

高中数学复习提纲

安徽省中学教师进修学院编



安徽人民出版社

高中数学复习提纲
安徽省中学教师进修学院编

安徽人民出版社出版

(合肥市淮河路内保群宫)

安徽省书刊出版业营业登记证出字第2号

宁国印刷厂印刷 新华书店安徽分店发行

书号:487·757/109288 1/32·11 $\frac{3}{10}$ 印张·265千字

1958年 第一版

1959年 1月重印第二次印刷

统一书号:K71.63·53 印数:50,000—160,000

定 价: (5) 0.85元

封面设计 禹世云

前 言

(原版)

1957—1958学年度即将結束了，我省教育厅为了具体帮助高中毕业生便于系統而有重点的进行各科总复习，巩固学生知識，以便繼續深造和参加工农业生产，于去年十二月交給我們編写复习提綱的任务。但由于人力和經驗不足，我們曾聘請了几位中学教师参加了編写工作。并于初稿拟就后，广泛地征求了各中学教师的意見，和召开了代表性的教师會議，才完成了此提綱的修訂工作。

这本复习提綱是根据教学大綱、課本和1958年高考大綱編写的。在編写中，参考和吸取了邻省及我省部分中学过去編写的經驗。提綱在概括闡明課本知識的基础上，以高考大綱所列举的內容为重点，同时注意了指导学生对基本概念の掌握与消化，体现数学各科之間知識的联系与綜合运用，以期提高学生的理解能力与独立思考能力。

本提綱包括代数、几何、三角三科。每科提綱又分为四个部分：“說明”部分在于明确这一部分知識的內在联系和前后联系；“重点內容”部分概括了这一部分知識的主要內容，通过列表、对比等方式突出和加深这一部分的重点知識；“复习思考題”部分使学生通过思考，巩固加深比較重要的概念，复习易于疏忽和模糊的地方；“練習題”在于使学生通过課外习作，培养其解題的熟練技巧和灵活应用知識的能力。

提綱內容中主次、繁簡的确定，不一定适合每个学校的

具体情况，教师在指导复习时可根据各校实际情况，适当地联系课文，考虑应突出的重点，选择和补充一些练习、思考题，指导复习。至于各科复习时间的安排，各校可自行支配。

由于我们的水平限制及时间匆促，其中难免有不妥之处，希望教师 and 读者予以批评指正，以便今后修改更正。

最后，对参加编写和讨论修订的教师同志表示衷心的感谢。

安徽省中学教师进修学院

1953.3.

高中数学复习提綱再版說明

这本“高中数学复习提綱”是我省中学教师进修学院于1958年組織部分教师編写的。现为适应本届高中毕业生复习需要，由教育厅教材編审室略加修訂，刪簡了一些超出了教学大綱的、要求过高的内容和习题，个别地补充了一些联系生产实际的内容和习题，修正了初版时排版上的某些錯誤，再行出版。

这本复习提綱分代数(包括算术的主要内容)、平面几何、立体几何、三角四个部分。每一部分又分說明、重点内容、复习思考題和練習四个方面。

“說明”这一部分很簡短，目的是使学生对这一章(单元)的教材内容作一通盘回忆，全面的掌握这一部分知識，明确其相互联系。学生通常只注意到知識的各个具体問題，而較难掌握知識的相互联系及其全貌，教师最好能作分析講解。

“重点内容”包括这一章(单元)的一些重要的定义、定理、公式和法則。有些地方採取列出系統表的形式，有些地方採取了列表对比的形式。这些内容都是学生学习过的，这里不过加以綜合归納和对比，以便学生更好地掌握。因此可以让学生自行閱讀，不必在課堂上逐一講解，教师可以通过提問来检查学生对知識的掌握情况。在这一部分还編入了一些具有思考性和綜合性的范例，教师要着重分析，引导学生的思考路綫，但不必每一步都解答給学生看。在学生基础較

好的学校里，这些范例也可以让学生自己去钻研。

“复习思考题”的目的是使学生深入地融会贯通地理解这一单元的概念和基本关系。可以让学生结合重点内容的复习深入思考，充分理解所学的知识；也可以选用一些作为复习提问。

“练习题”的目的是使学生通过习作进一步巩固知识，锻炼学生的思考能力，培养解题的技巧。教师可选一些作为例题，选一些留给学生作为书面作业，留下的一些只让学生思考解题路线，不作书面作业。此外，希望教师们因地制宜自编一些联系生产实际的题目作为补充例题或习题。

