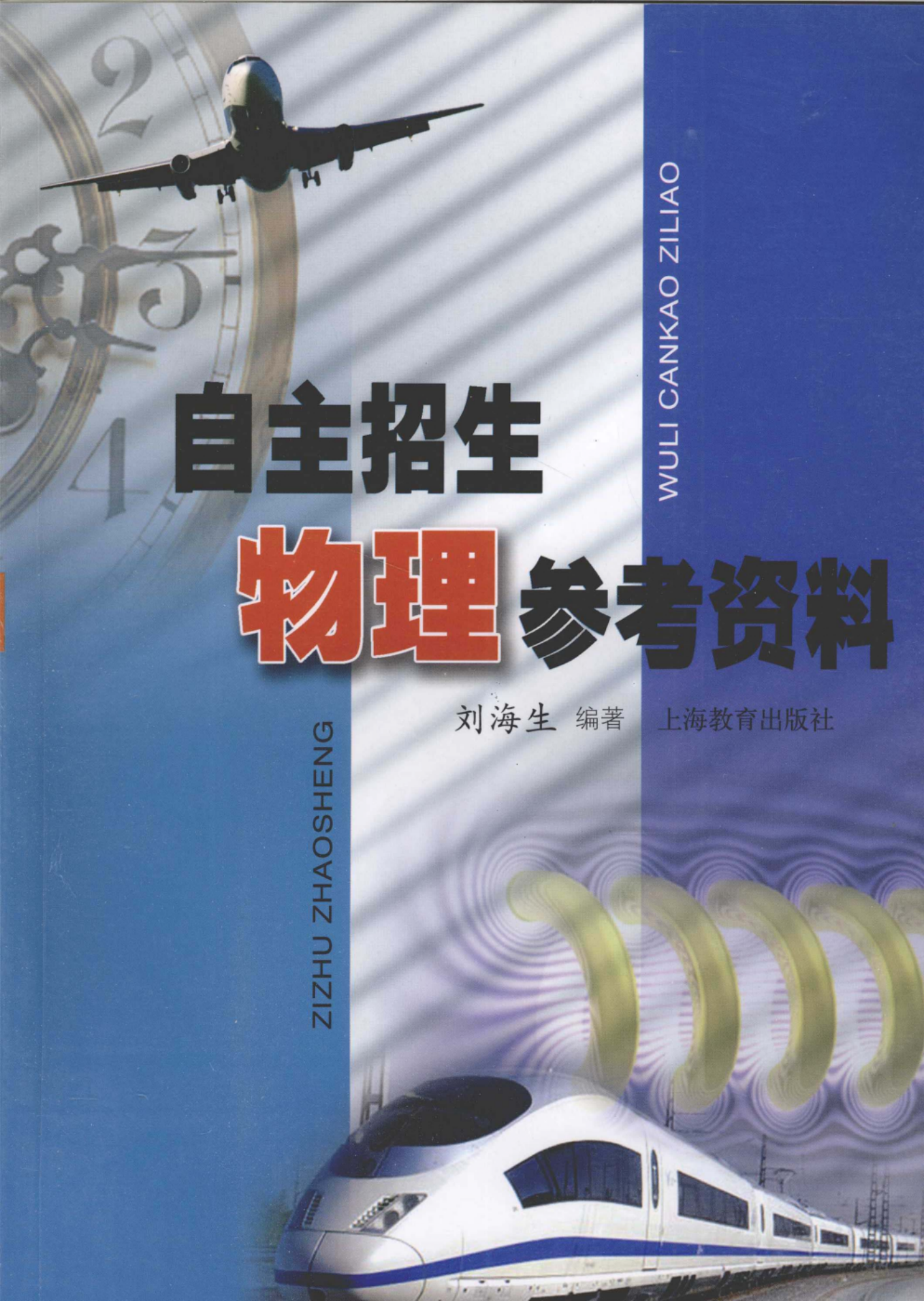




自主招生

物理参考资料

刘海生 编著 上海教育出版社

ZIZHU ZHAOSHENG

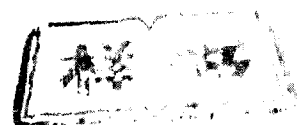
WULI CANKAO ZILIAO

高校自主招生旨在根据本校对人才培养的目标和办学特色,自己组织测试来选拔学生,以打破传统高招的“唯分数论”定式,推进中学教育改革。高校自主招生尤其注重学生的综合素养、创新精神和发展潜能;也更加注重高校特色与学生特长的匹配。

自主招生的高校逐年增多,招生比率不断扩大,考试程序日趋成熟,这都引起了全社会的关注。历年来自主招生笔试和面试的内容也引起广大考生、教师 and 家长的关注。《自主招生物理参考资料》企望对参加自主招生考试的考生有借鉴和点拨的作用。

《自主招生物理参考资料》全面覆盖中学物理课程,19个知识群均包括知识和能力拓展、试题解析、试题检测三部分,以解析为主,重在思考方法,所有检测题均给出参考答案。《自主招生物理参考资料》有助于考生拓展视野,联想思维,挖掘潜能,激励创新,提高解决综合问题的能力,以取得物理笔试和面试的优异成绩。





