



2009年

中考复习 指南

本书编写组 编写

数 学

四川出版集团·四川科学技术出版社

目录

CONTENTS

第一章 数与式	1
第一节 实数	1
第二节 整式	4
第三节 分式	7
第四节 二次根式	9
第二章 方程(组)与不等式(组)	12
第一节 方程与方程组	12
第二节 不等式与不等式组	15
第三章 函数及其图像	20
第一节 函数的概念,平面直角坐标系	20
第二节 一次函数	23
第三节 反比例函数	28
第四节 二次函数	31
第四章 图形的认识与三角形	39
第一节 图形的初步认识	39
第二节 三角形的有关概念和全等	43
第三节 等腰三角形和直角三角形	47
第四节 多边形的内角和、外角和及镶嵌	50
第五章 图形的变换与相似	54
第一节 图形的变换	54

目录

CONTENTS

第二节 图形的相似	58
第六章 四边形	63
第一节 平行四边形	63
第二节 矩形、菱形、正方形	66
第三节 梯形的识别与性质	70
第七章 解直角三角形	75
第八章 圆	80
第一节 圆的基本性质	80
第二节 直线与圆、圆与圆的位置关系	84
第三节 与圆有关的计算	90
第九章 统计与概率	93
第一节 统计初步	93
第二节 概率初步	98
初中数学综合测试题(一)	103
初中数学综合测试题(二)	108
参考答案	114



第一章 数 与 式

第一节 实 数



考点精析

考点1 实数

有理数和无理数统称实数. 有理数包括整数和分数或正有理数、零和负有理数; 无理数指无限不循环小数, 常见有 π , $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{4}$, $0.1010010001\cdots$ (每两个1以后依次多一个0).

考点2 数轴

有原点, 正方向和单位长度的直线叫数轴, 实数与数轴上的点一一对应. 在数轴上表示的数, 左边的数总比右边的数小.

考点3 相反数, 倒数, 绝对值

a 与 b 互为相反数 $\Leftrightarrow a + b = 0$. a 与 b 互为倒数 $\Leftrightarrow ab = 1$.

实数 a 的绝对值的意义为 $|a| = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a \leq 0) \end{cases}$

考点4 平方根与立方根

一个正数有两个平方根, 它们互为相反数, 正的平方根叫作算术平方根; 负数没有平方根, 0 的平方根是 0. 任意一个实数有且只有一个立方根.

考点5 非负数

常见形式: 设 a 为实数, 则 $|a| \geq 0$, $a^2 \geq 0$, $\sqrt{a} \geq 0 (a \geq 0)$. 几个非负数之和等于 0, 当且仅当每个非负数都等于 0.

考点6 科学记数法

若 $|N| \geq 10$, 记成 $N = |a| \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, $n = \text{整数位数} - 1$; 若 $0 < |N| < 1$, 记成 $N = |a| \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为一个负整数.

考点7 近似数与有效数字

一个近似数四舍五入到哪一位, 就称这个数精确到哪一位. 从左边第一个非零数字起到精确到的数位止, 所有的数字都叫这个近似数的有效数字.



典例诠释

【典例1】实数 a 、 b 、 c 在数轴上的对应点的位置如下图, 下列式子: ① $b+c > 0$ ② $a+b > a+c$ ③ $bc > ac$ ④ $ab > ac$, 一定正确的有 ()

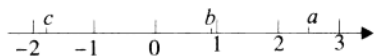
A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

解析: 观察数轴可知:



$a > 0, b > 0, c < 0$, 且 $|a| > |c| > |b|$, $\therefore b+c < 0$, ① 错; $a+b > a+c$, ② 对;
 $\therefore b < a, c < 0$, $\therefore bc > ac$, ③ 对; $\therefore b > c, a > 0$, $\therefore ab > ac$, ④ 对. 答案: C.

【典例2】若 $(a-2)^2 + |b+3| = 0$, 则 $(a+b)^{2007}$ 的值是 ().

解析: $|b+3|$ 和 $(a-2)^2$ 都是非负数, 由非负数的性质得: $|b+3| = 0$, 且 $(a-2)^2 = 0$,
 即 $b+3 = 0$, 且 $a-2 = 0$, $\therefore b = -3, a = 2, (a+b)^{2007} = -1$.

