇编写。

本学案最后由我校特级教师,武汉市十大名师殷希群审阅。

由于时间紧,有不妥之处,敬请使用这套学案的师生给予批评指正。

目 录

第一章 集合与函数概念	(1)
学习目标	(1)
自学指导	(1)
1.1 集合	(1)
1.1.1 集合的含义与表示	(1)
预习导引	(1)
课堂互动	(3)
课后测评	(4)
1.1.2 集合间的基本关系	(7)
预习导引	(7)
课堂互动	(8)
课后测评	(8)
1.1.3 集合的基本运算	(11)
预习导引	(11)
课堂互动	(12)
课后测评	(13)
1.2 函数及其表示	(16)
1.2.1 函数的概念	(16)
1. 函数的定义	(16)
预习导引	(16)
课堂互动	(17)
课后测评	(18)
2. 函数的定义域与区间	(21)
预习导引	(21)
课堂互动	(21)
课后测评	(23)
1.2.2 函数的表示法	(25)
1. 函数解析式的求法	(25)
预习导引	(25)
课堂互动	(26)

课后测评	(28)
2. 分段函数	(30)
预习导引	(30)
课堂互动	(30)
课后测评	(33)
3. 映射与函数	(36)
预习导引	(36)
课堂互动	(37)
课后测评	(38)
4. 函数的图象和应用	(41)
预习导引	(41)
课堂互动	(42)
课后测评	(45)
1.3 函数的基本性质	(49)
1.3.1 单调性与最大(小)值	(49)
1. 函数单调性的定义	(49)
预习导引	(49)
课堂互动	(50)
课后测评	(52)
2. 函数单调性的判断	(54)
预习导引	(54)
课堂互动	(54)
课后测评	(57)
3. 函数单调性的应用	(59)
预习导引	(59)
课堂互动	(59)
课后测评	(61)
1.3.2 奇偶性	(64)
预习导引	(64)
课堂互动	(64)
课后测评	(66)
第一章 集合与函数概念测试题	(69)
第二章 基本初等函数(I)	(73)
学习目标	(73)
自学指导	(73)
2.1 指数函数	(74)
2.1.1 指数与指数幂的运算	(74)

1. 根式	(7 4)
预习导引	(7 4)
课堂互动	(7 5)
课后测评	(7 6)
2. 实数指数幂及其运算	(7 8)
预习导引	(7 8)
课堂互动	(7 8)
课后测评	(8 0)
3. 实数指数幂的运算性质	(8 1)
预习导引	(8 1)
课堂互动	(8 1)
课后测评	(8 3)
2.1.2 指数函数及其性质	(8 4)
1. 指数函数的概念和性质	(8 4)
预习导引	(8 4)
课堂互动	(8 4)
课后测评	(8 6)
2. 指数函数的图象和性质	(8 8)
预习导引	(8 8)
课堂互动	(8 8)
课后测评	(9 0)
2.2 对数函数	(9 2)
2.2.1 对数与对数函数	(9 2)
1. 对数的概念	(9 2)
预习导引	(9 2)
课堂互动	(9 3)
课后测评	(9 3)
2. 对数及其运算性质(一)	(9 5)
预习导引	(9 5)
课堂互动	(9 6)
课后测评	(9 7)
3. 对数及其运算性质(二)	(9 9)
预习导引	(9 9)
课堂互动	(9 9)
课后测评	(100)
2.2.2 对数函数及其性质	(102)
1. 对数函数的性质(一)	(102)

预习导引	(102)
课堂互动	(103)
课后测评	(104)
2. 对数函数的性质(二)	(106)
预习导引	(106)
课堂互动	(106)
课后测评	(108)
2.3 幂函数	(110)
1. 幂函数的图象与性质(一)	(110)
预习导引	(110)
课堂互动	(111)
课后测评	(112)
2. 幂函数的图象与性质(二)	(115)
预习导引	(115)
课堂互动	(115)
课后测评	(118)
第二章 基本初等函数(I)测试题	(121)
第三章 函数的应用	(124)
学习目标	(124)
自学指导	(124)
3.1 函数与方程	(125)
3.1.1 方程的根与函数的零点	(125)
预习导引	(125)
课堂互动	(126)
课后测评	(128)
3.1.2 用二分法求方程的近似解	(131)
预习导引	(131)
课堂互动	(132)
课后测评	(133)
3.2 函数模型及其应用	(136)
预习导引	(136)
课堂互动	(136)
课后测评	(139)
第三章 函数的应用测试题	(142)
答案与提示	(145)