2009年 10月 1日

自主招生物理参考资料

ZIZHU ZHAOSHENG WULI CANKAO ZILIAO

刘海生 编著

上海教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

自主招生物理参考资料 / 刘海生编著. —上海: 上海教育出版社, 2009.10

ISBN 978-7-5444-2511-7

I. 自... II. 刘... III. 物理课—高中—升学参考资料
IV. G634.73

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第179898号

自主招生物理参考资料

刘海生 编著

上海世纪出版股份有限公司 出版发行
上海教育出版社

易文网: www.ewen.cc

(上海永福路123号 邮政编码: 200031)

各地新华书店经销 昆山市亭林印刷有限责任公司印刷

开本787×1092 1/16 印张17.5

2009年10月第1版 2009年10月第1次印刷

印数1-5,000本

ISBN 978-7-5444-2511-7/O·0117 定价: 36.00元

(如发生质量问题, 读者可向工厂调换)

前 言

高校自主招生是选拔人才的新举措。根据各所高校自己的培养目标和办学特色设定入学标准,自己组织测试来选拔适合在自己学校学习的学生。这项举措更多地体现了各所高校自己的意愿,打破了传统高招的“唯分数论”,也在一定程度上促进了中学教育教学的改革。一般说来,高校自主招生往往更加注重学生的综合素养、创新精神和发展潜能;更加注重高校特色与学生特长的匹配。以学生发展为本,认可学生的个性发展,认可学生基于志趣聚焦的一定专业指向性,认可那些特别潜能得到一定彰显的优秀的且有特长的“偏才”、“怪才”,给他们不完全凭书面成绩而凭综合实力进入理想大学的机会。实践表明,这对学生发展个性特长和学校实施素质教育确有促进作用。

全国试行自主招生考试的高等学校逐年增多,招生比率不断扩大,招生专业更为全面,选拔程序日趋成熟与科学。自主招生笔试和面试的内容引起广大学生、教师和家长的关注,也引起全社会重视。作者探究自主招生高校多年来的大量试题及其评价,注意到试题中出现的一些“难题”、“偏题”,例如:如果所有电子都带正电,所有质子都带负电,生活会变得怎么样?如何在太空站这种失重环境下测量宇航员的质量?……考察重心置于在高考中无法反映出来的对考生综合素养、综合能力、灵活运用所学知识的能力等方面。这与传统的基础教育存在一定距离,给高中教学提供了一些可资借鉴的方向。笔者在领会高校命题所含的精髓,参考国外高校自主招生相关试题,反思并优化长期教学实践,探索试题如何充分体现物理内容与现实生活、科学技术应用以及其他学科的紧密联系,有效拓展学生知识和能力,从提高学生综合素养诸方面着眼,编写了《自主招生物理参考资料》,企盼对有志参与全国自主招生的考生有辅助作用。

全书共 19 章,覆盖中学物理课程所有知识点,兼及全国以及省市物理高考的要求,以及物理学科自主选拔的基础知识和能力要求。各章均包括下述三个部分:

知识和能力拓展 不拘泥于高中课程和考纲,而是在此基础上进行知识和能力的拓展,开拓学习视野、激发思维敏感、挖掘考生潜能,激励勤于追索、勇于创新、提高综合解决问题的能力、创造力等。

试题解析 分析解读近几年自主招生试题,高考中有助于培养考生科学素质、创新思维和综合能力的试题,国外高校自主招生试题,让学生在解读中领悟思想方法。

试题检测 基础性——考试的内容和形式多数考生不会觉得陌生,不过题目的难度和数量会比较大。基础扎实的考生应该可以取得较好的成绩。提高性——考试的内容不拘泥于高中课程,形式会比较灵活,重点是考察考生的知识面、综合解决问题的能力 and 创造力。估计考生独立解题会遇到一定困难,为此在书末均给出参考答案。

题型不限于高考题型,增设和强化对物理现象的说理题、思考题、估算题、实验题。

几年来高校自主招生不断探索与实践,为有利于真正选拔适合各高校发展的所需人才,试题的设计也必然会进一步改进和完善。因而本书仅仅尝试提供参考资料。由于时间仓促,对自主招生命题的宗旨和原则有待进一步领会,书中不妥之处恳请读者提出宝贵的意见和建议。

刘海生

2009 年 5 月

目 录

第一章 直线运动	1
第二章 物体的平衡	16
第三章 牛顿运动定律	32
第四章 抛体运动	46
第五章 圆周运动	54
第六章 万有引力定律	65
第七章 动量	80
第八章 机械能	88
第九章 机械振动和机械波	107
第十章 分子动理论 固体、液体性质 物态变化	122
第十一章 气体性质	134
第十二章 电场	147
第十三章 稳恒电流	167
第十四章 磁场	188
第十五章 电磁感应	204
第十六章 交流电 电磁波	223
第十七章 几何光学	234
第十八章 物理光学	248
第十九章 原子物理	256
参考答案	265

