普通高等教育"十一五"规划教材

21世纪经管类创新教材

经济数学

熊章绪　陶前功　主编

科学出版社

www.sciencep.com

普通高等教育“十一五”规划教材

21世纪经管类创新教材

经济数学

熊章绪 陶前功 主编

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书依据教育部制定的《经济管理类数学课程教学基本要求》和《高职高专教育经济数学基础课程教学基本要求》编写而成。主要内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、一元函数积分学、多元函数微积分学、行列式、矩阵、线性方程组、线性规划问题的数学模型及解的性质、单纯形法和对偶线性规划问题。书末附有 Matlab 软件介绍。

本书可作为高职高专经济管理类学生用书，也可供相关专业人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

经济数学/熊章绪，陶前功主编. —北京：科学出版社，2009
普通高等教育"十一五"规划教材. 21世纪经管类创新教材
ISBN 978-7-03-025369-9

Ⅰ.经… Ⅱ.①熊…②陶… Ⅲ.经济数学—高等学校—教材 Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 149538 号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

京山德兴印刷有限公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*

2009 年 8 月第 一 版 开本：B5(720×1000)
2009 年 8 月第一次印刷 印张：24 1/4
印数：1—4 000 字数：474 000

定价：39.80 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

当前我国高等教育已从精英教育过渡到大众教育．为适应新形势下本专科教育的需要，我们依据教育部制定的《经济管理类数学课程教学基本要求》和《高职高专教育经济数学基础课程教学基本要求》，吸收国内外同类教材的优点，结合自己丰富的教学经验，编写了这本《经济数学》．

本教材包括微积分、线性代数和线性规划三方面的内容，建议教学时数不少于120学时．标有“*”的内容要另行安排学时．

在教材编写过程中，我们力求不仅重知识，更重方法，重思想，使本教材具有如下特色：

（1）从实际问题出发，引出经济数学的一些基本概念、基本理论和方法，从而激发学生的求知欲，提高教学效果．

（2）在体系编排上注重突出数学课程的循序渐进、由浅入深的特点，符合认知规律，富有启发性．

（3）书中精选大量例题，并配有题型较为丰富的习题，难度梯度恰到好处．

（4）理论推导或证明以解释清楚有关结论为度，不求理论上的系统性．

（5）注重理论联系实际，特别强调有关概念和方法与经济管理学科的联系．

（6）结合具体问题进行数学建模训练，注重培养学生把实际问题转化成数学模型的能力．

（7）与教材同步配套，简明实用地编写了“大学数学基础实验”，注重提高学生用计算机求解数学模型的能力．

本书由熊章绪、陶前功任主编，谢承义任副主编，参加本书编写的还有徐勇、游丽霞、耿智琳、宋娟、黄振东等．本书的编写得到了有关教学管理部门的大力支持，在此表示衷心的感谢！

由于水平有限，时间也比较仓促，本书难免有不足之处，敬请读者斧正．

编　者

2009年6月

目　录

第1章 函数

函数是现代数学的基本概念之一，是微积分的主要研究对象. 本章将系统介绍函数的有关知识.

1.1 函数的概念及相关知识

函数的概念最早在17世纪初由数学对诸如航海、天体运动等运动的研究而引入，在数百年的发展中，它迅速成为各项研究工作最重要的工具之一.

1.1.1 预备知识

下面我们介绍一些相关的预备知识.

1. 数集和区间

对于今后经常提到的数集，我们有如下表示：

自然数集	**N**	整数集	**Z**
实数集	**R**	有理数集	**Q**

区间是常见的实数集，常见的区间形式主要分为有限区间和无限区间. 以下设 a,b 为两实数且 $a<b$，记号“$+\infty$”读作正无穷大，“$-\infty$”读作负无穷大，故区间可表示为

有限区间

开区间：$\{x \mid a<x<b\}$ 记为 (a,b)

闭区间：$\{x \mid a\leqslant x\leqslant b\}$ 记为 $[a,b]$

左开右闭区间：$\{x \mid a<x\leqslant b\}$ 记为 $(a,b]$

左闭右开区间：$\{x \mid a\leqslant x<b\}$ 记为 $[a,b)$

无限区间

$[a,+\infty)=\{x \mid x\geqslant a\}$， $(-\infty,b)=\{x \mid x<b\}$

$(-\infty,+\infty)=\{x \mid x\in \mathbf{R}\}$， $(a,+\infty)=\{x \mid x>a\}$

$(-\infty,b]=\{x \mid x\leqslant b\}$

在本书中，一般用字母“I”表示区间.