为了便于学生能够系统地全面地复习教材，本复习提纲内容分量较多。各校可就安排的复习时间，根据具体情况，掌握重点，确定学生自阅部分和教师讲解部分，使用本提纲时如果发现缺点错误，或有改进意见以及补充资料时，请寄教育厅教材编审室，以便进一步修订。

1959年4月25日

目 录

第一部分 算术与代数

(一) 数	1
复习思考题	9
练习题	11
(二) 代数式	13
复习思考题	23
练习题	26
(三) 方程	30
复习思考题	63
练习题	71
(四) 数列	78
复习思考题	86
练习题	88
(五) 指数、对数	90
复习思考题	99
练习题	100
(六) 排列、组合、二项式定理	105
复习思考题	113
练习题	114

第二部分 平面几何

(一) 基本概念与三角形	117
复习思考题	127
练习题	128
(二) 平行线与四边形	129
复习思考题	142
练习题	143
(三) 圆与圆的内接形及外切形	146
复习思考题	157
练习题	157
(四) 相似形	160
复习思考题	178
练习题	179
(五) 多边形的面积	184
复习思考题	193
练习题	193
(六) 正多边形、圆的周长和面积	196
复习思考题	201
练习题	202
附录: 证明的主要法则	203

第三部分 立体几何

(一) 直线和平面	210
复习思考题	222
练习题	224

(二)多面体	226
复习思考题	239
练习题	240
(三)旋轉体	242
复习思考题	254
练习题	254
附录: 杂 題	255

第四部分 三 角

(一)三角函数的定义及基本性質	265
复习思考题	283
练习题	287
(二)三角函数式的变化	291
复习思考题	305
练习题	305
(三)反三角函数	309
复习思考题	318
练习题	318
(四)三角方程	320
复习思考题	350
练习题	351
(五)各种三角形解法	353
复习思考题	380
练习题	382

第一部分 算术与代数

(一) 数

說 明

这一部分内容包括自然数、整数、有理数、实数和复数五种数集的性质和运算。它也含有算术中的主要内容（如分数、有限小数、循环小数、复名数、百分法、比例），但却应该用新的和更全面的观点来阐明它们（如把分数、有限小数、循环小数作为有理数的部分内容，复名数、百分法、比例等作为实数的部分内容），这就排斥了算术的运算局限于正有理数范围内的狭隘性。另一方面，它也和“代数式”有密切联系。通过这一部分知识的复习，要求能系统地获得关于数的概念的全貌，巩固而熟悉地掌握它们的发展过程、基本性质和运算法则，为复习以后各部分奠定基础。

重 点 内 容

数概念的发展——数系表：（有[]的表示主要的数的集合）



I 自然数 就是正整数。

1. 性质

- (1) 有顺序性：可以比较任意两个自然数的大小。
- (2) 在自然数集合中有最小数“1”，但无最大数。
- (3) 在自然数集合中，永远可以施行加法和乘法两种运算。

2. 分解自然数为质因数的连乘积

- (1) 质数和合数：在自然数里，除了单位1，只能被1和自己整除的数叫做质数(素数)；不但能被1和自己整除，还能被其他的数整除的数叫做合数。
- (2) 因数和质因数：一个合数的质因数叫做这个合数的质因数。
- (3) 分解质因数。

3. 最大公约数和最小公倍数

- (1) 约数、公约数、最大公约数、互质数：能够整除某一个数的数就是这个数的约数；几个数所公有的约数叫做这几个数的公约数；几个数的公约数里最大的一个叫做这几个数的最大公约数；如果两个数的最大公约数是1，这两个数是互质数。
- (2) 求几个数的最大公约数的方法：先把这几个数分别分解质因数，然后取出它们所公有的质因数(相同的质因数照公有的个数取)相乘。
- (3) 倍数、公倍数、最小公倍数：能够被某一个数整除的数叫做某一个数的倍数；几个数所公有的倍数叫做这几数的公倍数；公倍数里最小的一个(除零以外)叫做这几个数的最小公倍数。