第一章 直线运动



1. 参考系的选择。

一个物体相对不同参考系,运动性质一般不同。通过变换参考系,可以简化物体的运动,便于研究。

2. 相对运动,绝对速度、相对速度和牵连速度。

当船相对于水有划行速度 $\vec{v}_{\text{船水}}$,水相对于岸有流速 $\vec{v}_{\text{水岸}}$ 时,则船相对于岸的速度 $\vec{v}_{\text{船岸}}$ (即岸上观察者所观察到的船的实际运动速度)是两个分速度的矢量和,可表示为

$$\vec{v}_{\text{船岸}} = \vec{v}_{\text{船水}} + \vec{v}_{\text{水岸}}。$$

问题中包括三种速度和涉及三个具体的对象:一个是船,它是被观察的运动物体;另一个是水,它是船运动的一个参考系,水同时又相对于岸流动,所以称作运动参考系;再一个是岸,它是船运动的另一个参考系,同时是水运动的参考系,所以称作“不动”参考系。水对岸的流速 $\vec{v}_{\text{水岸}}$ 是运动参考系相对“不动”参考系的速度,称作牵连速度;船对水的划行速度 $\vec{v}_{\text{船水}}$ 是运动物体对运动参考系的速度,称作相对速度;船对岸的速度 $\vec{v}_{\text{船岸}}$ 是运动物体对“不动”参考系的速度,称作“绝对”速度。公式 $\vec{v}_{\text{船岸}} = \vec{v}_{\text{船水}} + \vec{v}_{\text{水岸}}$ 表示:“绝对速度”是“牵连速度”和“相对速度”之矢量和。

根据运动的相对性可知 $\vec{v}_{\text{船水}} = -\vec{v}_{\text{水船}}$,则有“相对速度”是“绝对速度”与“牵连速度”之矢量差。

3. 图像的应用。

用图像表示物理量之间的关系具有简明、直观和形象的特点。灵活地运用图像转换、分割,分析其曲线下“面积”的物理意义及两条曲线的交点的物理意义,是应用图像解题的重要能力。



1. 一位大学生乘环线地铁到学院去,他上车站与下车站位于环直径上相对的两端。这样大学生乘从哪个方向开来的车没有区别,所以他上先到来的那列车。往不同方向沿环线行驶列车的数量相同。但是大学生发现,他往往乘上朝顺时针方向开来的列车。怎样解释这类现象?

解析 用 t 表示朝一个方向行驶的两列车之间的时间间隔。如果发出沿顺时针方向列车与发出按逆时针方向最近的(按时间)列车之间时间间隔等于 τ ,那么发出按逆时针方向行驶

列车与发出按顺时针方向行驶列车之间要经过时间 $t - \tau$ 。如果 $\tau < t/2$, 那么 $t - \tau > \tau$ 。大学生在时间 $t - \tau$ 来到车站的概率比他在时间 τ 来到车站的概率显然大 $(t - \tau)/\tau$ 倍。正因为如此大学生常常乘上沿顺时针方向开来的列车。

2. 在竖直墙附近站着 2 个人, 他们到墙的距离分别为 l_1 和 l_2 , 他们之间的距离为 r 。第一个人洪亮地发出短话, 求他应该在多少时间内发出这段话, 使第二个人同时听见这段话的结尾和回音的开始? 声音在空气中传播的速度为 v 。

解析 为考虑回声可以取虚声源 A' 代替在 A 点的声源, A 和 A' 相对墙是对称的(如同光从平面镜上反射)。要使反射信号沿直线紧随着传播, 必须满足条件

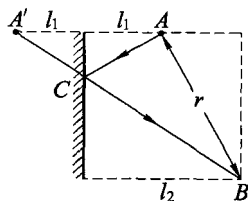


图 1-1

$$vt = AC + CB - r = A'B - r = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 + r^2} - (l_2 - l_1) - r.$$

由此

$$t = (\sqrt{4l_1l_2 + r^2} - r)/v.$$

3. 敞开的旋转木马离转动轴距离为 r , 以角速度 ω 转动, 人站在木马上。下雨了, 雨滴以速度 v_0 竖直下落。试问人应该怎样支撑着遮雨伞才能够最有效地避开雨。

解析 设人上方的雨滴相对木马的速度方向与竖直方向成角 α , 这个角由图 1-2 所示的速度矢量三角形来确定。

按照速度合成规律, $\vec{v}_0 = \vec{v}_{\text{相}} + \vec{v}_{\text{马}}$, 式中 $\vec{v}_{\text{马}}$ 是人所在处木马的速度, 所以 $\vec{v}_{\text{相}} = \vec{v}_0 - \vec{v}_{\text{马}}$ 。木马的速度 $v_{\text{马}} = \omega r$, 因此 $\text{ctg} \alpha = v_0/\omega r$ 。

于是, 遮雨伞的轴应该与竖直方向成角

$$\alpha = \text{arccotg}(v_0/\omega r).$$

朝木马运动方向倾斜并垂直于木马所在的半径。

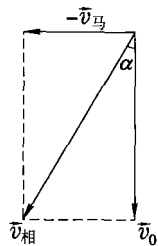


图 1-2

4. 磁带录音机的空带轴以恒定角速度转动, 重新绕上磁带。绕好后带卷的末半径 r_2 为初半径 r_1 的 3 倍(图 1-3)。绕带的时间为 t_1 。要在相同的带轴上重新绕上厚度为原磁带一半的薄磁带, 问需要多少时间 t_2 ?