【典例3】(2006年·宜宾) 计算: $(-5)^0 - (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) + (\frac{1}{2})^{-1}$.

解析: 熟悉零指数幂、平方差公式、负整指数幂等概念. 防止学生错用平方差公式; 去掉括号
 后没变号; 负整指数幂计算错误.

正确做法 解: 原式 $= 1 - (3-1) + 2 = 1$.



基础训练

1. (2007年·宜宾) 某市在2007年4月份突遇大风、冰雹灾害性天气, 造成直接经济损失
 5 000万元. 5 000 万元用科学记数法表示为 ()

A. 5 000 万元

B. 5×10^2 万元C. 5×10^3 万元D. 5×10^4 万元

2. (2007年·仙桃) 估算 $\sqrt{28} - \sqrt{7}$ 的值在 ()

A. 7 和 8 之间

B. 6 和 7 之间

C. 3 和 4 之间

D. 2 和 3 之间

3. (2006年·成都) $-|-2|$ 的倒数是 ()

A. 2

B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$

D. -2

4. (2007年·宜宾) 25 的算术平方根是 ()

A. 5

B. $\sqrt{5}$

C. -5

D. ± 5

5. (2005年·宜宾) 计算 $2^{-2} \times (-2)^3 + |-3|$ 的结果是 ()

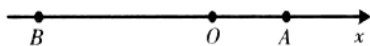
A. 1

B. -1

C. 0

D. -2

6. 如图, 数轴上的两个点 A 、 B 所表示的数分别是 a 、 b , 在 $a+b$, $a-b$, ab , $-a-b$ 中, 是正数的
 有 _____ 个.



6 题图

7. (2008·湖北黄石) 在实数 $-\frac{2}{3}$, 0 , $\sqrt{2}$, π , $\sqrt{9}$ 中, 无理数有 _____.

8. (2008 · 青海) 若 $|x - 2y| + \sqrt{y - 2} = 0$, 则 $(-xy)^2$ 的值为_____.

9. 由四舍五入得到的近似数 8.02×10^6 , 精确到_____位, 有_____个有效数字.

10. 计算: $(1) -3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} - |1 - \sqrt{3}| + \sqrt{27}$

$$(2) 2\sin 60^\circ + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \div \left(-\frac{2}{1 - \sqrt{2}}\right)^0$$



能力拓展

11. (2007 年 · 泰安) 为确保信息安全, 信息需加密传输, 发送方由明文 $\rightarrow$ 密文 (加密), 接收方由密文 $\rightarrow$ 明文 (解密). 已知加密规则为: 明文 x, y, z 对应密文 $2x + 3y, 3x + 4y, 3z$. 例如: 明文 1, 2, 3 对应密文 8, 11, 9. 当接收方收到密文 12, 17, 27 时, 则解密得到的明文为_____.

12. (2007 年 · 邵阳) 观察下列等式

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}, \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4},$$

将以上三个等式两边分别相加得: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

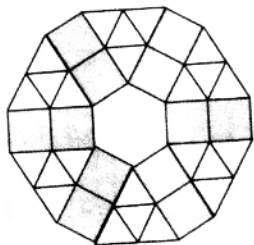
(1) 猜想并写出: $\frac{1}{n(n+1)} =$ _____.

(2) 直接写出下列各式的计算结果:

$$\textcircled{1} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{2006 \times 2007} = \text{_____};$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \text{_____}.$$

13. (2008 年 · 山东聊城) 如图是某广场用地板铺设的部分图案, 中央是一块正六边形的地板砖, 周围是正三角形和正方形的地板砖. 从里向外的第 1 层包括 6 个正方形和 6 个正三角形, 第 2 层包括 6 个正方形和 18 个正三角形, 依此递推, 第 8 层中含有正三角形个数是_____.



13 题图

第二节 整式



考点精析

考点1 代数式

代数式不能出现“ $=$ ”, “ $<$ ”, “ $>$ ”, “ $\neq$ ”, “ $\leq$ ”, “ $\geq$ ”等符号. 求代数式的值时不能改变代数式的运算顺序和运算关系, 要注意适时补上乘号及括号, 并注意书写格式. 列代数式时要注意书写格式, 能把文字语言翻译成符号语言.

