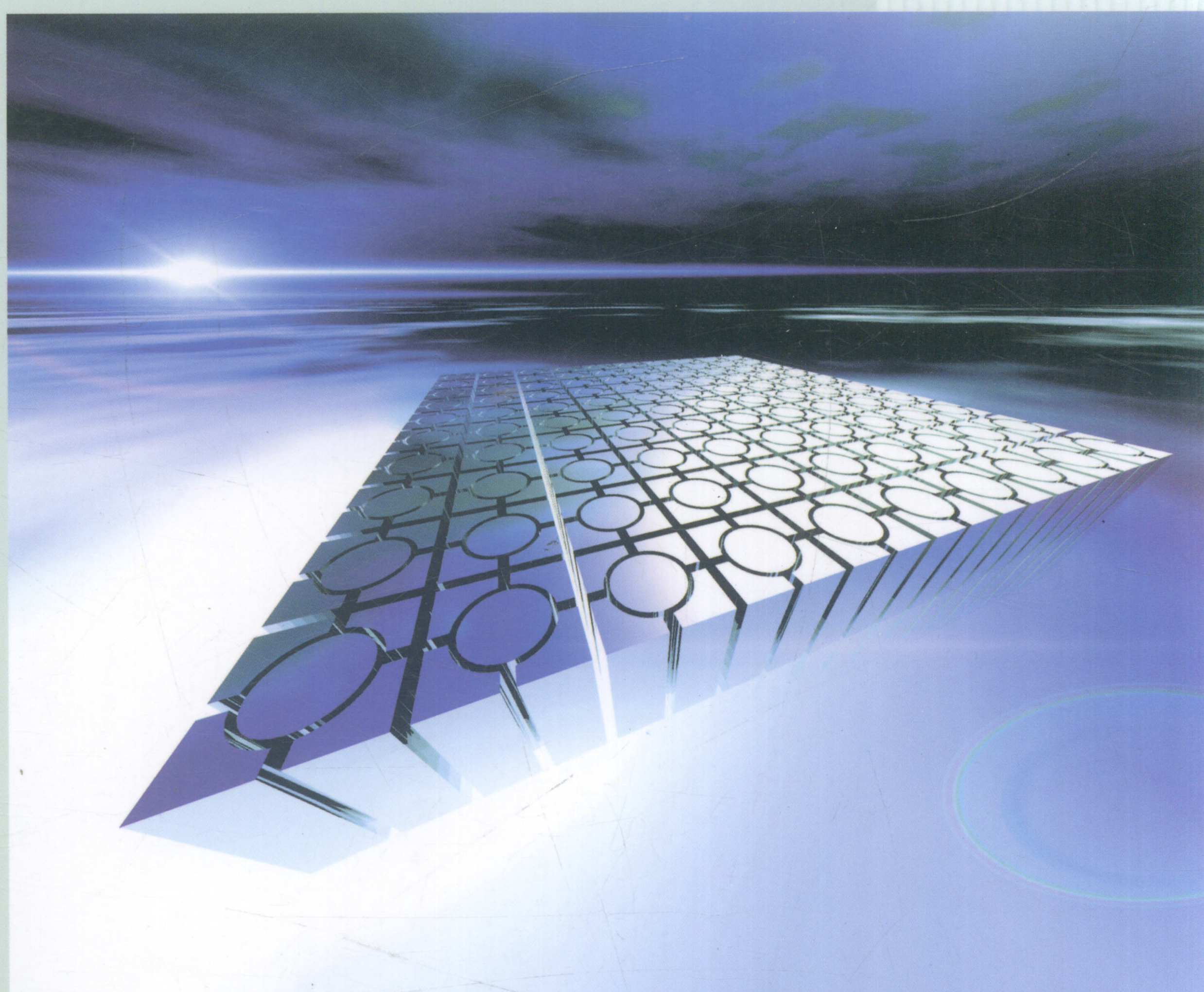
山西省中等职业技术学校通用教材

SHUXUE

数学

（第二册）

山西省中等职业技术学校通用教材编写组 编



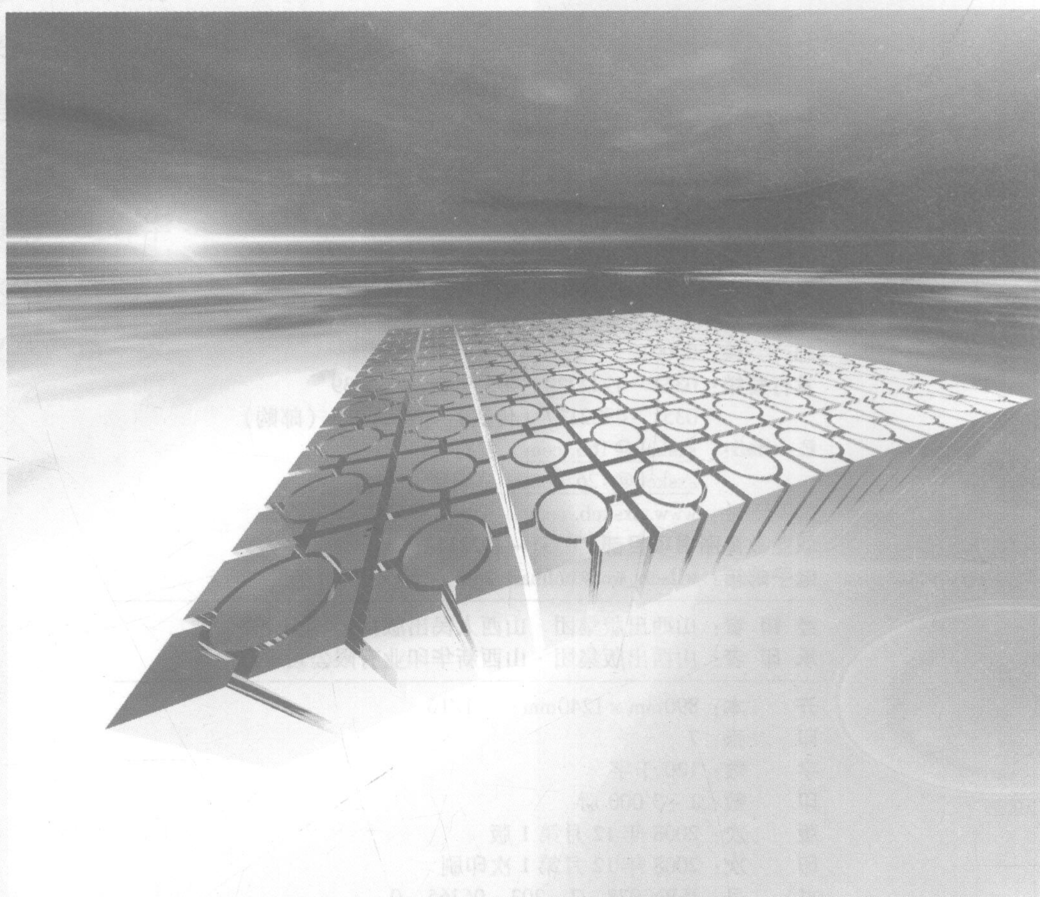
山西出版集团 山西人民出版社

山西省中等职业技术学校通用教材

数学

（第二册）

山西省中等职业技术学校通用教材编写组



山西出版集团　山西人民出版社

图书在版编目（CIP）数据

数学．第二册／《山西省中等职业技术学校通用教材》编写组编．—太原：山西人民出版社，2008.12
山西省中等职业技术学校通用教材
ISBN 978－7－203－06365－0

Ⅰ.数… Ⅱ.山… Ⅲ.数学课－专业学校－教材
Ⅳ.G 634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 211839 号

数学　第二册

编　　者：《山西省中等职业技术学校通用教材》编写组
责任编辑：樊　中
装帧设计：赵　源

出 版 者：山西出版集团·山西人民出版社
地　　址：太原市建设南路 21 号
邮　　编：030012
发行营销：0351－4922220　4955996　4956039
0351－4922127（传真）　4956038（邮购）
E－mail：sxskcb@163.com　发行部
sxskcb@126.com　总编室
网　　址：www.sxskcb.com
职业教育图书项目部：0351－4922114
电子邮箱：wilson_wo@hotmail.com

经 销 者：山西出版集团·山西人民出版社
承 印 者：山西出版集团·山西新华印业有限公司

开　　本：890mm×1240mm　1/16
印　　张：7
字　　数：120 千字
印　　数：1－3 000 册
版　　次：2008 年 12 月第 1 版
印　　次：2008 年 12 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN 978－7－203－06365－0
定　　价：12.00 元