解析 绕好厚磁带后, 磁带占据带轴部分的截面积

$$S_1 = \pi(r_2^2 - r_1^2) = 8\pi r_1^2.$$

于是这部带的长度

$$l = \frac{S_1}{d} = 8\pi \frac{r_1^2}{d},$$

式中 d 是磁带的厚度。

当绕好薄磁带后, 磁带占据带轴部分的截面积 $S_2 = \pi(r_2'^2 - r_1'^2)$, 式中 r_2' 是第二种情况下带卷的末半径。因为带长相同, 而第二种情况中磁带的厚度为第一种情况的一半, 由此可以列出

$$l = 2\pi(r_2'^2 - r_1'^2)/d, \quad r_2'^2 - r_1'^2 = 4r_1^2.$$

因而, 在第二种情况中带卷的末半径 r' 等于

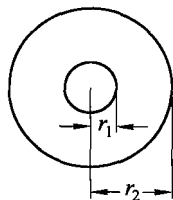


图 1-3

$$r'_2 = \sqrt{5}r'_1。$$

在第一和第二种情况中所绕带卷的匝数 N_1 和 N_2 分别为

$$N_1 = \frac{2r_1}{d}, N_2 = \frac{(\sqrt{5}-1)r_1}{d/2}。$$

由此得出

$$t_2 = (\sqrt{5}-1)t_1。$$

5. 百货大楼底楼与二楼之间有一部以恒定速度向上运动的自动扶梯。某人以相对扶梯不变的速率沿梯从底楼向上跑,数得梯子有 20 级台阶,到二楼后又反过来沿梯向下跑到底楼,数得梯子有 30 级台阶,那么该自动扶梯在一、二楼之间实际有_____台阶。

解析 设人相对电梯速率为 v , 电梯运转速度为 u , 底层到二楼之间有 N 级扶梯, 每级长 Δs , 则扶梯总长 $s = N\Delta s$ 。上楼时人相对电梯走过 $s_1 = N_1\Delta s$, 下楼时人相对电梯走过 $s_2 = N_2\Delta s$ 。因为人数得扶梯级数, 实质是人在电梯上相对电梯走过的级数。根据上下楼所用时间关系就可解。

$$\text{以地面为参照物, 上楼 } t_1 = \frac{s}{v+u} = \frac{N\Delta s}{v+u} \quad ①$$

$$\text{下楼 } t_2 = \frac{s}{v-u} = \frac{N\Delta s}{v-u} \quad ②$$

$$\text{以电梯为参照物, 上楼 } t_1 = \frac{s_1}{v} = \frac{N_1\Delta s}{v} \quad ③$$

$$\text{下楼 } t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{N_2\Delta s}{v} \quad ④$$

$$\text{使 } ① = ③: \frac{N}{v+u} = \frac{N_1}{v}, \quad ② = ④: \frac{N}{v-u} = \frac{N_2}{v}。$$

由此

$$u = \frac{N_2 - N_1}{N_1 + N_2}v,$$

代入前式得

$$N = 2N_1N_2/(N_1 + N_2) = 24。$$

6. 两艘内燃机船以同样大小的速度 20 km/h, 分别沿交叉成角 60° 的航线行驶, 见图 1-4(a)。如果两船在开始时刻到交叉点 O 距离分别为 20 km 和 30 km, 求在航行过程中两船之间的最短距离?

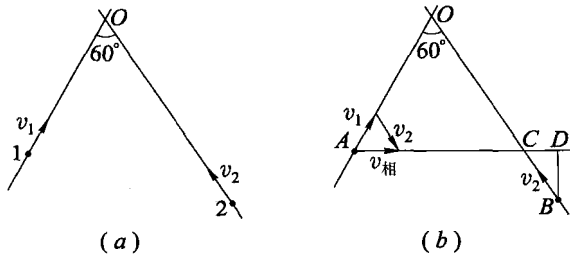


图 1-4

解析 本题选择其中一只船例如第二只船作为参考系解答本题较为简便。从第二只船上观察,第一只船以相对速度 $\vec{v}_{\text{相}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ 沿 AC 线运动,见图 1-4(b),于是两只船之间最短距离等于

$$l_{\min} = BD = (OB - OA) \sin 60^\circ \approx 8.7 \text{ km}.$$

7. A 和 B 两处分别位于河的两岸,一艘船定期往返 A 和 B 两处,同时船总是沿直线 AB 航行(图 1-5)。A 和 B 两处相距 $s = 1200 \text{ m}$ 。河水的速度 $u = 1.9 \text{ m/s}$ 。直线 AB 与流水方向成角 $\alpha = 60^\circ$ 。要在 $t = 5 \text{ min}$ 内船从 A 航行到 B 并返回,求船相对水的速度 v 及其往返应该与直线 AB 所成角度 β_1 和 β_2 ?

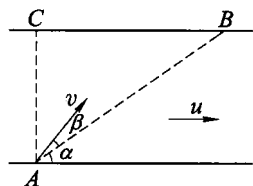


图 1-5

解析 船相对岸的速度等于 $\vec{V} = \vec{v} + \vec{u}$, 其方向沿线段 AB。将 $\vec{v}$ 和 $\vec{u}$ 沿线段 AB 方向和垂直线段 AB 方向分解,得到 $V_1 = v \cos \beta_1 + u \cos \alpha$; $u \sin \alpha = v \sin \beta_1$, 式中 V_1 为从 A 航向 B 时船速。当船从 B 返回到 B 时: $V_2 = v \cos \beta_2 - u \cos \alpha$; $u \sin \alpha = v \sin \beta_2$ 。由此可见, $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ 。航行总时间 $t =$

$$\frac{s}{V_1} + \frac{s}{V_2} = \frac{s \cdot 2v \cos \beta}{v^2 \cos^2 \beta - u^2 \cos^2 \alpha}.$$
 由此

$$(v \cos \beta)^2 - \frac{2s}{t} \cdot v \cos \beta - u^2 \cos^2 \alpha = 0; \quad v \cos \beta = \frac{s}{t} + \sqrt{\frac{s^2}{t^2} + u^2 \cos^2 \alpha}.$$