考点2 整式

单项式: 表示数与字母的积的式子叫单项式, 单独一个数或字母也是单项式.

单项式的系数和次数: 一个单项式中, 所有字母的指数之和叫做这个单项式的次数, 单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数.

多项式: 几个单项式的和叫作多项式. 多项式中次数最高项的次数叫多项式的次数. 能将一个多项式按某个字母升降幂排列.

整式: 单项式和多项式统称整式.

考点3 整式的运算

(1) 去括号、添括号法则.

去括号法则: 括号前面是“ $+$ ”号, 把括号和它前面的“ $+$ ”号去掉, 括号里各项都不改变符号; 括号前面是“ $-$ ”号, 把括号和它前面的“ $-$ ”号去掉, 括号里各项都改变符号.

添括号法则: 所添括号前面是“ $+$ ”号, 括到括号里各项都不改变符号; 所添括号前面是“ $-$ ”号, 括到括号里各项都改变符号.

(2) 整式的加减法——先去括号, 再合并同类项.

同类项: 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同的项叫同类项. 几个常数项也是同类项.

(3) 幂的运算性质.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} (m, n \text{ 是正整数}); a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0, m, n \text{ 都是正整数且 } m > n),$$

$$\text{特别地: } a^0 = 1 (a \neq 0), a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 是正整数}), (a^m)^n = a^{mn} (m, n \text{ 都是正整数});$$

$$(ab)^n = a^n b^n (n \text{ 是正整数}).$$

(4) 整式的乘法.

$$\text{乘法公式: } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2; (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

(5) 整式的除法.

除法是乘法的逆运算, 要熟练掌握单项式除以单项式及多项式除以单项式的运算法则.

考点4 因式分解

若多项式各项有公因式, 则先提取公因式; 若多项式各项没有公因式, 则选用平方差公式或完全平方公式. 每一个多项式都要分解到不能再分为止.



典例诠释

【典例1】(2007年·德阳)已知 $a + b = 2$, 则 $a^2 - b^2 + 4b$ 的值是 ()

A. 2

B. 3

C. 4

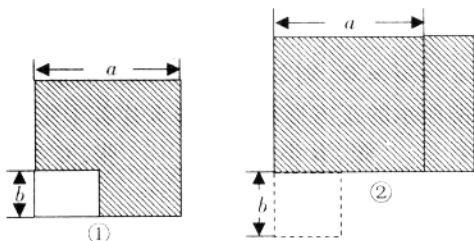
D. 6

解析: 求代数式的值的方法一般有两种思路: ① 根据已知条件求出 a, b 的值, 再代入所求的代数式即可; ② 对要求的代数式进行恒等变形, 变形出具备已知条件形式的式子, 再代入求值. 由于本题无法直接求出 a, b 的值, 所以采用第二种整体代入法.

解: $\because a + b = 2, \therefore a^2 - b^2 + 4b = (a + b)(a - b) + 4b = 2(a - b) + 4b = 2a - 2b + 4b = 2a + 2b = 2(a + b) = 4.$

答案: C. 注: 由于此题是选择题, 所以也可用特殊值法, 比如取 $a = b = 1$, 即可求得 $a^2 - b^2 + 4b = 4$.

【典例2】



典例2图

如图①所示, 在边长为 a 的正方形中挖掉一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$), 把余下的部分剪拼成一个矩形②所示, 通过计算两上图形阴影部分的面积, 验证了一个等式, 这个等式是 ()

A. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

B. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

C. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

D. $(a + 2b)(a - b) = a^2 + ab - 2b^2$

解析: 利用几何图形来验证数学公式有助于对公式的理解和记忆, 可以将枯燥的公式形象化、具体化. 图①中: 阴影部分的面积 = 边长为 a 的大正方形的面积 - 边长为 b 的空白正方形的面积; 图②中: 阴影部分(矩形)的面积 = $(a + b)(a - b)$.