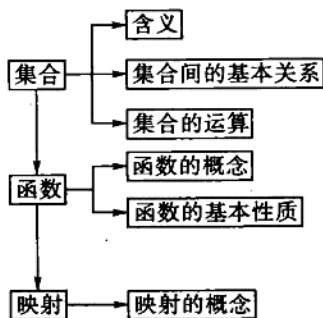
第一章 集合与函数概念

学习目标

了解集合的含义，感受集合语言的意义和作用；理解集合之间包含与相等的含义及子集的概念；了解全集与空集的含义；理解并集、交集、补集的含义，会求两个集合的并集与交集，以及给定子集的补集，能用 Venn 图表达集合的关系及运算；理解函数与映射的概念，明确函数的三要素，即定义域、值域和对应法则，能用映射的观点理解函数；了解表示函数的三种基本方法；掌握函数的基本性质、单调性、奇偶性和周期性。

自学指导

【知识构架】



1.1 集合

1.1.1 集合的含义与表示

预习导引

【要点导学】

► 引入问题

军训前学校通知：8月11日8点，高一年级在报告厅集合，进行军训动员。试问：这个通知的对象是全体的高一学生还是个别学生？

在这里，集合是我们常用的一个词语，我们感兴趣的是问题中某些特定（是高一而不是高

二、高三)对象的总体,而不是个别的对象.为此,我们将学习一个新的概念——集合,即是一些研究对象的总体.

► 思维点拨

1. 集合的概念

一般地,我们把研究对象统称为元素,把一些元素组成的总体叫做集合(简称集).

2. 常用数集及记法

(1) 非负整数集(自然数集):全体非负整数的集合,记作 N , $N = \{0, 1, 2, \dots\}$.

(2) 正整数集:非负整数集内排除0的集,记作 N^* 或 N_+ , $N^* = \{1, 2, 3, \dots\}$.

(3) 整数集:全体整数的集合,记作 Z , $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$.

(4) 有理数集:全体有理数的集合,记作 Q , $Q = \{\text{整数与分数}\}$.

(5) 实数集:全体实数的集合,记作 R , $R = \{\text{数轴上所有点所对应的数}\}$.

注:(1) 自然数集与非负整数集是相同的,也就是说,自然数集包括数0.

(2) 非负整数集内排除0的集,记作 N^* 或 N_+ . Q, Z, R 等其他数集内排除0的集,也是这样表示,例如,整数集内排除0的集,表示成 Z^* .

3. 元素对于集合的隶属关系

(1) 属于:如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A ,记作 $a \in A$.

(2) 不属于:如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A ,记作 $a \notin A$.

4. 集合中元素的特性

(1) 确定性:按照明确的判断标准给定一个元素或者在这个集合里,或者不在,不能模棱两可.

(2) 互异性:集合中的元素没有重复.

(3) 无序性:集合中的元素没有一定的顺序(通常用正常的顺序写出).

5. 集合的表示方法

(1) 列举法:把集合中的元素一一列举出来,并写在大括号内表示集合的方法.

(2) 描述法:用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合,并把这个条件写在大括号内表示集合的方法.

格式: $\{x \in A \mid P(x)\}$.

含义:在集合 A 中满足条件 $P(x)$ 的 x 的集合.

(3) 文氏图:用一条封闭的曲线的内部来表示一个集合的方法.

6. 集合的分类

(1) 有限集——含有有限个元素的集合.

(2) 无限集——含有无限个元素的集合.

► 【预习笔记】

课堂互动

【典例剖析】

【例 1】 下列语句能否确定一个集合？

- (1) 你所在的班级中，体重超过 75 kg 的学生的全体；
- (2) 大于 5 的自然数的全体；
- (3) 某校性格开朗的女生的全体；
- (4) 与 1 接近的实数的全体。

【解析】 (1) (2) 能确定集合。

评注：本题主要考查集合中元素的特性，即确定性和互异性。

【例 2】 用适当的方法表示下列集合：

1. 平方后仍等于原数的数集。

【解析】 $\{x \mid x^2 = x\} = \{0, 1\}$ 。

2. 比 2 大 3 的数的集合。

【解析】 $\{x \mid x = 2 + 3\} = \{5\}$ 。

3. 不等式 $x^2 - x - 6 < 0$ 的整数解集。

【解析】 $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - x - 6 < 0\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 3\} = \{-1, 0, 1, 2\}$ 。

4. 过原点的直线的集合。

【解析】 $\{(x, y) \mid mx + ny = 0, m^2 + n^2 \neq 0\}$ 。

5. 方程 $4x^2 + 9y^2 - 4x + 12y + 5 = 0$ 的解集。

【解析】 $\{(x, y) \mid 4x^2 + 9y^2 - 4x + 12y + 5 = 0\}$
 $= \{(x, y) \mid (2x-1)^2 + (3y+2)^2 = 0\}$
 $= \left\{ (x, y) \mid \left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3} \right) \right\}$ 。