从两个方程组

$$v \sin \beta = u \sin \alpha,$$

$$v \cos \beta = \frac{s + \sqrt{s^2 + u^2 t^2 \cos^2 \alpha}}{t}.$$

求得 $\tan \beta = \frac{ut \sin \alpha}{s + \sqrt{s^2 + u^2 t^2 \cos^2 \alpha}}$, 由此 $\beta = 11.5^\circ$ 。因而, $v = \frac{u \sin \alpha}{\sin \beta} = 8.3 \text{ m/s}$ 。

8. 展开角为 90° 的无限锥体以速度 v 向静止球的中心运动(图 1-6)。速度方向与锥体轴一致。在某一时刻球分裂成大量的碎片,它们以同样大小的速度 v 均匀地向各个方面飞去。求有多少数量的碎片落在锥体上? 重力影响不计。

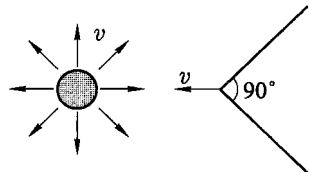


图 1-6

解析 研究相对地面向上和向下飞去的碎片。在与锥体相连的参照系中它们分别与水平方向成角 $\pm 45^\circ$, 即沿锥体的母线向右运动,因而不会落在锥体上。位于观察右侧的所有碎片,即实际上所有碎片的一半迟早将落在锥体上。

9. 宇宙飞船开始沿直线做加速运动,加速度随时间变化如图 1-7(a) 所示。经过多少时间飞船向前方向离出发点最远距离? 飞船的初速度为零。

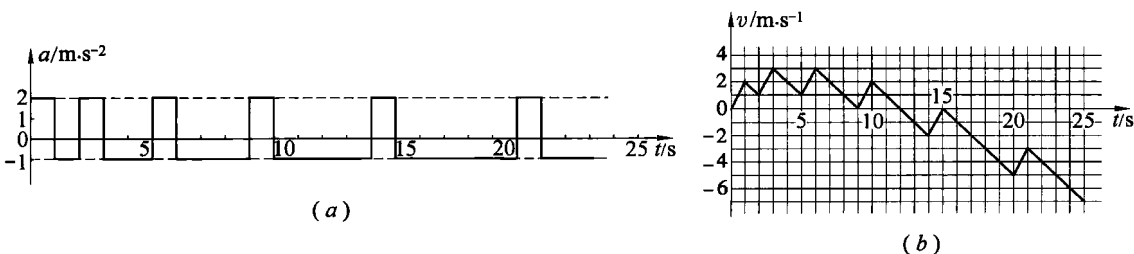


图 1-7

解析 根据加速度与时间的关系图像 $a = a(t)$, 作出速度与时间的关系图像 $v = v(t)$ 。

图像所围面积的数值等于位移, 见图 1-7(b)。由图可知, 飞船在开始运动后经过 12 s 向前飞行最远。

10. 利用超声波遇到物体发生反射, 可测定物体运动的有关参量。图 1-8(a) 中仪器 A 和 B 通过电缆线连接, B 为超声波发射与接收一体化装置, 仪器 A 和 B 提供超声波信号源而且能将 B 接收到的超声波信号进行处理并在屏幕上显示其波形。

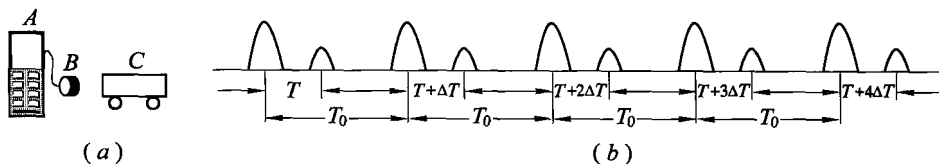


图 1-8

现固定装置 B, 并将它对准匀速行驶的小车 C, 使其每隔固定时间 T_0 发射一短促的超声波脉冲, 如图 1-8(b) 中幅度较大的波形, 反射波滞后的时间已在图中标出, 其中 T 和 ΔT 为已知量, 另外还知道该测定条件下超声波在空气中的速度为 v_0 , 根据所给信息求小车的运动方向和速度大小。

解析 从 B 发出第一个超声波开始计时, 经 $\frac{T}{2}$ 被 C 车接收。故 C 车第一次接收超声波时与 B 距离 $s_1 = \frac{T}{2}v_0$ 。

第二个超声波从发出至接收, 经 $T + \Delta T$ 时间, C 车第二次接收超声波时距 B 为 $s_2 = \frac{T + \Delta T}{2}v_0$ 。

C 车从接收第一个超声波到接收第二个超声波内前进距离为 $\Delta s = (s_2 - s_1)$ 。

接收第一个超声波时刻为 $t_1 = \frac{T}{2}$, 接收第二个超声波时刻为 $t_2 = T_0 + \frac{T + \Delta T}{2}$ 。

所以接收第一和第二个超声波的时间间隔为: $\Delta t = t_2 - t_1 = T_0 + \frac{\Delta T}{2}$ 。

故车速 $v_c = \frac{s_2 - s_1}{\Delta t} = \frac{\frac{\Delta T}{2}v_0}{\frac{2T_0 + \Delta T}{2}} = \frac{\Delta T v_0}{2T_0 + \Delta T}$ 。车向右运动。

11. 宇宙飞船以速度 $v = 1 \text{ km/s}$ 航行, 驾驶员发现正中有直径 $d = 7 \text{ km}$ 小行星的航线, 此时到它表面的距离 $l = 8.5 \text{ km}$ 。航天员立即启动防止事故的发动机, 在非常短时间内使飞船沿驾驶员指定方向获得的附加加速度 $\Delta v = 300 \text{ m/s}$, 宇宙飞船能否避免发生碰撞?