答案: A

【典例3】将下列各式分解因式:

(1) $2a^3 + 6a^2 - 36a =$; (2) $a^4 - 1 =$

解析: 因式分解是中考的热点内容, 在因式分解中要注意防止以下错误: (1) 公因式没有全部提出, 如 $2a^3 + 6a^2 - 36a = a(2a^2 + 6a - 36) = a(a + 6)(2a - 6)$; (2) 因式分解不彻底, 如 $a^4 - 1 = (a^2 + 1)(a^2 - 1)$.

正确解法: $2a^3 + 6a^2 - 36a = 2a(a^2 + 3a - 18) = 2a(a + 6)(a - 3)$;

$$a^4 - 1 = (a^2 + 1)(a^2 - 1) = (a^2 + 1)(a + 1)(a - 1).$$



基础训练

1. (2007年·海南) 下列运算, 正确的是 ()

A. $a^3 \cdot a^2 = a^5$

B. $2a + 3a = 5ab$

C. $a^6 \div a^2 = a^3$

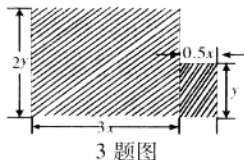
D. $a^3 + a^2 = a^5$

2. 形如 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ 的式子叫做二阶行列式, 它的运算法则用公式表示为 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 依此法则计算 $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}$ 的结果为 ()

- A. 11 B. -11 C. 5 D. -2

3. (2007年·荆门) 如图, 阴影部分的面积是 ()

- A. $\frac{11}{2}xy$ B. $\frac{13}{2}xy$ C. $6xy$ D. $3xy$



3 题图

4. (2007年·北京) 把代数式 $ax^2 - 4ax + 4a$ 分解因式, 下列结果中正确的是 ()

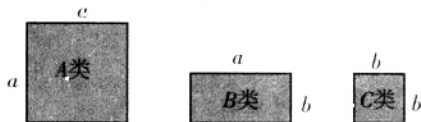
- A. $a(x-2)^2$ B. $a(x+2)^2$ C. $a(x-4)^2$ D. $a(x+2)(x-2)$

5. 若 $3 \times 27^n \times 81^n = 3^{36}$, 则 n 的值为 ()

- A. 3 B. 6 C. $\frac{35}{2}$ D. 5

6. (2007年·河北) 若 $a^2 + a = 0$, 则 $2a^2 + 2a + 2007$ 的值为 _____.

7. (2007年·乐山) 用图所示的正方形和长方形卡片若干张, 拼成一个长为 $2a + b$, 宽为 $a + b$ 的矩形, 需要 A 类卡片 _____ 张, B 类卡片 _____ 张, C 类卡片 _____ 张.



8. (2007年·滨州) 若 $-4x^a y + x^2 y^b = -3x^2 y$, 则 $a + b =$ _____.

9. 计算: $(-3x^2 y) \cdot (\frac{1}{3}xy^2) =$ _____.

10. 一个长方形的面积是 $(x^2 - 9)$ 平方米, 其长为 $(x + 3)$ 米, 用含有 x 的整式表示它的宽为 _____ 米.

11. (2007年·清流县) 先化简, 再求值: $a(a-1) - (a-1)(a+1)$, 其中 $a = \sqrt{2} + 1$.



能力拓展

12. 已知: $2 + \frac{2}{3} = 2^2 \times \frac{2}{3}$, $3 + \frac{3}{8} = 3^2 \times \frac{3}{8}$, $4 + \frac{4}{15} = 4^2 \times \frac{4}{15}$, $5 + \frac{5}{24} = 5^2 \times \frac{5}{24}$..., 若 $10 + \frac{b}{a} = 10^2 \times \frac{b}{a}$ 符合前面式子的规律, 则 $a + b =$ _____.

13. 已知 $a + b = 3$, $ab = 2$, 则 $a^2 + b^2$ 的值为 _____.

14. 已知 $25x^2 - 4(m+1)x + 36$ 是完全平方式, 则 m 的值为 _____.

15. 某市某学校的操场是一个长方形, 长为 $2xm$, 宽比长少 $5m$, 今年实施“阳光体育”行动以后, 学校为了扩大学生的活动场地, 让学生能更好进行体育活动, 将操场的长和宽都增加 $4m$.

(1) 操场原来的面积是多少 m^2 ?

(2) 操场面积增加后比原来多多少 m^2 ?

