

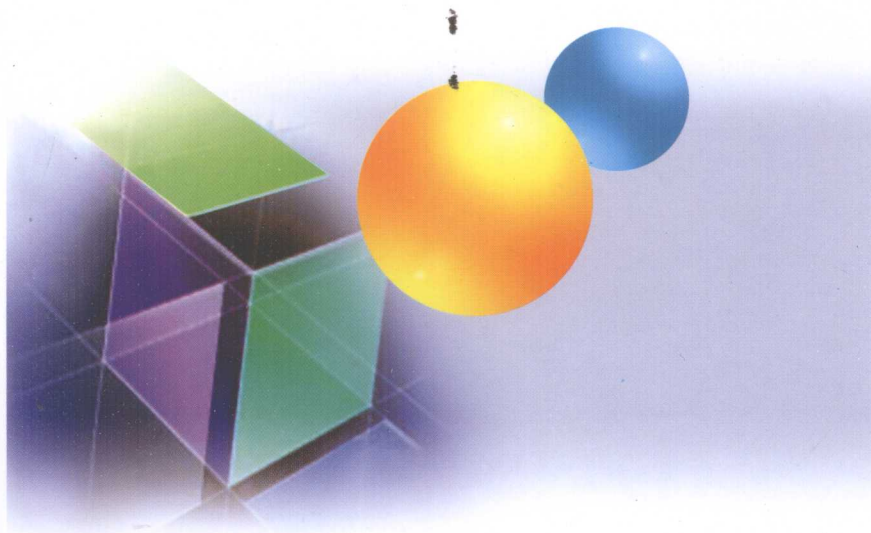


军队院校士官数学系列通用教材(中专版)

数学学习指导

Mathematics Learning Guide

■ 主编 朱志富 杜春彦



国防工业出版社
National Defense Industry Press

军队院校士官数学系列通用教材（中专版）

数 学 学 习 指 导

主编 朱志富 杜春彦



国防工业出版社

National Defense Industry Press

内 容 简 介

本指导书是为了适应士官教学的需求,在军队院校数学联席会的组织策划下编写而成的。指导书体例新颖,着力概念理解,内容丰富,题型全面。每章分为教学基本要求、典型题型分析、习题全解、同步测试题等四个模块。撰写了学习概念和计算过程中容易发生的错误,以求加深对概念的理解和计算方法的掌握;介绍了各章可能出现的主要题型及其基本解题方法;帮助大家掌握解题方法,对教材中的全部习题都作了解答。

本书是士官中专数学的同步教学指导书,它的使用将对军校士官的数学学习起到积极的促进作用。

图书在版编目(CIP)数据

数学学习指导/朱志富,杜春彦主编. —北京:国防工业出版社,2009.7

(军队院校士官数学系列通用教材. 中专版)

ISBN 978-7-118-06407-0

I. 数... II. ①朱... ②杜... III. 数学课—专业学校—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 116346 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710×960 1/16 印张 17 1/4 字数 313 千字

2009 年 7 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—8000 册 定价 30.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

军队院校士官数学系列通用教材 中专数学学习指导

编委会名单

主编	朱志富	杜春彦		
编者	王品	王运行	生汉芳	严斌辉
	李璞	李彦明	邱华	吴忠
	胡江安	蒋彦	韩黎明	褚仁华
	廖毕文	魏春霞		
主审	侯云畅			

军队院校士官数学系列通用教材 中专数学学习指导

参加编写院校名单

主编院校

重庆通信学院

空军第一航空学院

参编院校 (以编者姓氏笔画为序)

陆军航空兵学院

第二炮兵青州士官学校

海军航空工程学院青岛分院

空军雷达学院

武警石家庄指挥学院

空军工程大学

海军潜艇学院

装备指挥技术学院

军事经济学院襄樊分院

西安通信学院

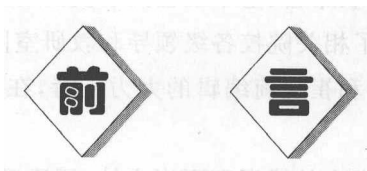
装甲兵技术学院

海军蚌埠士官学校

武汉军械士官学校

空军大连通信通信士官学校

主审单位 军队院校数学联席会



数学课程是军队院校学员不可或缺的重要基础理论课,对提高数学素养、文化素质和培养创新思维能力,具有其他学科所不能替代的作用。为了加强军事职业教育,提高士官数学教学质量,在军队院校数学联席会的具体组织策划下,编写了军队院校士官数学系列通用教材,得到了广大教、学员的支持和认同,同时,他们要求能有与之相应的学习指导书和电子教案。为了满足大家的需求,数学联席会组织了相关教师进行了认真的研究,达成了共识,编写和制作了与士官数学系列通用教材相配套的大专《高等数学学习指导》、《高等数学电子教案》,中专《数学学习指导》、《数学电子教案》。指导书体例新颖,着力概念理解,内容丰富,题型全面。相信该套学习指导书,将对于军校士官的数学学习起到积极的促进作用。