解析 要避免碰撞, 航天员应该改变飞船的速度, 使原来“直达小行星”方向与新航线之间夹角大于角 α_0 , 为此需满足下面条件, 见图 1-9(a):

$$\sin \alpha_0 = \frac{d/2}{1 + d/2} = \frac{d}{21 + d} \approx 0.292。$$

当宇宙飞船获得的附加加速度 Δv 垂直矢量 $\vec{v}_1 = \vec{v} + \Delta \vec{v}$, 见图 1-9(b), 即当

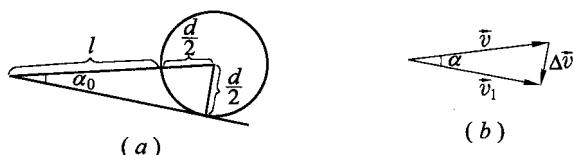


图 1-9

$$\sin \alpha = \frac{\Delta v}{v} = 0.3$$

情况下,飞船可最大偏离原来航向。

注意,在启动防止事故发生的情况下,可以改变飞船航向的角度 $\alpha > \alpha_0$, 因此不会发生与小行星碰撞。

12. 薄壁立方形箱没有上盖,10 min 内落进半箱雨水,雨滴以恒定速度 $v = 15 \text{ m/s}$ 竖直下落。如果将该箱放在小车上,车沿水平路以速度 $u = 15 \text{ m/s}$ 匀速行驶,求在多少时间内也落进半箱雨水? 能否做到在最短时间内也落进半箱雨水? 如果行,那么在多少时间内这才可能做到并且应该如何放置该箱?

解析 设箱的底面积为 S ,经过时间 t 落进箱内雨水的数量为 $Sv\Delta t$ 。在车匀速行驶情况下,若选择车为参照物,则雨滴相对车做两种运动:以速度 v 竖直下落和以速度 u 迎车作水平移动。其合速度 V 方向向箱倾斜,箱好像位于斜飘的雨滴下面,如图 1-10(a)所示。

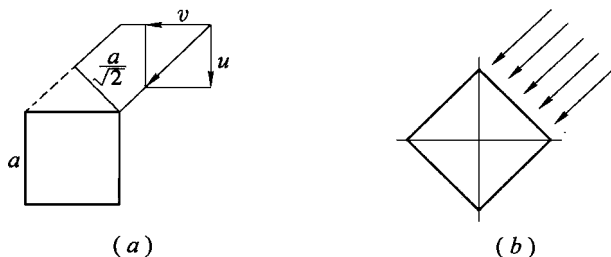


图 1-10

经过时间 t 落进箱内雨水的数量:

$$v\sqrt{2}\Delta t \frac{S}{\sqrt{2}} = Sv\Delta t,$$

即落进半箱雨水所需要的时间仍然是 10 min。

如果将箱子转 45° ,见图 1-10(b),那么在时间 Δt 内落进箱内雨水的数量:

$$Sv\sqrt{2}\Delta t,$$

这就是说在同样时间内落进倾角 45° 的箱内雨水要增加到 $\sqrt{2}$ 倍。因此,落进半箱雨水最短时间为 $10/\sqrt{2} \approx 7.1 \text{ min}$ 。

13. 身高为 h 的人以恒定速度 v 沿内人行道边行走。离人行道边 l 处直立路灯柱,柱子高为 H ,柱子顶端一盏灯亮着,见图 1-11(a)。作出人头的影子沿人行道运动速度与 x 坐标之间关系图像。人行道路面是水平的,人行道边是一条直线。

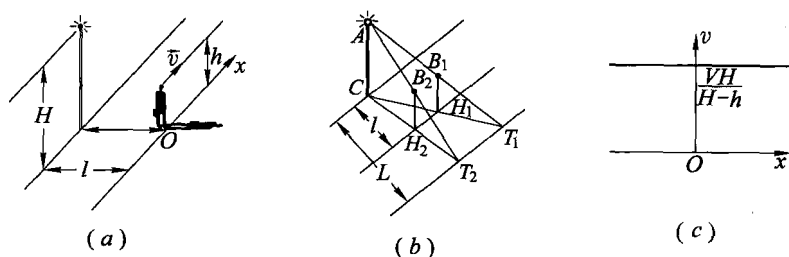


图 1-11

解析 注意, 三角形 ACT_1 和 $B_1H_1T_1$ (即“灯-灯柱底-头影”和“头-脚-头影”)总是相似, 见图 1-11(b)。(有条件地认为人头及其影子看作是点。)由此容易得到, 头影沿直线运动, 这条直线平行人行道并且到柱子距离为 L 。而这意味着, 距离 T_1T_2 总是为距离 H_1H_2 的 L/l 倍。因而, 头影速度 u 也为人自身速度 v 的 L/l 倍:

$$u = \frac{vL}{l}。$$

从三角形 ACT_1 和 $B_1H_1T_1$ 相似得出 L/H 之比:

$$\frac{L}{H} = (L-l)h,$$

于是

$$\frac{L}{l} = \frac{H}{(H-h)}。$$

由此可见, 人头影子的速度 v 与距离 x 无关且等于

$$u = \frac{vH}{(H-h)}。$$

作出所求图像在图 1-11(c)上。

14. 图 1-12(a)和(b)表示飞艇在航线两段激起波的范围边界。水平箭头指出飞艇速度方向。在第一段(图(a))海水未流动。在第二段(图(b))水流方向用竖直箭头表示。如果在两种情况下飞艇相对岸的速度相同且均为 $u = 18 \text{ km/h}$, 求海水的速度 v ?