(3) 若 $x = 20 m$, 则操场面积增加后比原来多多少 m^2 ?

A. $x = -3$ B. $x = 3$ C. $x = -3$ 或 $x = 1$ D. $x = 3$ 或 $x = -1$

解析: 当分子等于零而分母不等于零时, 分式的值为零, 由 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 而分母 $|x| - 1 \neq 0$, $\therefore x = -3$.

答案: A

【典例2】已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4$, 则 $\frac{a - 3ab + b}{2a + 2b - 7ab} =$ _____.

解析: 由于本题无法直接求出 a, b 的值, 所以应对要求的代数式进行恒等变形, 将已知条件变形为与所求式子相联系的形式, 再进行整体代入求值.

解: 根据分式的基本性质, 得 $\frac{a+b}{ab} = 4, a+b = 4ab$.

原式 = $\frac{a+b-3ab}{2(a+b)-7ab} = \frac{4ab-3ab}{8ab-7ab} = 1$. (想一想还有其他的方法吗?)

【典例3】(2007年·宜宾)化简求值: $\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2-1}{x}$, 其中 $x = \sqrt{5}$.

解析: 此题学生易犯的典型错误为: (1) 计算问题; (2) 通分错; (3) 化简结果不对, 更有直接将 $x = \sqrt{5}$ 代入原式中运算的学生. 解此类题应做到简明扼要, 步骤详细, 计算精确. 答题时要抓住要点, 条理清晰.

解: 原式 = $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x} - \frac{1}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x} = \frac{x+1}{x} - \frac{x-1}{x} = \frac{2}{x}$

当 $x = \sqrt{5}$ 时, 原式 = $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$



基础训练

1. (2007年·无锡)化简分式 $\frac{b}{ab+b^2}$ 的结果为 ()

A. $\frac{1}{a+b}$ B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ C. $\frac{1}{a+b^2}$ D. $\frac{1}{ab+b}$

2. 使分式 $\frac{x}{x+2}$ 有意义的 x 取值范围是 ()

A. $x \neq 0$ B. $x \neq -2$ C. $x \neq -2$ 且 $x \neq 0$ D. x 为全体实数

3. (2007年·黄冈)下列运算中, 错误的是 ()

A. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc} (c \neq 0)$ B. $\frac{-a-b}{a+b} = -1$

C. $\frac{0.5a+b}{0.2a-0.3b} = \frac{5a+10b}{2a-3b}$ D. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{y-x}{y+x}$

4. (2007年·眉山)某种长途电话的收费方式如下: 接通电话的第一分钟收费 a 元, 之后的每一分钟收费 b 元. 如果某人打该长途电话被收费 8 元钱, 则此人打长途电话的时间是

A. $\frac{8-a}{b}$ 分钟 B. $\frac{8}{a+b}$ 分钟 C. $\frac{8-a+b}{b}$ 分钟 D. $\frac{8-a-b}{b}$ 分钟

5. (2008 年·泰安)分式方程 $\frac{x}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} = 1$ 的解是 ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. -2 C. $-\frac{5}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

6. (2007 年·北京)若分式 $\frac{2x-4}{x+1}$ 的值为 0, 则 x 的值为 _____.

7. 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{2}{x-1}$ 无意义.

8. (2007 年·宁波)计算 $\frac{4}{m+3} + \frac{m-1}{m+3} =$ _____.

9. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$ 时, 则代数式 $\frac{2x^2 - 14xy - 2y}{x - 2xy - y}$ 的值为 _____.

10. (2007 年·舟山)给定下面一系列分式: $\frac{x^3}{y}, -\frac{x^5}{y^2}, \frac{x^7}{y^3}, -\frac{x^9}{y^4}, \dots$, (其中 $x \neq 0$), 根据你发现的规律, 试写出给定的那列分式中的第 7 个分式 _____.



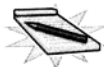
能力拓展

11. 解分式方程: $\frac{1}{x-3} = 2 + \frac{x}{3-x}$

12. (2007 年·绵阳)化简: $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)}$, 并指出 x 的取值范围.