2. 邻域

定义 1.1.1 设 b 与 δ 是两实数，且 $\delta > 0$，数集 $\{x \mid b-\delta < x < b+\delta\}$ 称为点 b 的 δ 邻域，记为 $U(b,\delta)$，即

$$U(b,\delta) = \{x \mid b-\delta < x < b+\delta\}$$

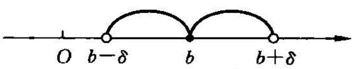

图 1.1.1

其中，点 b 称为该邻域中心；δ 称为该邻域的半径. 如图 1.1.1 所示. 当然，$U(b,\delta)$ 亦可写为

$$U(b,\delta) = \{x \mid |x-b| < \delta\}$$

特别地，若去掉此邻域的中心 b，所得邻域称为点 b 的去心 δ 邻域，记为 $\mathring{U}(b,\delta)$，即

$$\mathring{U}(b,\delta) = \{x \mid 0 < |x-b| < \delta\}$$

当不需明确指出邻域半径时，我们记以 b 为中心的邻域为 $U(b)$.

1.1.2 函数的概念

函数是反映变量间相互关系的数学模型. 在某个变化过程中，往往会出现多个变量，这些变量不是彼此孤立，而是相互依赖的.

例如，在自由落体运动中，设下落时间为 t，落下的距离为 s. 假定开始下落的时刻为 $t=0$，则变量 s 与 t 之间的相互关系为

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

当 t 取任何一个合理值时，s 有唯一确定的值和它对应，称 s 是 t 的函数.

定义 1.1.2 设 x 和 y 是两变量，D 为一非空数集，若对于任意 $x \in D$，根据某种对应规则，变量 y 总有唯一确定的值与之对应，则称 y 是 x 的函数，记为

$$y = f(x), \quad x \in D$$

其中，x 为自变量；y 为因变量；D 为函数 $y=f(x)$ 的定义域.

当自变量 x 取遍 D 内所有数值时，对应的函数值 $f(x)$ 的全体构成的集合称为该函数的值域，记为 W 或 $f(D)$，即

$$W = f(D) = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

由函数定义可知，确定函数的两大要素为定义域和对应规则，故当且仅当两函数的定义域和对应规则均相同时，两函数才相等.

例如，$f(x) = \dfrac{x^2}{x}$ 与 $g(x) = x$ 并不相等，因为 $f(x)$ 的定义域为 $\{x \mid x \neq 0, x \in \mathbf{R}\}$，而 $g(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，它们的定义域不同.

3. 函数的图形

对函数 $y=f(x)$ $(x \in D)$，以 x 为横坐标，以其对应的函数值 y 为纵坐标，则在平面直角坐标系 xOy 中确定了一个点 (x,y)，将定义域 D 中所有 x 和与之对应的 y 所构成的点集

$$C = \{(x,y) \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数 $y = f(x)$ 的图形，如图 1.1.2 所示.

一般地，函数 $y = f(x)$ 的图形为 xOy 平面上的一条曲线.

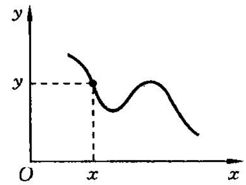

图 1.1.2

4. 函数的表示法

表示或确定函数的方法通常有图像法、表格法和解析法三种.

1）图像法

例如，在报刊上我们经常会看到用图形显示某种经济指标随年份变化的情况. 又如，患者的心电图显示与其心脏有关的电流随时间变动的函数，医生可以从中了解心脏的健康状况.

图像法给人一目了然之感.

2）表格法

例如，某厂 2001 ～ 2007 年各年利润值见表 1.1.1.

表 1.1.1

年份 / 年	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
利润 / 万	37	39.1	40.2	42.4	34	32	48

它反映了该厂利润与年份的函数关系.

3）解析法

如初等数学中幂函数 $y = x^3$ $(x \in \mathbf{R})$，对数函数 $y = \log_a x$ $(x > 0)$ 等，都是典型的用解析法表示函数的实例. 这种表示函数的方法是本书中用得最多的函数表示形式.

有些情况下函数不能用一个解析式表示. 例如，

$$y = \begin{cases} x+1, & x \geqslant 1 \\ 1-x, & x < 1 \end{cases}$$

其定义域是$(-\infty, +\infty)$，但在$[1, +\infty)$，$(-\infty, 1)$上需用不同的表达式表示. 这类函数称为分段函数.

下面给出的符号函数 $\operatorname{sgn} x$ 是一个著名的分段函数.