(4)求几个数的最小公倍数的方法：先把这几个数分别分解质因数，取出其中一个数的全部质因数，再在另一个数里取出前一个数所没有或不足的质因数等等，一直到最后一个数为止，最后把所有取出的质因数相乘。

II 整数 整数包含自然数（正整数）、零和自然数的相反数（负整数）。

性质

- (1)有顺序性：可以比较任意两个整数的大小。
- (2)在整数集合中，没有最小数，也没有最大数。
- (3)在整数集合中，永远可以施行加法、减法、和乘法三种运算。
- (4)整数可以用数轴上孤立的整数点表示。

III 有理数 能用分数形式表示的数叫有理数。有理数包含整数和分数，分数可以化为有限小数或无限循环小数。

1. 性质

- (1)有顺序性：可以比较任意两个有理数的大小。
- (2)在有理数集合中，没有最小数，也没有最大数。
- (3)在有理数集合中，永远可以施行加法、减法、乘法和除法四种运算（除数不得为零）。
- (4)有稠密性：在任意两有理数之间必然还有有理数存在，例如在两有理数 a 、 b 之间一定有有理数 $\frac{a+b}{2}$ 。
- (5)有间断性：在任意两有理数之间必有非有理数存在，例如在1.4与1.5之间有 $\sqrt{2}=1.4142\cdots$ ，因此有理数不能与数轴上的点建立一一对应关系，即

数轴上有表示非有理数(如 $\sqrt{2}$)的点存在。

2. 算术四则运算及其性质

(1)有理数的四则运算法则和顺序。(註)

(2)有理数运算的性质

$$\left. \begin{array}{l} a+b=b+a \\ ab=ba \end{array} \right\} \text{交換律,}$$

$$\left. \begin{array}{l} (a+b)+c=a+(b+c) \\ (ab)c=a(bc) \end{array} \right\} \text{結合律,}$$

$$a(b+c)=ab+ac \quad \text{分配律.}$$

3. 分数与小数

(1)分数的基本性质 $\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}$ ($m \neq 0$)。根据这个性质,可以进行通分和约分。分子和分母是互质数的分数叫既约分数(最简分数)。

(2)分数的四则运算。

(3)化分数为有限小数或无限循环小数。

(4)化小数为分数。

(5)小数的四则运算。

(6)化循环小数为分数。

IV 实数 有理数与无理数总称为实数。

1. 无理数的引入

(1)无限不循环小数叫无理数。

(註)我国古代对于正数和负数以及正数、负数和零的加減法则是十分重視的。“九章算术”(大約是秦汉时的著作,魏一刘徽注)和刘洪(公元158—183年时人)“乾象曆”,对于这项法则都有記載,叫做“正负术”,以后十二、三世紀的数学名著,首先都列有这项法则。

(2) 不尽根数是无理数的一种。没有一个有理数的平方等于2，因此， $\sqrt{2}$ 是一个无理数。

(3) 正有理数的精确到0.1, 0.01, 0.001……等近似平方根的求法：利用平方根表的方法、尝试的方法和一般的方法。

例 求下列二数的平方根：i 5.4756；ii 2。

一般法

$$\begin{array}{r} 2. \quad 3 \quad 4 \\ \sqrt{5.47'56} \\ 43 \overline{) 1 \quad 47} \\ \underline{1 \quad 29} \\ 464 \overline{) 18 \quad 56} \\ \underline{18 \quad 56} \\ 0 \end{array}$$

尝试法 $1^2 < 2 < 2^2$,

$$1.4^2 < 2 < 1.5^2,$$

$$1.41^2 < 2 < 1.42^2.$$

1和2分别是 $\sqrt{2}$ 的精确到1的不足和过剩近似值，

1.4和1.5分别是 $\sqrt{2}$ 的精确到0.1的不足和过剩近似值，

1.41和1.42分别是 $\sqrt{2}$ 的精确到0.01的不足和过剩近似值。

2. 度量的概念

(1) 线段的度量：一个线段的量数是一个实数。当这线段与长度单位有公度时，量数是有理数；无公度时，量数是无理数。正方形的边和对角线没有公度。

(2) 标准制与市用制：长度的、面积的——地积的、体积的——容积的、重量的两种制的单位换算：

长度：1公尺(米) = 3市尺，1公里 = 2市里 = 1000公尺。

地积：1公亩 = 0.15市亩 = 100平方公尺。

容积：1公升 = 1市升，1公升的容积 = 1立方公寸 = 27立方市寸。

重量: 1 公斤 = 2 市斤 = 1000 公分(克); 1 吨 = 1000 公斤。

(3) 复名数的运算, 单位的化法和聚法。

3. 百分法

(1) 百分数: 分母是100的分数叫百分数(百分号是%)。

百分数可以化成分数或小数, 分数和小数也可以化成百分数。

(2) 百分法的三种基本应用题

i 求一个数的百分之几:

例 有一个钢铁厂计划每月出钢2800吨。上月份完成计划135%, 问上月份出钢多少吨?

$$2800 \times 135\% = 3780 (\text{吨})。$$

答: 上月份出钢3780吨。

ii 已知一个数的百分之几求这个数:

例 某班有女生15人, 佔全班人数的30%, 问全班共有多少人?

$$15 \div 30\% = 50 (\text{人}) \quad \text{答: 全班共有50人。}$$

iii 求两个数的百分比 (即一个数对于另一个数的百分数):

例 正三角形的高是边长的百分之几? (精确到0.01)

$$\text{设边长为} a, \text{则高为} \frac{\sqrt{3}}{2} a。$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} a \div a \approx 86\%。$$

答: 正三角形的高是边长的86%。(精确到0.01)

4. 比例

(1) 比例的基本性质: 两外项的积等于两内项的积。

(2) 正比例与反比例。

5. 实数的性质

(1) 有顺序性：可以比较任意两个实数的大小。

(2) 在实数集合中，没有最小数，也没有最大数。

(3) 在实数集合中，永远可以施行加法、减法、乘法(包括乘方)和除法四种运算(除数不得为零)。

(4) 有连续性：实数集合和数轴上的点能建立一一对应关系。

6. 实数的绝对值

$$|a| = \begin{cases} a & \text{若 } a > 0; \\ 0 & \text{若 } a = 0; \\ -a, & \text{若 } a < 0. \end{cases}$$

V 复数

复数 $a+bi$ ($i = \sqrt{-1}$ 是虚数单位) $\begin{cases} \text{实数} & \text{当 } b=0 \text{ 时。} \\ \text{虚数} & \text{当 } b \neq 0 \text{ 时;} \\ & (\text{纯虚数当 } a=0, b \neq 0 \text{ 时}) \end{cases}$

1. 性质

(1) 无顺序性：复数之间没有大小的规定，如果两复数 $a+bi=c+di$ ，那末一定有 $a=c, b=d$ ；如果复数 $a+bi=0$ ，那末 $a=b=0$ 。

(2) 复数不能和数轴上的点建立一一对应关系，但是能和复数平面上的点建立一一对应关系。

(3) 在复数集合中，永远可以施行加法，减法，乘法，除法，乘方和开方六种运算(除数不得为零)。

(4) 复数 $a+bi$ 与 $a-bi$ 是共轭虚数，它们的和与积都是实数。

2. 复数的绝对值(模数) $|a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$ 。

3. 复数的四则运算

(1) i 的各次乘幂: $i^{4k+1}=i$, $i^{4k+2}=-1$, $i^{4k+3}=-i$,
 $i^{4k}=1$; (k 是任意整数)

(2) 复数的加减法

$$(a+bi) \pm (c+di) = (a \pm c) + (b \pm d)i;$$

(3) 复数的乘法

$$(a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (bc+ad)i;$$

(4) 复数的除法 $\frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$;

(5) 复数的乘方 可以按照二项式定理来计算。

以上这些都是规定, 不是定理。在复数运算时, 必须先
将虚数都用虚数单位(i)表示再行计算。

4. 复数的几何表示

5. 复数的三角函数式

(1) 复数的模数(r)和幅角
(θ)。(图1)

(2) 复数的三角函数式:

$$a+bi = r(\cos \theta + i \sin \theta),$$

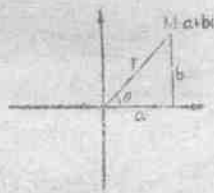


图 1

$$\text{其中 } r = \sqrt{a^2+b^2}, \quad \cos \theta = \frac{a}{r}, \quad \sin \theta = \frac{b}{r}.$$