6. 使函数 $y = \frac{1}{x^2 + x - 6}$ 有意义的实数 x 的集合。

【解析】 $\{x \mid x^2 + x - 6 \neq 0\} = \{x \mid x \neq 2 \text{ 且 } x \neq -3, x \in \mathbb{R}\}$ 。

【例 3】 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}\}$ 。

- (1) 若 A 中只有一个元素，求 a 的值，并求出这个元素；
- (2) 若 A 中至少有一个元素，求 a 的范围。

【解析】 (1) $a = 0$ 时， $A = \{x \mid 2x + 1 = 0\} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ ；

当 $a \neq 0$ 时， $\Delta = 4 - 4a = 0$ ， $\therefore a = 1$ ， $A = \{-1\}$ 。

- (2) 当 $a = 0$ 或 $a = 1$ 时，满足题意；

当 $\begin{cases} \Delta > 0 \\ a \neq 0 \end{cases}$ 时，即 $a < 1$ 且 $a \neq 0$ 时也满足题意。

$\therefore a \leq 1$ 。

【例4】 数集 A 满足全体: 若 $a \in A$, $1 \notin A$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A$.

(1) 求证: 若 $2 \in A$, 则在 A 中还有另外两个元素, 求出这两个数;

(2) 求证: A 不可能是单元素集;

(3) 求证: A 中至少有三个不同的元素.

解析 (1) $\because 2 \in A, \therefore \frac{1}{1-2} = -1 \in A$.

$\because -1 \in A, \therefore \frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \in A$.

$\because \frac{1}{2} \in A, \therefore \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2 \in A$.

即这两个数为 $-1, \frac{1}{2}$.

(2) 假设 A 是单元素集, 则 $a = \frac{1}{1-a}$, 此方程无实数解.

(3) 即证 $a, \frac{1}{1-a}, \frac{a-1}{a}$ 互不相等.

若 $a = \frac{1}{1-a}$, 此方程无实数解;

若 $a = \frac{a-1}{a}$, 此方程无实数解;

若 $\frac{1}{1-a} = \frac{a-1}{a}$, 此方程无实数解.

课后测评

1. 下列命题正确的是().

A. 1 是集合 N 中最小的数

B. $x^2 - 4x + 4 = 0$ 的解集为 $\{2, 2\}$

C. 个子较高的人不能构成集合

D. 黄河中的鱼所组成的集合是无限集

2. 已知集合 $S = \{a, b, c\}$ 中的三个元素是 $\triangle ABC$ 的三边长, 那么 $\triangle ABC$ 一定不是().

A. 锐角三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 等腰三角形

3. 已知集合 $M = \{m \mid m = a + b\sqrt{2}, a, b \in \mathbb{Q}\}$, 则下列元素中属于集合 M 的个数是().

(1) $m = 1 + \sqrt{2}\pi$; (2) $m = \sqrt{7+2\sqrt{12}}$; (3) $m = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$; (4) $m = \sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}}$.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

4. 已知集合 $A = \{y \mid y = x^2 - 2x + 2, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $a \in A$, 则().

A. $a \in \mathbb{R}$

B. $a > 1$

C. $a < 1$

D. $a \geq 1$

5. 集合 $A = \left\{y \in \mathbb{Z} \mid y = \frac{8}{x+3}, x \in \mathbb{Z}\right\}$ 的元素个数是().

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

6. 集合 $\left\{3, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \dots\right\}$ 可表示为().