指导书按通用教材的各章撰写,每章分四个模块:

(1) 教学基本要求 了解总参谋部要求达到的教学目标。概念、理论分为“理解”、“了解”;方法、运算分为“掌握”、“会”两个不同层次。

(2) 典型题型分析 介绍了各章可能出现的主要题型及其基本解题方法,并且指出其应该注意的问题。

(3) 习题全解 为了帮助大家掌握解题方法,克服解题中遇到的困难,对教材中的全部习题都作了解答。希望大家在解题之前,首先要认真思考,最好能独立完成作业;当思考再三,仍不能解决时,才看此习题全解,搞清解题方法,找出自己解不出的症结所在,这样才能起到理解概念,掌握方法,举一反三的功效。千万不能看着习题全解作题,甚至照抄题解了事,这样就背离了编写指导书的初衷。

(4) 同步测试题和参考答案或提示 供大家检查学习质量之用。

本书主编为朱志富,杜春彦。

编者(以姓氏笔画为序)为生汉芳,李彦明,邱华,胡江安,韩黎明,魏春霞。

全书由军队院校数学联席会、空军工程大学侯云畅主审并统稿。

在编写过程中,得到了相关院校各级领导和教研室同仁的支持和帮助,还得到了国防工业出版社领导和崔晓莉编辑的大力支持,在此谨向他们致以衷心的感谢。

由于编者水平所限,书中的错误和不当之处,请读者不吝指正。

编者

2009年5月



第一章 预备知识

一、教学基本要求 / 1

二、典型题型分析 / 1

1. 代数式的运算 / 1
2. 因式分解 / 4
3. 分式的加减乘除 / 6
4. 解一元二次方程及其相关知识 / 7
5. 解方程组 / 9
6. 解不等式、不等式组 / 11
7. 指数与对数运算 / 14

三、习题全解 / 15

- 习题 1-1 / 15 习题 1-2 / 17 习题 1-3 / 20 习题 1-4 / 23
复习题一 / 25

四、同步测试题及参考答案 / 30

第二章 集合与函数

一、教学基本要求 / 34

二、典型题型分析 / 34

1. 求函数的定义域 / 34
2. 求函数值 / 36
3. 求函数的值域 / 36
4. 求函数的反函数 / 37
5. 判断函数的奇偶性 / 39

- 6. 解指数函数相关命题的方法 / 40
- 7. 解对数函数相关命题的方法 / 41
- 8. 函数的复合 / 42
- 三、习题全解 / 43
 - 习题 2-1 / 43 习题 2-2 / 44 习题 2-3 / 44 习题 2-4 / 47
 - 习题 2-5 / 49 复习题二 / 51
- 四、同步测试题及参考答案 / 56

第三章 三角函数

- 一、教学基本要求 / 61
- 二、典型题型分析 / 61
 - 1. 终边相同角的表示 / 61
 - 2. 角度与弧度的互化 / 62
 - 3. 象限角的判定 / 63
 - 4. 任意角三角函数定义的应用 / 64
 - 5. 同角三角函数的基本关系式的应用 / 65
 - 6. 诱导公式的应用 / 70
 - 7. 两角和与差的正弦、余弦公式的应用 / 72
 - 8. 求三角函数的值 / 74
 - 9. 求含有三角函数的表达式的定义域和值域 / 75
 - 10. 求三角函数的单调区间 / 77
 - 11. 判定含有三角函数的表达式的奇偶性 / 78
 - 12. $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像、五点作图法及其应用 / 79
- 三、习题全解 / 81
 - 习题 3-1 / 81 习题 3-2 / 82 习题 3-3 / 84 习题 3-4 / 85
 - 习题 3-5 / 87 习题 3-6 / 89 习题 3-7 / 92 复习题三 / 93
- 四、同步测试题及参考答案 / 97