山西省中等职业技术学校通用教材
编写委员会

本册编写组

组　　长：崔建国
主　　编：张文军
编　　者：（以姓氏笔画为序）
孙丽静
任慧琴
李宝云
张文军
苏巧艳
崔建国

编写说明

进入新世纪以来，随着我国经济、社会改革的不断深入，社会越来越需要大批经过职业培训的中、初级专业技术人才；而大力发展职业教育作为国家的战略重点之一，对中等职业教育的各个方面提出了更高的要求．为了适应“以服务为宗旨，以就业为导向”的职业教育办学方向，培养实用型、技能型人才，体现新的职业教育教学理念和实用性强的职业教育特色，我们编写了这套以中等职业学校学生为教学对象的、具有职业教育特点的教材，供广大中职学校师生使用．

这套教材编写依据教育部制定的《中等职业教育人才培养目标及规格》和《中等职业教育数学课程大纲》，在进行广泛教学调研的基础上，遵循“基础性、实用性、通俗性”原则，力求使这套教材更加贴近中职学生，成为学生学习专业知识和职业技能的助手和工具．

这套教材采用章节式体系，在每一节中设有“观察思考”、“概念定义”、“温情贴士”、“例题解析”、“课堂练习”等栏目，对教学内容进行归类，以便学生更容易把握知识结构和内涵；在每一章的结尾通过“轶事阅读”栏目增强学生对数学发展史的认识，引导学生学习数学家的可贵精神和优秀品质．在内容上去繁取简，去难存易，重基础，多应用，既保持了知识体系的完整，又兼

顾到职业教育的特点，为学生今后的就业或进一步深造打下良好的基础.

这套教材共四册，第一册、第二册供一年级使用，第三册、第四册供二年级使用.

这套教材的编者都是长期从事职业教育数学教学的骨干教师，是在总结多年教学实践经验的基础上编写的.

由于编写时间紧迫，经验不足，水平有限，书中难免有不足及疏漏之处，恳请广大师生和读者批评指正.

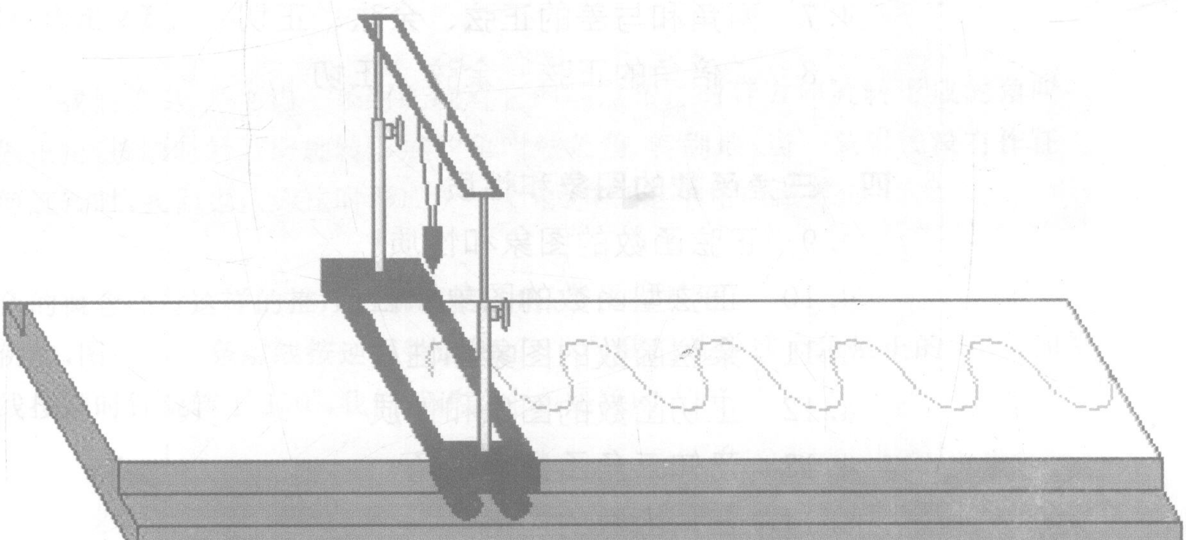
编 者

2008 年 11 月

目 录

第四章　三角函数

三角函数是中学数学的重要内容之一，它在高等数学、物理学、天文学、航海、航空及其他各种应用技术学科中都有广泛的应用. 因此，三角函数既是解决生产实际问题的工具，又是学习中学数学后继内容和高等数学的基础.