13. (2007 年·宜宾)化简求值: $(a - \frac{a}{a+1}) \div \frac{a^2}{a^2-1}$, 其中 $a = \sqrt{2} + 1$

第四节 二次根式



考点精析

考点 1 二次根式的概念

形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫二次根式. 满足下列两个条件, 即被开方数的因数是整数, 因式是整式; 被开方数中不含有能开得尽方的因数或因式, 这样的二次根式叫做最简二次根式. 把几个二次根式化为最简二次根式以后, 如果被开方数相同, 那么这几个二次根式叫做同类二次根式.

考点 2 二次根式的相关性质

- (1) $\sqrt{a^2} \geq 0$ ($a \geq 0$);
 (2) $(\sqrt{a^2})^2 = a$ ($a \geq 0$);
 (3) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$);
 (4) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$); (5) $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a \leq 0) \end{cases}$

考点 3 二次根式的运算

- (1) 加、减运算: 先把每个二次根式化为最简二次根式, 然后再合并同类二次根式.
 (2) 乘、除运算: 注意运算结果中每一个二次根式都应是最简二次根式.



典例诠释

【典例1】填空题

(1) 函数 $y = \sqrt{3-x}$ 中自变量 x 的取值范围是_____. (2) 化简 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 为_____.

解析: (1) 对于 $\sqrt{a}$ 必须要求被开方数为非负数, $x \leq 3$. (2) 必须认真分析 a 的取值情况, 由题意 $a < 0$. 化简有两种方式, 一种把被开方的分母 a 化简到根号外面, 另一种是把根号外面的 a 化简到根号里面, 此时一定要注意根式的符号. 化简得 $-\sqrt{-a}$.

【典例2】选择题

(1) (2007年·无锡) 下面与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{8}$ D. $\sqrt{2}-1$

(2) (2007年·荆门) 下列计算错误的是 ()

- A. $\sqrt{14} \times \sqrt{7} = 7\sqrt{2}$ B. $\sqrt{60} \div \sqrt{5} = 2\sqrt{3}$
C. $\sqrt{9a} + \sqrt{25a} = 8\sqrt{a}$ D. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$

解析: (1) 一定要注意先化为最简二次根式以后再进行运算. 选 D.

(2) 是反向选择题, 必须认真审题, 通过排除作出选择. 选 D.

【典例3】计算: $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\sqrt{3}} - 1 =$ _____.

解析: 本题考察二次根式的化简. 二次根式的化简主要是运用二次根式的一些性质来化简的, 由于 $\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$, 所以 $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} - 1 = 1$.

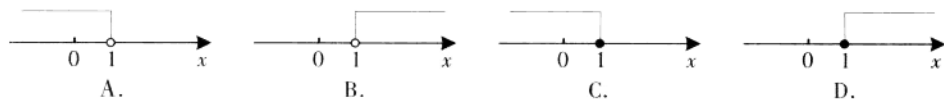


基础训练

1. (2007年·眉山) 下列二次根式中与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ C. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ D. $\sqrt{18}$

2. (2008·内江) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 的自变量 x 的取值范围在数轴上可表示为 ()



2 题图

3. (2007年·泸州) 给出下列计算或化简: (1) $(a^2)^4 = a^6$, (2) $(-3a)^3 = -27a^3$, (3) $2^{-2} = \frac{1}{4}$, (4) $\sqrt{a^2 - 2a} = -3a (a < 0)$ 其中正确的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. (2007年·济宁) 已知 $\sqrt{a+2} + |b-1| = 0$, 那么 $(a+b)^{2007}$ 的值为 ()

- A. -1 B. 1 C. 3^{2007} D. -3^{2007}

5. (2007 年·威海) 下列计算正确的是

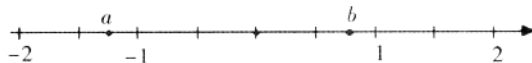
()

- A. $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$ B. $\sqrt{8} + \sqrt{2} = 4$
C. $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ D. $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1$

6. 若实数 x, y 满足 $\sqrt{x+2} + (y-\sqrt{3})^2 = 0$, 则 xy 的值是_____.

7. (2007 年·河池) 化简: $\frac{1}{2-\sqrt{3}} =$ _____.

8. 已知 a, b 的值如数轴所示



8 题图

化简 $\sqrt{(a+b)^2} - \sqrt{(a-b)^2} =$ _____.