第四章 平面解析几何

- 一、教学基本要求 / 102
- 二、典型题型分析 / 102
 - 1. 向量的概念 / 102

- 2. 向量的运算 / 103
- 3. 建立直线的方程 / 106
- 4. 由直线方程确定其相关参数及确定两直线的位置关系 / 109
- 5. 求点到直线的距离 / 111
- 6. 建立圆的方程和根据圆的方程确定其相关参数 / 112
- 7. 建立椭圆的方程和根据椭圆方程确定其相关参数 / 116
- 8. 建立双曲线的方程和根据双曲线方程确定其相关参数 / 119
- 9. 建立抛物线的方程和根据抛物线方程确定其相关参数 / 120
- 三、习题全解 / 123
 - 习题 4-1 / 123 习题 4-2 / 124 习题 4-3 / 125
 - 习题 4-4 / 126 习题 4-5 / 128 复习题四 / 131
- 四、同步测试题及参考答案 / 135

第五章 复数

- 一、教学基本要求 / 140
- 二、典型题型分析 / 140
 - 1. 复数的概念 / 140
 - 2. 复数的几何表示 / 141
 - 3. 复数的四则运算 / 142
 - 4. 复数的三角形式 / 142
 - 5. 复数三角形式的乘除运算 / 143
 - 6. 复数化为指数形式 / 144
 - 7. 复数的开方运算 / 145
 - 8. 有关复数的一些综合应用题 / 145
- 三、习题全解 / 147
 - 习题 5-1 / 147 习题 5-2 / 148 习题 5-3 / 150
 - 习题 5-4 / 153 复习题五 / 155
- 四、同步测试题及参考答案 / 158

第六章 数列

- 一、教学基本要求 / 162
- 二、典型题型分析 / 162

1. 求数列的通项公式 / 162
2. 判断或证明数列是否为等差数列 / 164
3. 等差数列的通项公式的应用 / 164
4. 等差中项公式的应用 / 165
5. 等差数列前 n 项和公式的应用 / 166
6. 判定数列是否是等比数列 / 166
7. 等比数列通项公式的应用 / 167
8. 等比中项公式的应用 / 167
9. 等比数列前 n 项和公式的应用 / 168
10. 与等差、等比数列相关的问题 / 169

三、习题全解 / 169

习题 6-1 / 169 习题 6-2 / 171 习题 6-3 / 172 复习题六 / 173

四、同步测试题及参考答案 / 177

第七章 极限

一、教学基本要求 / 181

二、典型题型分析 / 181

1. 利用数列的极限将循环小数化为分数 / 181
2. 利用极限的四则运算法则求极限 / 182
- * 3. 利用重要极限求极限 / 184
4. 利用无穷小性质及无穷大与无穷小的关系、* 无穷小替换求极限 / 185
5. 利用初等函数的连续性求极限 / 186
- * 6. 判定函数极限是否存在 / 187
7. 判定函数在某点是否连续 / 188
- * 8. 讨论方程根的存在性 / 189

三、习题全解 / 189

习题 7-1 / 189 习题 7-2 / 192 习题 7-3 / 194

习题 7-4 / 195 复习题七 / 196

四、同步测试题及参考答案 / 200

第八章 导数与微分及其应用

一、教学基本要求 / 203

二、典型题型分析 / 203

1. 导数定义表示式的准确理解和应用 / 203
2. 导数几何意义的应用 / 204
3. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 导数值的求法 / 205
4. 判定函数在某点是否可导 / 205
5. 使用四则运算求导法则的技巧 / 206
6. 复合函数的求导法则 / 207
7. 求函数的高阶导数 / 207
8. 求函数的微分 / 208
- * 9. 用洛必达法则求未定式的极限 / 209
10. 求函数的单调区间 / 209
- * 11. 利用函数单调性证明不等式 / 210
12. 函数极值的求法 / 210
13. 函数最值在解决实际问题中的应用 / 211

三、习题全解 / 212

- 习题 8-1 / 212 习题 8-2 / 213 习题 8-3 / 214
习题 8-4 / 215 习题 8-5 / 216 习题 8-6 / 216
习题 8-7 / 217 复习题八 / 221

四、同步测试题及参考答案 / 226

第九章 定积分与不定积分及其应用

一、教学基本要求 / 229

二、典型题型分析 / 229

1. 估计定积分的值 / 229
- * 2. 用定积分定义求定积分的值 / 230
3. 求已知函数的原函数 / 231
4. 用直接积分法求不定积分 / 231
- * 5. 用第一换元积分法(凑微分法)求积分 / 232
- * 6. 用第二换元法求积分 / 233
- * 7. 利用分部积分法求积分 / 235
8. 定积分在几何上的应用 / 237
9. 可分离变量方程 / 238
10. 一阶线性微分方程 / 239