一　角的概念的推广

4.1　角的概念的推广

【观察思考】

初中所学的角的概念有两种：

1. 平面内从一个点出发引出的两条射线构成的几何图形．

2. 平面内一条射线绕着它的端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形就形成了角．旋转开始时的射线叫做角的始边，旋转终止时的射线叫做角的终边，射线的端点叫做角的顶点．

可以看到以上两种角的概念的共同点是：角的范围都在[0°，360°]内．

那么跳水运动员向内或向外转体两周半所形成的角是多少度？

显然以上两种角的概念都无法得到结论，因此我们根据旋转方向的不同和旋转量的大小把角的概念进行了推广．

【概念定义】

我们规定，平面内一条射线绕着它的端点按逆时针方向旋转形成的角叫做正角，按顺时针方向旋转形成的角叫做负角．特别地，当一条射线没有作任何旋转时，我们也认为这时形成了一个角，并把这个角叫做零角．

角的概念经过这样的推广后就包括正角、负角和零角．

例如，图 4-1，一条射线按逆时针旋转了 150°，我们就说这个角是正的 150°；如果一条射线按顺时针旋转了 150°，我们就说这个角是负的 150°．

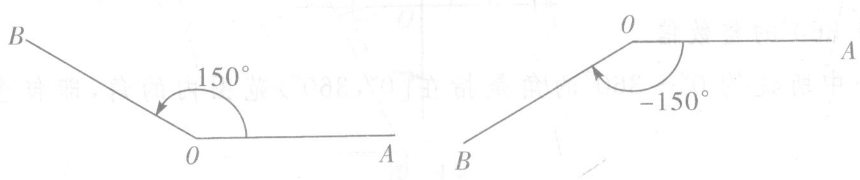


图　4-1

一条射线绕着它的端点旋转，旋转量超过一个周角时，这个角的大小的绝对值就超过了 360°，这样就可以形成任意大小的角．

今后我们常在平面直角坐标系中来讨论角，通常使角的顶点与坐标原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合，它的终边落在第几象限，就叫做第几象限的角，如果角的终边落在坐标轴上，就认为这个角不属于任何象限．

例如：$30°$、$390°$、$-330°$是第一象限角；$120°$、$135°$是第二象限角；$210°$、$-120°$是第三象限角；$300°$、$-60°$是第四象限角.

观察角 $30°$、$390°$、$-330°$，如图 4-2.

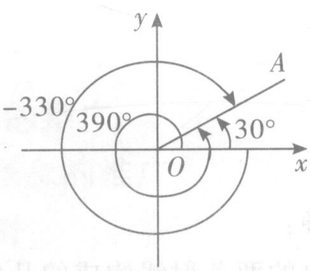


图 4-2

可以发现它们在直角坐标系中的终边相同，而且它们相差 $360°$ 的整数倍：

$$30°=0\times360°+30°,$$

$$390°=1\times360°+30°,$$

$$-330°=-1\times360°+30°.$$

所以，所有与 $30°$角终边相同的角都可以用一个集合来表示：

$$S=\{\beta\mid\beta=k\cdot360°+30°,k\in\mathbf{Z}\}.$$

推广到一般情况：

所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可以构成一个集合：

$$S=\{\beta\mid\beta=k\cdot360°+\alpha,k\in\mathbf{Z}\},$$

即任何一个与角 α 终边相同的角，都可以表示成角 α 与整数倍个周角的和.

【温情贴士】

(1)k 是任意整数.

(2)α 是任意大小的角，而不局限在$[0°,360°]$.

(3)相等的角，终边一定相同；角的终边相同，角不一定相等. 终边相同的角有无数个，它们相差 $360°$的整数倍.

(4)本书中所说的 $0°\sim360°$ 的角是指在$[0°,360°)$范围内的角，即包含 $0°$，不包含 $360°$.

【例题解析】

例 1 写出与下列各角终边相同的角的集合，并指出是第几象限的角.

(1)$30°$； (2)$120°$； (3)$210°$； (4)$-315°$.