9. (2007 年·黄冈) 计算: $(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2) =$ _____.

10. 若 $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}, b = \sqrt{3} - 2$, 则 $a + b =$ _____.

11. 计算:

$$(1) -3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} - |1 - \sqrt{3}| + \sqrt{27}.$$

$$(2) |-3| + 2\cos 45^\circ - (\sqrt{3} - 1)^0.$$



能力拓展

12. (2007 年·内江) 若 a, b 均为整数, 当 $x = \sqrt{3} - 1$ 时, 代数式 $x^2 + ax + b$ 的值为 0, 则 a^b 的算术平方根为_____.

13. 计算: $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2007} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{2008} =$ _____.

14. 已知: $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}, y = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, 求 $x^2 - 5xy + y^2$

15. 观察下列分母有理化的计算:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, \quad \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} = \sqrt{4}-\sqrt{3}, \quad \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \sqrt{5}-\sqrt{4}$$

从计算结果中找出规律, 并利用这一规律计算:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2002}+\sqrt{2001}} \right) \cdot (\sqrt{2002}+1)$$



第二章 方程(组)与不等式(组)

第一节 方程与方程组



考点精析

考点1 方程的有关概念

含有未知数的等式叫作方程.能使方程两边的值相等的未知数的值,叫做方程的解,只含有一个未知数的方程的解,也叫做根.求方程的解的过程叫做解方程.

考点2 一元一次方程

(1)只含有一个未知数,且未知数的次数是1的整式方程叫作一元一次方程,它的一般形式是:

$$ax + b = 0 \quad (\text{其中 } a, b \text{ 都是常数,且 } a \neq 0).$$

(2)移项:移项时,项要跨越等号(从等号的左边移到右边或从右边移到左边),同时改变符号.

(3)解一元一次方程的一般步骤:

去分母→去括号→移项→合并同类项→系数化为1.

考点3 二元一次方程(组)

(1)含有两个未知数,且未知数的次数都是1的整式方程,叫做二元一次方程.

(2)由几个方程所组成的一组方程叫作方程组.方程组里各个方程的公共解叫做这个方程组的解.求方程组的解的过程叫解方程组.

(3)二元一次方程组的解法.其基本思想是消元.其基本方法是代入消元法和加减消元法.

考点4 一元二次方程

(1)只含有一个未知数,且未知数的最高次数是2的整式方程叫做一元二次方程.它的一般形式为 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$),其中 ax^2, bx 分别叫做二次项,一次项; a, b, c 分别叫作二次项系数,一次项系数,常数项.

(2)一元二次方程的解法:其基本思想是降次.其常用方法:直接开平方法、配方法、因式分解法、公式法.

(3)一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 是常数,且 $a \neq 0$) 的根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$):

$\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 有两个不相等的实数根;

$\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 有两个相等的实数根;

$\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 没有实数根;

$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow$ 有实数根.

(4)一元二次方程的根与系数的关系(韦达定理):

若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的两根为 x_1, x_2 , 则

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

考点5 分式方程

(1)分母中含有未知数的方程叫做分式方程.

(2)分式方程的解法:其基本思想是将分式方程转化为整式方程,其方法是运用等式性质在方程两边同乘以最简公分母.解分式方程必须要验根.

考点6 列方程(组)解应用题

步骤:①审清题意;②找出等量关系;③设出直(间)接未知数;④列出方程(组);⑤解方程(组);⑥验方程(组)的根;⑦答出完整的语句.



典例诠释

【典例1】关于 x 的方程 $k^2x^2 + (2k-1)x + 1 = 0$ 有实数根,则 k 的取值范围是 ()

- A. $k \leq \frac{1}{4}$ B. $k \leq \frac{1}{4}$ 或 $k \neq 0$ C. $k < \frac{1}{4}$ D. $k \geq \frac{1}{4}$

解析:(1)当 $k=0$ 时,方程有实数根1.

