

电动力学

汪映海 著

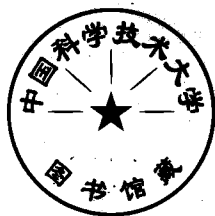


兰州大学出版社

0442
32

0442
19

电 动 力 学



兰州大学出版社

(甘)新登字第 08 号

内容简介

全书内容共分八章：一、数学复习和补充知识；二、静电场；三、稳恒电流的磁场；四、电磁场的普遍规律和麦克斯韦方程组；五、电磁波的传播；六、电磁波的辐射；七、狭义相对论基础；八、带电粒子与电磁场的相互作用。每章附有一定数量的例题和习题。本书可作为理工科大学、高等师范大学物理类有关专业本科生电动力学课的教材或参考书，也可供研究生、教师 and 科技工作者参考。

电动力学

汪映海

兰州大学出版社出版

(兰州大学校内)

甘肃静宁印刷厂印刷 甘肃省新华书店发行

开本：850 × 1168 毫米 1/32 印张：17.125

1995 年 9 月第 1 版 1995 年 9 月第 1 次印刷

字数：426 千字 印数：1—1000 册

ISBN7-311-00662-7 O 91 定价：15.8 元

作 者 的 话

本书以葛墨林教授和作者长期讲授“电动力学”所编的讲义为基础，经过多次修改而写成。

电动力学是理论物理的组成部分，是物理类专业的一门重要基础理论课。本书着重阐述电动力学的基本概念、基本原理和基本方法。力求把物理图象和数学工具结合起来，用现代观点和方法表述问题；并注意介绍基本理论在各方面的应用，加强学生能力的训练和培养。对所用的数学知识，首先作了集中复习和补充。每章选配了大量的例题和习题，其中有不少是国内外研究生考试题。

在编写过程中，作者得到葛墨林教授的有益指导和热情帮助。中山大学郭硕鸿教授审阅了初稿和修改稿，提出许多宝贵意见。兰州大学出版社以及教务处、物理系为本书的出版给予关心和支持。在此谨一并致谢！

由于作者水平有限，书中错误和不妥之处在所难免，恳切希望读者批评指正。

一九九三年十月

引 言

电动力学是电磁现象的经典理论，是研究电磁场的基本属性、运动规律以及它和带电物质的相互作用的一门重要基础理论课。

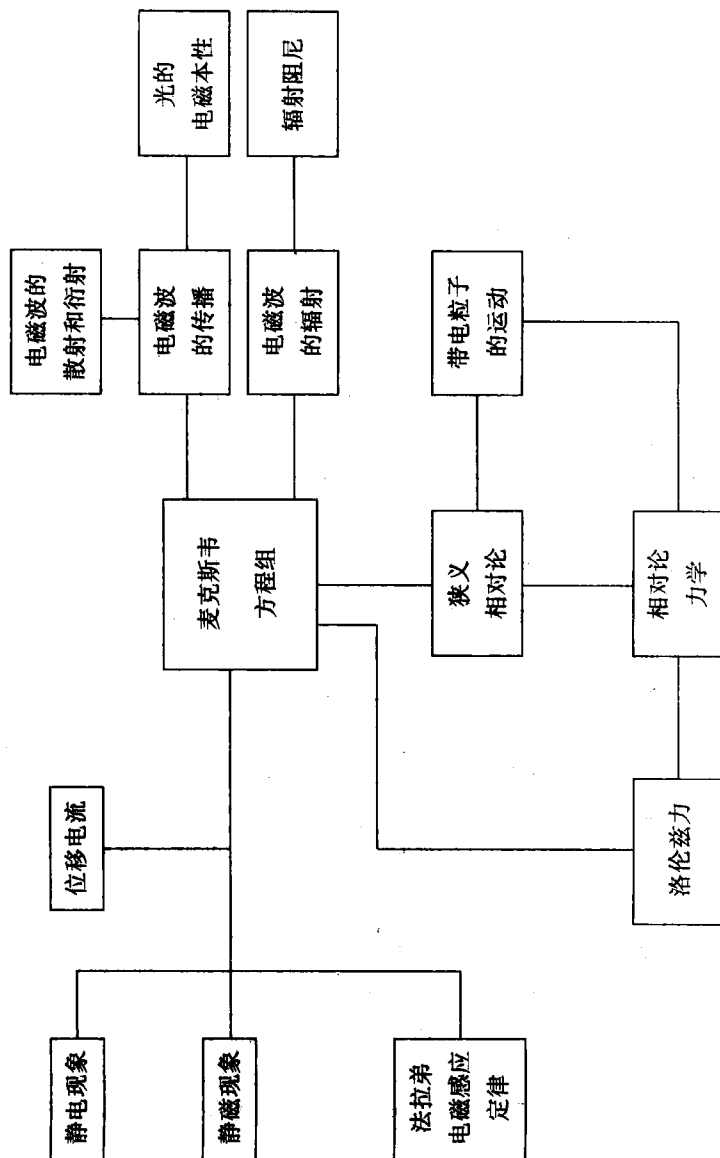
人们对于电磁现象的认识，经历了实践—理论—实践的发展过程。从 18 世纪后期到 19 世纪前半叶，人类在电磁现象的研究中积累了大量实验事实，相继建立库仑定律、安培—毕奥—萨伐尔定律、法拉第电磁感应定律等实验定律，提出场的概念，使电磁理论得到迅速发展。在此基础上，麦克斯韦于 1860—1864 年把电磁规律总结概括为麦克斯韦方程组，预言了电磁波。20 年以后赫兹在实验上证实了电磁波，并逐渐在人类实践中得到广泛应用，从而确立了宏观电磁现象普遍的严格的理论。麦克斯韦电磁理论是牛顿力学之后又一重大的物理学理论，在物理学发展史上树立了光辉的里程碑。