三、习题全解 / 240

习题 9-1 / 240 习题 9-2 / 241 习题 9-3 / 242

习题 9-4-1 / 243 习题 9-4-2 / 244 习题 9-5 / 246

习题 9-6 / 249 复习题九 / 251

四、同步测试题及参考答案 / 257

附录

2007 年士官中专《数学》教学质量评价抽测题及参考答案 / 262

模拟士官中专《数学》教学质量评价抽测题及参考答案 / 265

参考文献 / 271

一、教学基本要求

1. 了解代数式的概念;会代数式的简单运算;会对多项式因式分解.
 2. 会用公式法和十字相乘法解一元二次方程;会解二(三)元一次方程组.
 3. 了解不等式的基本性质;会解一元一次不等式(组)、一元二次不等式、简单的分式不等式和绝对值不等式.
 4. 了解指数、对数的概念和性质;掌握简单有理指数幂和对数的运算法则.
- 重点:**解不等式;有理指数幂和对数的运算法则.
- 难点:**解不等式.

二、典型题型分析



1. 代数式的运算

代数式的运算包括列代数式;求代数式的值;整式、单项式、多项式之间的乘除运算等.

1) 列代数式

解法提示 (1)认真审题,仔细分析问题中基本术语的含义,如和、差、积、商、大、小、多、少、几倍、几分之几、增加、增加到、减少、减少到、扩大、缩小、除、除以等;(2)注意运算顺序,一般来说,先读的先写,后读的后写.

例 1 用代数式表示下列各题.

- (1) a, b 两数的平方和;(2) a, b 两数的和的平方;

(3) a, b 两数的平方差; (4) a, b 两数的差的平方.

解 (1) $a^2 + b^2$; (2) $(a+b)^2$; (3) $a^2 - b^2$; (4) $(a-b)^2$.

例 2 设甲数为 x , 用代数式表示下列乙数.

(1) 乙数比甲数小 50; (2) 乙数比甲数的 3 倍大 2;

(3) 乙数比甲数的 $\frac{4}{5}$ 小 1; (4) 乙数比甲数大 80%.

解 (1) $x-50$; (2) $3x+2$; (3) $\frac{4}{5}x-1$; (4) $x+x \cdot 80\%$.

注意: 代数式中出现的乘号, 通常写成“ $\cdot$ ”, 或者省略不写.

2) 求代数式的值

解法提示 求代数式的值, 即将字母表示的数代入代数式, 然后依确定的运算顺序进行运算而得其值.

例 3 根据下列条件, 求代数式 $-\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$ 的值.

(1) $x = -2$; (2) $x = -\frac{1}{3}$.

分析 由于字母的值是负数或分数, 在代入求值时, 应主动地添加括号, 以保证运算顺序的正确.

解 (1) $x = -2$ 时, $-\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 4$
 $= -\frac{1}{2} \times 4 + 6 + 4 = 8;$

(2) $x = -\frac{1}{3}$ 时, $-\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = -\frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 4$
 $= -\frac{1}{2} \times \frac{1}{9} + 1 + 4 = -\frac{1}{18} + 5 = 4\frac{17}{18}.$

3) 整式的加减

解法提示 整式加减的实质就是合并同类项, 在运算中, 如果遇到括号, 就要运用去括号法则, 去掉括号后再合并同类项, 直到算式中没有同类项, 即得运算结果.

(1) 合并同类项法则: 同类项的系数相加, 所得的结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(2) 去括号法则: 括号前是“+”, 把括号和它前面的“+”去掉, 括号里各项都不改变符号; 括号前是“-”, 把括号和它前面的“-”去掉, 括号里各项都改变符号.

例 4 化简 $(4a^2 - 3a^4 + 7 - 6a) - (10 + a^2 - 5a)$.

解 原式 $= 4a^2 - 3a^4 + 7 - 6a - 10 - a^2 + 5a = -3a^4 + 3a^2 - a - 3$.

例 5 计算 $8a^2 - \{5a^2 + [10b^2 - (3a^2 - 7b^2)] - 3b^2\} - (a^2 - b^2)$.

解 原式 $= 8a^2 - \{5a^2 + [10b^2 - 3a^2 + 7b^2] - 3b^2\} - (a^2 - b^2)$
 $= 8a^2 - \{5a^2 + [17b^2 - 3a^2] - 3b^2\} - (a^2 - b^2)$
 $= 8a^2 - \{5a^2 + 17b^2 - 3a^2 - 3b^2\} - (a^2 - b^2)$
 $= 8a^2 - \{2a^2 + 14b^2\} - (a^2 - b^2)$
 $= 8a^2 - 2a^2 - 14b^2 - a^2 + b^2$
 $= 5a^2 - 13b^2$.