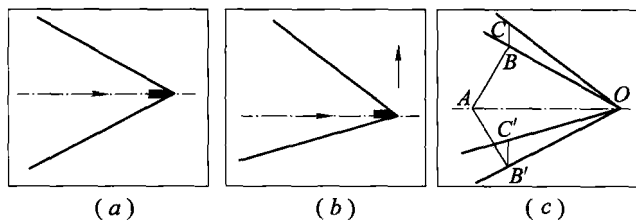


图 1-12

解析 将图(a)和图(b)画在一起成图 1-12(c)。从飞艇航线上任意一点 A 向水未流动时波的范围边界作垂线, 这条垂线的长度(AB 或 AB')确定在飞艇航行距离 AO 所需时间内波传播的距离。距离 BC (或 $B'C'$)确定在相同时间内海水将波的范围边界冲走的距离。因此,

根据比率 $|BC|/|AO|$ (或 $|B'C'|/|AO|$) 确定水速 v 与船速 u 之比。从图上可测量出

$$\frac{v}{u} = \frac{1}{5} \Rightarrow v = 3.6 \text{ km/h}.$$

15. 飞机沿闭合航线 ABC 飞行, A 、 B 和 C 三站分别位于正三角形的三个顶点上。求在哪种情况下飞机飞完全程所需要的时间最短; 若风沿 AB 方向或者沿 BA 方向?

解析 设飞机飞行速度为 v , 风吹的速度为 u 。三角形 ABC 每边长为 l 。如果风向沿 AB , 那么沿 AB 方向飞机以速度 $u+v$ 飞行, 从 $A \rightarrow B$ 需要时间

$$t_1 = \frac{l}{u+v} = \frac{l}{v(1+d)}, \text{ 式中 } d = \frac{u}{v}.$$

飞机以速度 $\vec{v}_1 = \vec{v} + \vec{u}$ 沿 BC 方向飞行, 见图 1-13(a)。

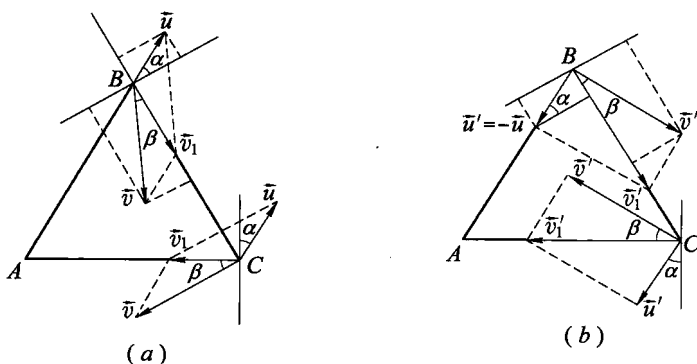


图 1-13

由于 $\vec{v}_1$ 沿 BC 方向, 所以 $\vec{v}_1$ 的大小等于 $\vec{v}$ 和 $\vec{u}$ 在 BC 方向上分速度之和, 而在垂直 BC 方向它们的分速度之和等于零:

$$v_1 = v \cos \beta - u \sin \alpha,$$

$$v \sin \beta - u \cos \alpha = 0.$$

由此并考虑到 $\alpha = 30^\circ$, 得到

$$v_1 = v \sqrt{1 - \frac{u^2}{v^2} \cos^2 \alpha} - u \sin \alpha = \frac{1}{2} v \sqrt{4 - 3d^2} - \frac{1}{2} dv.$$

在 CA 段飞行速度大小相同。所以飞机飞越 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 花费时间

$$t_2 = \frac{2l}{v_1} = \frac{4l}{v \sqrt{4 - 3d^2} - dv}.$$

飞越 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 总时间 t 等于 $t_1 + t_2$ 。

如果风向沿 BA 方向, 那么飞越 $A \rightarrow B$ 所需时间

$$t'_1 = \frac{l}{v-u} = \frac{l}{v(1-d)}.$$

在这种情况下在 BC 段和 CA 段, 见图 1-13(b), 飞行速度大小均等于

$$v'_1 = v\sqrt{v^2 - \frac{3}{4}u^2} + \frac{1}{2}u = v\sqrt{1 - \frac{3}{4}d^2} + \frac{1}{2}dv。$$

飞越 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 所需时间

$$t'_2 = \frac{2l}{v'_1} = \frac{4l}{v\sqrt{4-3d^2} + dv}。$$

飞越 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 总时间 t' 等于 $t'_1 + t'_2$ 。 t' 与 t 时间之比等于

$$\frac{t'}{t} = \frac{\frac{1}{1-d} + \frac{4}{\sqrt{4-3d^2} + d}}{\frac{1}{1+d} + \frac{4}{\sqrt{4-3d^2} - d}}。$$