(2)当 $k \neq 0$ 时, $\Delta = (2k-1)^2 - 4k^2 = -4k + 1 \geq 0, \therefore k \leq \frac{1}{4}$. 所以选 A

若此题加上条件“一元二次方程”就应 $k \leq \frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

【典例2】若分式方程 $\frac{6}{(x+1)(x-1)} - \frac{m}{x-1} = 1$ 有增根,则它的增根是 ()

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1

解析:方程两边同时乘以 $(x+1)(x-1)$, 得 $x^2 + m(x+1) - 7 = 0$, 当 $x=1$ 时, $m=3$; 当 $x=-1$ 时, m 无解.

所以 $x=1$ 是分式方程的增根. 选 B

【典例3】解方程

(1)(2007年·成都)解方程: $\frac{3}{x-1} + \frac{2x}{x+1} = 2$.

解析:解分式方程通常用的方法都是去分母法,即在方程的两边同乘以最简公分母,将分式方程转化为整式方程来解.

解:去分母,得

$$3(x+1) + 2x(x-1) = 2(x-1)(x+1)$$

去括号,得 $3x+3+2x^2-2x=2x^2-2$.

解得 $x=-5$

经检验 $x = -5$ 是原方程的解.

∴ 原方程的解是 $x = -5$.

注意:①用去分母法解分式方程时,要注意方程两边各项都乘以最简公分母,不要漏乘;②解分式方程必须验根,此步骤必不可少.

基础训练

- (2007年·滨州)关于 x 的一元二次方程 $(m+1)x^{m^2+1} + 4x + 2 = 0$ 的解为 ()
A. $x_1 = 1, x_2 = -1$ B. $x_1 = x_2 = 1$ C. $x_1 = x_2 = -1$ D. 无解
- (2008年·上海)如果 $x = 2$ 是方程 $\frac{1}{2}x + a = -1$ 的根,那么 a 的值是 ()
A. 0 B. 2 C. -2 D. -6
- (2007年·广州)以 $\begin{cases} x = 1, \\ y = -1 \end{cases}$ 为解的二元一次方程组是 ()
A. $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = -2 \end{cases}$
- (2007年·潍坊)关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 5x + p^2 - 2p + 5 = 0$ 的一个根为 1,则实数 p 的值是 ()
A. 4 B. 0 或 2 C. 1 D. -1
- (2007年·梅州)圆心距为 6 的两圆相外切,则以这两个圆的半径为根的一元二次方程是 ()
A. $x^2 - 6x + 10 = 0$ B. $x^2 - 6x + 1 = 0$ C. $x^2 - 5x + 6 = 0$ D. $x^2 + 6x + 9 = 0$
- (2007年·宜宾)某班共有学生 49 人.一天,该班某男生因事请假,当天的男生人数恰为女生人数的一半.若设该班男生人数为 x ,女生人数为 y ,则下列方程组中,能正确计算出 x, y 的是 ()
A. $\begin{cases} x - y = 49 \\ y = 2(x + 1) \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y = 49 \\ y = 2(x + 1) \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - y = 49 \\ y = 2(x - 1) \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 49 \\ y = 2(x - 1) \end{cases}$
- (2006年·宜宾)“五一”期间,一批初三同学包租一辆面包车前去竹海游览,面包车的租金为 300 元.出发时,又增加了 4 名同学,且租金不变,这样每个同学比原来少分摊了 20 元车费.若设参加游览的同学一共有 x 人,为求 x ,可列方程为 ()
A. $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+4} = 20$ B. $\frac{300}{x+4} - \frac{300}{x} = 20$ C. $\frac{300}{x} - \frac{300}{x-4} = 20$ D. $\frac{300}{x-4} - \frac{300}{x} = 20$
- (2007年·旅顺)一元二次方程 $3x^2 = 2x$ 的根是_____.
- (2007年·淮安)写出一个两实数根符号相反的一元二次方程:_____.
- 已知实数 x 满足 $4x^2 - 4x + 1 = 0$,则代数式 $2x + \frac{1}{2x}$ 的值为_____.
- 已知关于 x 的一元二次方程 $(k+1)x^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相同的实数根,则 k 的取值范围是_____.
- 解方程(组):
(1) $x^2 + 4x - 1 = 0$; (2) $\frac{1}{6x-2} = \frac{1}{2} - \frac{2}{1-3x}$; (3) $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 3x - 5y = 11. \end{cases}$