解：(1)与 $30°$角终边相同的角的集合是

$$S=\{\alpha\mid\alpha=k\cdot360°+30°,k\in\mathbf{Z}\},$$

因为 $30°$角是第一象限的角，所以集合 S 中的角都是第一象限的角；

(2)与 120° 角终边相同的角的集合是

$$S=\{\alpha \mid \alpha=k\cdot 360^\circ+120^\circ, k\in \mathbf{Z}\},$$

因为 120° 角是第二象限的角，所以集合 S 中的角都是第二象限的角；

(3)与 210° 角终边相同的角的集合是

$$S=\{\alpha \mid \alpha=k\cdot 360^\circ+210^\circ, k\in \mathbf{Z}\},$$

因为 210° 角是第三象限的角，所以集合 S 中的角都是第三象限的角；

(4)与 -315° 角终边相同的角的集合是

$$S=\{\alpha \mid \alpha=k\cdot 360^\circ+(-315^\circ), k\in \mathbf{Z}\},$$

因为 -315° 角是第一象限的角，所以集合 S 中的角都是第一象限的角．

例 2　在 $0^\circ\sim360^\circ$ 之间，找出与下列各角终边相同的角，并判定它们是第几象限的角．

(1)420°；　　(2)-120°；　　(3)-1000°.

解：(1)因为

$$420^\circ=1\times360^\circ+60^\circ,$$

所以在 $0^\circ\sim360^\circ$ 之间与 420° 角终边相同的角是 60° 角，它是第一象限角；

(2) 因为

$$-120^\circ=(-1)\times360^\circ+240^\circ,$$

所以在 $0^\circ\sim360^\circ$ 之间与 -120° 角终边相同的角的是 240° 角，它是第三象限角；

(3) 因为

$$-1000^\circ=(-3)\times360^\circ+80^\circ,$$

所以在 $0^\circ\sim360^\circ$ 之间与 -1000° 角终边相同的角的是 80° 角，它是第一象限角.

例 3　写出终边在 y 轴上的角的集合．

解：在 $0^\circ\sim360^\circ$ 之间，终边在 y 轴上的角为 90° 角和 270° 角，如图 4-3.

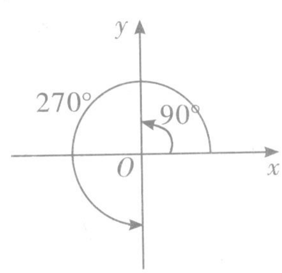


图　4-3

所以，与 90° 角终边相同的角的集合是

$$\begin{aligned}S_1&=\{\alpha \mid \alpha=k\cdot 360^\circ+90^\circ, k\in \mathbf{Z}\}\\&=\{\alpha \mid \alpha=2k\cdot 180^\circ+90^\circ, k\in \mathbf{Z}\},\end{aligned}$$

与 270° 角终边相同的角的集合是

$$\begin{aligned}S_2&=\{\alpha \mid \alpha=k\cdot 360^\circ+270^\circ, k\in \mathbf{Z}\}\\&=\{\alpha \mid \alpha=2k\cdot 180^\circ+90^\circ+180^\circ, k\in \mathbf{Z}\}\end{aligned}$$

$$=\{\alpha \mid \alpha=(2k+1)\cdot 180^\circ+90^\circ, k\in \mathbf{Z}\},$$

即终边在 y 轴上的角的集合是

$$\begin{aligned} S &= S_1 \cup S_2 \\ &=\{\alpha \mid \alpha=2k\cdot 180^\circ+90^\circ, k\in \mathbf{Z}\}\cup\{\alpha \mid \alpha=(2k+1)\cdot 180^\circ+90^\circ, k\in \mathbf{Z}\} \\ &=\{\alpha \mid \alpha=180^\circ\text{的偶数倍}+90^\circ\}\cup\{\alpha \mid \alpha=180^\circ\text{的奇数倍}+90^\circ\} \\ &=\{\alpha \mid \alpha=180^\circ\text{的整数倍}+90^\circ\} \\ &=\{\alpha \mid \alpha=n\cdot 180^\circ+90^\circ, n\in \mathbf{Z}\}. \end{aligned}$$