A. $\left\{x \mid x = \frac{2n+1}{2^n}, n \in \mathbb{N}^*\right\}$

B. $\left\{x \mid x = \frac{2n+3}{n}, n \in \mathbb{N}^*\right\}$

C. $\left\{x \mid x = \frac{2n-1}{n}, n \in \mathbf{N}^*\right\}$

D. $\left\{x \mid x = \frac{2n+1}{n}, n \in \mathbf{N}^*\right\}$

7. 设 $-5 \in \{x \mid x^2 - ax - 5 = 0\}$, 则集合 $\{x \mid x^2 - 4x - a = 0\}$ 中所有元素之和为_____.
8. 集合 $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x = 2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{x \mid x = 4k+1, k \in \mathbf{Z}\}$, 若 $a \in A$, $c \in C$, 则 $a+c$ 与集合 B 的关系为_____.
9. 用描述法表示下列集合:
- (1) $\{\text{锐角}\} =$ _____;
- (2) $\{\text{除以 3 余 2 的正数}\} =$ _____.
10. 集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x + 1 = 0\}$, 用另一种方法表示为_____.
11. 若集合 $A = \{x \mid x^2 - (2a-1)x + a^2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A = \emptyset$, 则 a 的取值范围为_____.
12. 由实数 $a, -a, |a|, \sqrt{a^2}, \sqrt[3]{a^3}$ 所组成的集合, 最多有多少个元素?
13. 用适当的方法表示下列集合:
- (1) 由所有非负奇数组成的集合;
- (2) 由所有小于 20 的既是奇数又是质数的数组成的集合;
- (3) 平面直角坐标系内第二象限的点组成的集合.

14. 设集合 $A = \{a \mid a = n^2 + 1, n \in \mathbb{N}\}$, 集合 $B = \{b \mid b = m^2 - 2m + 2, m \in \mathbb{N}\}$, 若 $a \in A$, 试判断 a 与集合 B 的关系.

15. (选做题) 设 S 为满足下面两个条件的实数所构成的集合:

(1) 若 $a \in S$, 则 $\frac{1}{1-a} \in S$;

- (2) 若数列 $\{2 \cdot (-1)^n\}$ 中的项都在 S 中, 求 S 中所含元素个数最少的集合 S_0 .

1.1.2 集合间的基本关系

预习导引

【要点导学】

► 引入问题

类比实数的大小关系, 如 $5 < 7$, $2 \leq 2$, 试想集合间是否有类似的“大小”关系呢?

► 思维点拨

(1) 子集: 一般地, 对于两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 我们就说集合 A 包含于集合 B , 或集合 B 包含集合 A .

记作: $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$, $A \subset B$ 或 $B \supset A$.

读作: A 包含于 B 或 B 包含 A .

若任意 $x \in A \Rightarrow x \in B$, 则 $A \subseteq B$.

当集合 A 不包含于集合 B , 或集合 B 不包含集合 A 时, 则记作 $A \not\subseteq B$ 或 $B \not\supseteq A$.

注: 对于两非空集合 A, B , 则 $A \subseteq B$ 有两种可能: (1) A 是 B 的一部分; (2) A 与 B 是同一集合.

(2) 集合相等: 一般地, 对于两个集合 A 与 B , 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素, 我们就说集合 A 等于集合 B , 记作: $A = B$.

(3) 真子集: 对于两个集合 A 与 B , 如果 $A \subseteq B$, 且 $A \neq B$, 我们就说集合 A 是集合 B 的真子集, 记作: $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$, 读作: A 真包含于 B 或 B 真包含 A .

(4) 空集是任何集合的子集, 即 $\emptyset \subseteq A$.

空集是任何非空集合的真子集, 即 $\emptyset \subsetneq A$. 若 $A \neq \emptyset$, 则 $\emptyset \subsetneq A$.

任何一个集合是它本身的子集, 即 $A \subseteq A$.

(5) 易混的符号

① “ $\in$ ”与“ $\subseteq$ ”: 元素与集合之间是属于关系; 集合与集合之间是包含关系, 如 $1 \in \mathbb{N}$, $-1 \notin \mathbb{N}$, $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$, $\emptyset \subseteq \mathbb{R}$, $\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$.

② $\{0\}$ 与 $\emptyset$: $\{0\}$ 是含有一个元素 0 的集合, $\emptyset$ 是不含任何元素的集合.

如 $\emptyset \subseteq \{0\}$, 不能写成 $\emptyset = \{0\}$ 或 $\emptyset \in \{0\}$.

(6) 含 n 个元素的集合 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 的所有子集的个数是 2^n , 所有真子集的个数是 $2^n - 1$, 非空真子集的个数为 $2^n - 2$.

【预习笔记】

课堂互动

【典例剖析】

【例1】 已知 $\{a\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c, d\}$, 求所有满足条件的集合 A .

【解析】 $\{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{a, b, d\}, \{a, b, c, d\}$.

评注: 如果一个集合含有 n 个元素, 则它的子集有 2^n 个, 真子集有 $2^n - 1$ 个, 非空真子集有 $2^n - 2$ 个.

【例2】 $A = \{x \mid x = a^2 + 1, a \in \mathbb{N}\}$, $B = \{y \mid y = b^2 - 4b + 5, b \in \mathbb{N}\}$, 求证: $A = B$.

【证明】 任意的 $x = a^2 + 1 = (a+2)^2 - 4(a+2) + 5$,

$\therefore A \subseteq B$.

任意 $y = b^2 - 4b + 5 = (b-2)^2 + 1$.