进行代数运算, 得出 $t'/t = 1$ 。

16. 从关得不严的水龙头里流出一股细细的水。仅用一把直尺如何能够测出水的流速以及水的体流量(即在单位时间内从龙头里流出水的体积)。

解析 这股细流的运动是以自由落体加速度进行, 水从龙头口流出速度为 v_1 , 离龙头口距离 h 处水速为 v_2 , 则

$$v_2^2 - v_1^2 = 2gh \quad ①$$

另一方面, 单位时间内通过龙头横截面积和通过离龙头口距离 h 处细流的横截面积流过相等体积的水:

$$Q = \pi D_1^2 v_1 / 4 = \pi D_2^2 v_2 / 4 \quad ②$$

式中 D_1 和 D_2 分别为龙头口处细流的直径和离龙头口距离 h 处细流的直径。从①式得出 v_2 , 代入②式中, 得到

$$v_1^2 \left(\frac{D_1^4}{D_2^4} - 1 \right) = 2gh。$$

由此

$$v_1 = D_2^2 \sqrt{\frac{2gh}{D_1^4 - D_2^4}}。$$

下面求水的体流量:

$$Q = \frac{\pi D_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi D_1^2 D_2^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{D_1^4 - D_2^4}}。$$

由此可见, 问题归结为测量 D_1 、 D_2 和 h , 事实上这只用一把直尺就可做到。

17. 摄制电影时, 为了拍摄下落物体的特写镜头, 做了一个线度为实物的 $1/49$ 的模型。放电影时, 走片速度为每秒 24 张, 为了使画面逼真, 拍摄时走片速度应为多大? 模型的运动速度应为实物运动速度的多少倍?

解析 设实物在时间 t 内下落的高度为 h , 而模型在时间 t_0 内下落了对应的高度 h_0 , 根据自由落体公式

$$h = \frac{1}{2}gt^2, \quad h_0 = \frac{1}{2}gt_0^2.$$

由于

$$\frac{h_0}{h} = \frac{1}{49},$$

故得

$$t_0 = \frac{1}{7}t.$$

可见,放电影时应将模型运动的时间“放大”7倍,才能使人们看电影时观赏到逼真的画面。为此,在拍摄电影时,拍摄的走片速度应为放映时走片速度的7倍,这样才可使对应于模型运动时间 t_0 而放映时间却为 $7t_0$ 。拍摄时走片速度应为

$$24 \text{ 张/秒} \times 7 = 168 \text{ 张/秒}.$$

设实物在某段时间 Δt 内以速度 v 通过位移 Δs ,而模型与之对应的量则分别是时间 Δt_0 、速度 v_0 、位移 Δs_0 ,由于

$$\Delta t_0 = \frac{1}{7}\Delta t, \quad \Delta s_0 = \frac{1}{49}\Delta s.$$

所以模型运动速度 v_0 与实物运动速度 v 之比为

$$\frac{v_0}{v} = \frac{\Delta s_0/\Delta t_0}{\Delta s/\Delta t} = \frac{1}{7},$$

即模型运动速度应为实物运动速度的 $\frac{1}{7}$ 。

18. 大城市的十字路口上安装了电子信号装置,用灯光信号屏自动地计算和显示汽车驾驶员必须保持的速度,以便行驶到下一个交通信号灯时是绿灯。通常灯光信号屏的示数按如下顺序变换:首先 45 km/h,接着 50 km/h、55 km/h,最后 60 km/h,此后灯光信号屏熄灭,由于只允许在少数街上行驶速度可大于 60 km/h。站在十字路口并观察灯光信号屏,用一只钟怎样测出到下一个交通信号灯距离。

解析 无论汽车以怎样速度行驶,汽车从一个信号灯到下一个信号灯行驶相同路程。当灯光信号屏显示速度值 v_1 变到下一个速度值 v_2 时刻,需要按一下秒钟的起动按钮,而当示数从 v_2 值依次变为 v_3 值时刻停止秒钟。

如果汽车开始以速度 v_1 行驶,直到灯光信号屏上示数变换前,那么汽车在时间 $t_1 = L/v_1$ 内行驶距离为 L ,驶到下一个交通信号灯时正是绿灯。如果汽车是当灯光信号屏上示数从 v_2 到 v_3 时刻(即秒钟停走时刻)开始运动,则汽车速度应该不小于 v_2 ,且在时间 $t_2 = L/v_2$ 内通过距离 L 。显然,时间差 $t_1 - t_2$ 等于秒钟的示数 τ 。由此可见

$$\tau = L/v_1 - L/v_2, \quad \text{由此} \quad L = v_1 v_2 \tau / (v_2 - v_1).$$

例如,如果 $v_1 = 45 \text{ km/h}$, $v_2 = 50 \text{ km/h}$ 和 $\tau = 8 \text{ s}$,到下一个交通信号灯距离等于

$$L = \frac{45 \text{ km/h} \times 50 \text{ km/h}}{50 \text{ km/h} - 45 \text{ km/h}} \cdot \frac{8}{3600} \text{ h} = 1 \text{ km}.$$

19. 甲、乙、丙三辆车行驶在平直公路上,车速分别为 6 m/s、8 m/s、9 m/s。当甲、乙、丙三车依次相距 5 m 时,乙驾驶员发现甲车开始以 1 m/s^2 加速度做减速运动,于是乙也立即做