【课堂练习】

1. 在直角坐标系中，作出下列各角．

(1) 45°； (2) -150°； (3) 180°； (4) 330°．

2. 写出与下列各角终边相同的角的集合，并指出是第几象限的角．

(1) 60°； (2) 150°； (3) -75°； (4) -160°．

3. 在 $0^\circ\sim360^\circ$ 之间，找出与下列各角终边相同的角，并判定它们是第几象限的角．

(1) 590°； (2) -80°； (3) -690°．

4. 写出终边在 x 轴上的角的集合．

4.2 弧度制

【观察思考】

在初中我们学习过角的度量，用来度量角的单位是度．那么 1° 的角是如何定义的？我们规定周角的 $\frac{1}{360}$ 作为 1° 的角，把用度作单位来度量角的单位制叫做角度制．

下面介绍数学中常用的另外一种度量角的制度——弧度制．

【概念定义】

如图 4-4，

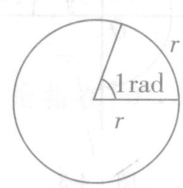


图 4-4

长度等于半径长的弧所对的圆心角称为 1 弧度的角，它的单位是 rad，读作弧度．这种以弧度作单位来度量角的单位制叫做弧度制．

下列三图所表示的角依次是 $\alpha=\frac{r}{r}=1\text{rad}$，$\beta=\frac{2r}{r}=2\text{rad}$，$\gamma=\frac{3r}{r}=3\text{rad}$，

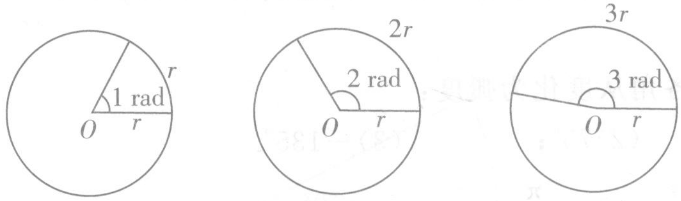


图 4-5

由此可以得到：角 α 的弧度数的绝对值

$$|\alpha|=\frac{l}{r}(\text{rad}).$$

其中 l 为角 α 所对的弧长，r 为圆的半径.

根据上述公式可以得到：

$$\text{平角的弧度数}=\frac{\pi r}{r}=\pi\ \text{rad},$$

$$\text{周角的弧度数}=\frac{2\pi r}{r}=2\pi\ \text{rad}.$$

1. 角度化弧度的换算关系：

$$180^\circ=\pi\ \text{rad},$$
$$360^\circ=2\pi\ \text{rad},$$
$$1^\circ=\frac{\pi}{180}\ \text{rad}\approx0.01745\ \text{rad}.$$

2. 弧度化角度的换算关系：

$$\pi\ \text{rad}=180^\circ,$$
$$2\pi\ \text{rad}=360^\circ,$$
$$1\ \text{rad}=\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ\approx57.30^\circ=57^\circ18'.$$

由于角有正有负，我们规定：正角的弧度数是正数，负角的弧度数是负数，零角的弧度数是零.

【温情贴士】

(1)用角度制和弧度制来度量零角，单位不同，但数量相同（都是 0）；用角度制和弧度制来度量任一非零角，单位不同，数量也不同.

(2)今后在具体运算时，“弧度”二字和单位符号“rad”可以省略. 例如 $\alpha=2$ 就表示 α

是 2 弧度的角.

【例题解析】

例 1　将下列各角从度化为弧度：

(1)$30°$；　(2)$75°$；　(3)$-135°$.

解：(1) $30°=\frac{\pi}{180}\times 30=\frac{\pi}{6}$；

(2)$75°=\frac{\pi}{180}\times 75=\frac{5\pi}{12}$；

(3)$-135°=-\frac{\pi}{180}\times 135=-\frac{3\pi}{4}$.

例 2　将下列各角从弧度化为度：

(1)$\frac{\pi}{3}$；　(2)$\frac{5\pi}{4}$；　(3)$-\frac{\pi}{18}$；　(4) 2.

解：(1) $\frac{\pi}{3}=\frac{1}{3}\times 180°=60°$；

(2) $\frac{5\pi}{4}=\frac{5}{4}\times 180°=225°$；

(3)$-\frac{\pi}{18}=-\frac{1}{18}\times 180°=-10°$；

(4) $2\approx 2\times 57.30°=114.60°=114°36'$.

【温情贴士】

一些特殊角的度数与弧度数的对应值：

角度	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$	$270°$	$360°$
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

根据公式$|\alpha|=\frac{l}{r}$，我们可以得到弧长公式：

$$l=|\alpha|r.$$

弧长等于弧所对圆心角的弧度数的绝对值与半径的乘积.