$\because b \in \mathbb{N}, \therefore |b-2| \in \mathbb{N}$,

$\therefore B \subseteq A, \therefore A = B$.

【例3】 已知 $A = \{x \mid x^2 + (2-t)x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $A \subseteq \mathbb{R}_+$, 求 t 的取值范围.

【解析】
$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Rightarrow t \geq 4,$$

$\Delta < 0 \Rightarrow 0 < t < 4, \therefore t > 0$.

【例4】 $A = \{x \mid 1 < ax < 2\}$, $B = \{x \mid |x| < 1\}$, $A \subseteq B$, 求 a 的范围.

【解析】 $B = \{x \mid -1 < x < 1\}$. 当 $a = 0$ 时, $A = \emptyset, A \subseteq B$.

当 $a > 0$ 时, $A = \left\{x \mid \frac{1}{a} < x < \frac{2}{a}\right\}$, 由 $A \subseteq B$ 可得

$$\begin{cases} \frac{1}{a} \geq -1 \\ \frac{2}{a} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow a \geq 2.$$

当 $a < 0$ 时, $A = \left\{x \mid \frac{2}{a} < x < \frac{1}{a}\right\}$, 由 $A \subseteq B$ 可得

$$\begin{cases} \frac{2}{a} \geq -1 \\ \frac{1}{a} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow a \leq -2.$$

$\therefore a \geq 2$ 或 $a \leq -2$ 或 $a = 0$.

课后测评

1. 若 $A \subseteq B, A \subseteq C$, 且 $B = \{0, 1, 2, 3\}, C = \{0, 2, 4, 5\}$, 则下列适合上述条件的集合 A 为().

A. $\{0, 1\}$

B. $\{0, 3\}$

C. $\{2, 4\}$

D. $\{0, 2\}$

2. 已知集合 $M = \left\{x \mid x = m + \frac{1}{6}, m \in \mathbb{Z}\right\}$, $N = \left\{x \mid x = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}, n \in \mathbb{Z}\right\}$, $P = \left\{x \mid x = \frac{p}{2} + \frac{1}{6}, p \in \mathbb{Z}\right\}$, 则 M, N, P 满足的关系是().
- A. $M=N \subsetneq P$ B. $M \subsetneq N=P$ C. $M \subsetneq N \subsetneq P$ D. $N \subsetneq P \subsetneq M$
3. 六个关系式: (1) $\{a, b\} = \{b, a\}$; (2) $\{a, b\} \subseteq \{b, a\}$; (3) $\emptyset = \{\emptyset\}$; (4) $\emptyset = \{0\}$; (5) $\emptyset \subseteq \{0\}$; (6) $0 \in \{0\}$. 其中正确的个数为().
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3
4. 设 $P = \{x \mid x \leq 8\}$, $a = \sqrt{61}$, 则下列关系中, 正确的是().
- A. $a \subseteq P$ B. $a \notin P$ C. $\{a\} \in P$ D. $\{a\} \subsetneq P$
5. 某集合 $A = \{x \mid 1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x < a\}$, 满足 $A \subsetneq B$, 则实数 a 的取值范围是().
- A. $\{a \mid a \geq 2\}$ B. $\{a \mid a \leq 1\}$ C. $\{a \mid a \geq 1\}$ D. $\{a \mid a \leq 2\}$
6. 已知非空集合 $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 且当 $a \in S$ 时, 必有 $(6-a) \in S$, 则所有满足上述条件的集合 S 共有().
- A. 6 个 B. 7 个 C. 8 个 D. 9 个
7. 已知集合 $A = \{-1, 3, 2m-1\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$. 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.
8. 设 $A = \{0, 1, 3, 5\}$, $B = \{0, 1\}$, 从 “ $\in$ 、 $\notin$ 、 $\subseteq$ 、 $\supseteq$ ” 中选择适当的符号填空:
(1) 0 _____ A ; (2) $\{0\}$ _____ B ; (3) A _____ B .
9. 集合 $\{0, 1, 2\}$ 的子集有_____.
10. 如果集合 $A = \{y \mid y = x^2 - 2x + 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x \mid x = c^2 - 2c + 3, c \in \mathbb{R}\}$, 那么集合 A 与集合 B 之间的关系是_____.
11. 已知 $A = \{x \mid x < -1\}$, $B = \{x \mid 4x + p < 0\}$, 若 $A \supseteq B$, 则实数 p 的取值范围为_____.
12. 已知 $\{a\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c, d\}$, 求所有满足条件的集合 A .

13. 已知 $A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $a \in A$, 则 $6-a \in A$ 的非空集合 A 有多少个? 写出这些集合.