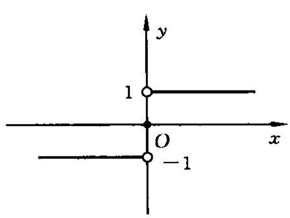

图 1.1.3

例 1.1.1 符号函数

$$y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

其定义域 $D = (-\infty, +\infty)$，值域 $W = \{-1, 0, 1\}$，函数图像如图 1.1.3 所示.

1.1.3 函数的几种特性

1. 函数的有界性

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D，数集 $X\subset D$，如果存在一个正数 u，使得对于一切 $x\in X$，恒有

$$|f(x)|\leqslant u$$

则称函数 $y=f(x)$ 在 X 上有界，或称 $f(x)$ 是 X 上的有界函数，否则称 $f(x)$ 在 X 上是无界函数.

例如，函数 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界.

例 1.1.2 证明函数 $y=\dfrac{1}{1+x^2}$ 是有界函数.

证 函数 $y=\dfrac{1}{1+x^2}$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，$|y|=\dfrac{1}{1+x^2}$，因为 $1+x^2\geqslant 1$，所以 $|y|\leqslant 1$，得证.

2. 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I\subset D$，如果对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有

$$f(x_1)<f(x_2)$$

则称 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加函数；如果对于区间 I 上任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有

$$f(x_1)>f(x_2)$$

则称 $f(x)$ 在区间 I 上是单调减少函数.

例 1.1.3 判断函数 $y=2x$ 的单调性.

解 $y=2x$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，在 $(-\infty,+\infty)$ 内，对于任意实数 x_1 和 x_2，若 $x_1<x_2$，有 $2x_1<2x_2$，所以 $y=2x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内单调增加.

3. 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，若对于任意 $x\in D$，恒有

$$f(-x)=f(x)$$

则称函数 $f(x)$ 为偶函数；若对任意 $x\in D$，恒有

$$f(-x)=-f(x)$$

则称函数 $f(x)$ 为奇函数.

显然偶函数图形关于 y 轴对称，奇函数图形关于原点对称.

例如，$y=x^3$ 是奇函数，$y=\cos x$ 是偶函数.

例 1.1.4 判断函数 $y=x^6-2x^2$ 的奇偶性.

解 函数定义域为 $x\in(-\infty,+\infty)$,对任意 $x\in(-\infty,+\infty)$,有

$$f(-x)=(-x)^6-2(-x)^2=x^6-2x^2=f(x)$$

故 $y=x^6-2x^2$ 在定义域内为偶函数.

4. 函数的周期性

设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数,如果存在常数 $T>0$,使得

$$f(x+T)=f(x),\quad x\in\mathbf{R}$$

则称 $f(x)$ 为周期函数,T 是它的周期. 通常所说周期函数的周期是它的最小正周期.

例如,函数 $y=\sin x$,$y=\cos x$ 的最小正周期都是 2π,$y=\tan x$ 的最小正周期为 π.

1.1.4 反函数

设某种商品销售收入为 y,销售量为 x,而每件商品单价为 a,则销售收入函数为 $y=ax$;反过来,对于给定的销售收入 y,则可以由法则 $x=\dfrac{y}{a}$ 确定销售量 x. 此时我们称 $x=\dfrac{y}{a}$ 为函数 $y=ax$ 的反函数.

定义 1.1.3 设函数 $y=f(x)$ 定义在 D 上,值域为 W,如果对于每一个 $y\in W$ 有唯一确定且满足 $y=f(x)$ 的 $x\in D$ 与之对应,其对应规则记为 f^{-1},这个定义在 W 上的函数 $x=f^{-1}(y)$ 称为函数 $y=f(x)$ 的反函数.

函数 $y=f(x)$ 中,x 为自变量,y 为因变量,定义域为 D,值域为 W.

函数 $x=f^{-1}(y)$ 中,y 为自变量,x 为因变量,定义域为 W,值域为 D.

习惯上,我们仍以 x 为自变量符号,以 y 为因变量符号,所以函数 $y=f^{-1}(x)$ 称为函数 $y=f(x)$ 的反函数.

例 1.1.5 求函数 $y=5x+2$ 的反函数.

解 由 $y=5x+2$ 得

$$x=f^{-1}(y)=\frac{y-2}{5}$$

所以 $y=\dfrac{x-2}{5}$ 是 $y=5x+2$ 的反函数.

例 1.1.6 讨论 $y=x^2$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是否有反函数.

解 在 $(-\infty,+\infty)$ 内,$y=x^2$ 不是一一对应的函数,即一个 y 有两个 x 与之对应. 显然这与反函数定义矛盾,故其反函数不存在.

注 函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 在平面直角坐标系 xOy 内是关于直线 $y=x$ 对称的.