4) 单项式乘法

解法提示 单项式乘法,利用乘法的交换律和结合律,系数相乘作为积的系数,相同字母的指数利用同底数幂的乘法法则,将其和作为积中该字母的指数;只在一个单项式里含有的字母,则连同它的指数作为积的一个因式.

例 6 计算 $4x^2y \cdot (-3xy^3) \cdot 2z^5$.

解 $4x^2y \cdot (-3xy^3) \cdot 2z^5 = 4 \cdot (-3) \cdot 2x^{2+1}y^{1+3}z^5 = -24x^3y^4z^5$.

5) 单项式与多项式的乘积

解法提示 单项式与多项式相乘就是用单项式去乘多项式的每一项,再把所得的积相加,最后结果一般按某一字母的降幂或升幂排列.注意单项式与多项式相乘的积仍是一个多项式,而且积的项数与乘式中的多项式的项数相同,在运算过程中不要漏乘造成漏项.

例 7 计算 $5a^2b^3(2ab^3 - 3a^2b^2 - 4a^3b)$.

解 $5a^2b^3(2ab^3 - 3a^2b^2 - 4a^3b)$
 $= 5a^2b^3 \cdot 2ab^3 - 5a^2b^3 \cdot 3a^2b^2 - 5a^2b^3 \cdot 4a^3b$
 $= 10a^3b^6 - 15a^4b^5 - 20a^5b^4$.

6) 多项式与多项式的乘积

解法提示 多项式乘多项式的法则是由单项式乘以多项式的法则推导而得,两个多项式相乘首先把其中一个多项式看作单项式相乘,然后再次利用单项式乘多项式即可得出结果.例如 $(a+b)(c+d)$ 首先将 $(a+b)$ 看成单项式相乘得 $(a+b)c + (a+b)d$,再将所得的每一项利用单项式乘多项式即得结果 $ac + bc + ad + bd$.

例 8 计算 $(3a - 4b)(5a^2 - 6ab + 7b^2)$.

解 $(3a - 4b)(5a^2 - 6ab + 7b^2)$

$$\begin{aligned}
 &= 3a \cdot 5a^2 - 3a \cdot 6ab + 3a \cdot 7b^2 - 4b \cdot 5a^2 + 4b \cdot 6ab - 4b \cdot 7b^2 \\
 &= 15a^3 - 18a^2b + 21ab^2 - 20a^2b + 24ab^2 - 28b^3 \\
 &= 15a^3 - 38a^2b + 45ab^2 - 28b^3.
 \end{aligned}$$

7) 运用乘法公式计算整式的乘积

解法提示 常用的乘法公式有(1) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$; (2) $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$; (3) $(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$. 注意,在公式中的 a 和 b 可以是具体的数,也可以是单项式或多项式.

例 9 计算(1) $(x-4)(x^2+16)(x+4)$; (2) $(-3a+2b)^2$.

解 (1) $(x-4)(x^2+16)(x+4)=(x^2-16)(x^2+16)=x^4-256$.

(2) $(-3a+2b)^2=(3a-2b)^2=9a^2-12ab+4b^2$.

8) 单项式除以单项式

解法提示 将被除式与除式里的系数相除得商的系数,同字母的指数相减得商式中该字母的指数,只在被除式里含有的字母,则连同它的指数一起作为商的一个因式,只在除式里含有的字母,其指数变号后作为商的一个因式. 单项式除以单项式的实质是有理数的除法和同底数的幂的除法的结合,单项式除以单项式的结果仍是单项式.

例 10 计算 $8a^4b^5c^2 \div \left(-\frac{2}{3}a^3b^5d^6\right)$.

解 $8a^4b^5c^2 \div \left(-\frac{2}{3}a^3b^5d^6\right) = 8 \div \left(-\frac{2}{3}\right) a^{4-3} b^{5-5} c^2 d^{-6} = -12ac^2d^{-6}$.

9) 多项式除以单项式

解法提示 多项式除以单项式,就是用这个多项式的每一项分别除以单项式,再将所得的商相加. 多项式除以单项式的实质是把它转化为单项式除以单项式的运算. 多项式除以单项式的结果仍是多项式,且该多项式的项数与被除式的项数应相同.

例 11 计算 $(10a^6-6a^5+5a^4-4a^3+3a^2) \div (-12a^2)$.

解 $(10a^6-6a^5+5a^4-4a^3+3a^2) \div (-12a^2)$
 $= -\frac{5}{6}a^4 + \frac{1}{2}a^3 - \frac{5}{12}a^2 + \frac{1}{3}a - \frac{1}{4}$.



2. 因式分解

因式分解的方法很多,常用的有提取公因式法、公式法、十字相乘法、分组分解法等.