电磁场理论关于参照系的问题引起了深刻的矛盾，矛盾的解决导致了物理学的飞跃性进展，即 1905 年爱因斯坦创立了狭义相对论。相对论同量子论一起奠定了近代物理学的基础，对整个物理学的发展有着深远的影响。本世纪以来，人们进一步研究电磁场的微观性质，将电动力学（包括相对论）与量子力学相结合，发展了量子电动力学。

一个成功的新物理理论必须具备三个条件：包含旧理论的合理内核；阐明旧理论不能解释的物理现象；预言新的物理效应，并为以后的科学实验所证实。麦克斯韦电磁理论和爱因斯坦狭义相对论完全反映了这些特点，是本课程讨论的两大理论。

电动力学的主要内容及其相互联系可以粗略地用下面框图表示：

电动力学的主要内容及其相互联系图



目 录

引 言

第一章 数学复习和补充知识 (1)

§ 1.1 矢量和张量 (1)

1. 坐标与求和记号 (1) 2. 空间变换性质和物理量的分类 (4) 3. 张量 (8)

§ 1.2 δ 函数 (16)

1. δ 函数的定义及主要性质 (1) 2. δ 函数作为连续函数极限情形的几种形式 (20) 3. δ 函数的福氏表示 (22) 4. δ 函数与 θ 函数 (阶跃函数) (25)

§ 1.3 泊松方程的格林函数 (27)

1. 泊松方程的格林函数 (27) 2. 泊松方程的解与其格林函数的关系 (30)

习题一 (32)

第二章 静电场 (36)

§ 2.1 真空中静电场的基本方程 (36)

1. 库仑定律和电场强度 (36) 2. 静电场的散度和旋度 (38) 3. 静电场的势及其微分方程 (40)

§ 2.2 静电势的多极矩展开 (45)

1. 静电势的多极矩展开表达式 (45) 2. 电多极矩展开的物理意义 (48)

§ 2.3 电介质中静电场的基本方程和边值关系 (58)

1. 微观场和宏观场 (58) 2. 介质中静电场的基本方程 (59) 3. 静电场的边值关系 (65)

§ 2.4 静电场的能量和力	(70)
1.真空中的静电能 (70) 2.介质中的静电能 (73) 3.静电场的力 (75)	
§ 2.5 静电问题的解及其唯一性	(87)
1.静电学的基本问题 (87) 2.静电问题的唯一性定理 (89)	
§ 2.6 分离变量法	(96)
1.分离变量法解静电问题的主要步骤 (96) 2.直角坐标系中的情形 (97) 3.球坐标系中的情形 (104) 4.平面极坐标系中的情形 (115) 5.回转椭球坐标系中的情形 (117)	
§ 2.7 电像法	(121)
1.电像法的基本思想 (121) 2.点电荷和接地无限大导体平面的情形 (122) 3.点电荷和接地导体球的情形 (125) 4.点电荷和两种半无限均匀介质的情形 (138) 5.点电荷和均匀介质球的情形 (142)	
§ 2.8 格林函数法	(144)
1.格林函数与一般边值问题的形式解 (144) 2.几种简单情形的格林函数 (147)	
习题二	(158)
第三章 稳恒电流的磁场	(162)
§ 3.1 电流的实验定律及稳恒电场	(162)
1.电荷守恒定律和欧姆定律 (162) 2.稳恒电流的电场 (163)	
§ 3.2 真空中静磁场的基本方程	(169)
1.毕奥-萨伐尔定律和静磁场的基本方程 (169) 2.矢量势和库仑规范条件 (171)	
§ 3.3 磁偶极子	(175)
1.矢势的多极展开及磁偶极矩 (175) 2.磁偶极子在外磁场中所受的力和力矩 (179)	
§ 3.4 磁介质中静磁场的基本方程和边值关系	(184)
1.磁介质中静磁场的基本方程 (184) 2.静磁场的边值关系 (188)	
§ 3.5 磁矢势法	(190)

§ 3.6 磁标势法	(198)
§ 3.7 磁镜像法	(210)
习题三	(219)
第四章 电磁场的普遍规律和麦克斯韦方程组	(222)
§ 4.1 法拉第电磁感应定律	(222)
§ 4.2 稳恒磁场的能量和力	(228)
1.磁场的能量 (228) 2.磁场力 (231)	
§ 4.3 麦克斯韦方程组和洛伦兹力公式	(234)
1.位移电流假设 (234) 2.麦克斯韦方程组 (238) 3.电磁场量的边值关系* (247) 4.洛伦兹力公式 (249)	
§ 4.4 电磁场中的能量和动量守恒定律	(256)
1.能量守恒定律和坡印亭矢量 (256) 2.动量守恒定律和麦克斯韦张力张量 (261)	
§ 4.5 电磁场的波动性和平面电磁波	(270)
1.电磁场的波动方程 (270) 2.平面电磁波 (272)	
习题四	(274)
第五章 电磁波的传播	(279)
§ 5.1 单色平面电磁波	(279)
1.介质色散的影响 (279) 2.导电介质中的自由电荷分布 (281) 3.定态波动方程 (282) 4.单色平面电磁波 (284)	
§ 5.2 电磁波在介质中的传播	(286)
1.绝缘介质中的电磁波 (286) 2.导电介质中的电磁波 (290)	
§ 5.3 电磁波在介质界面上的反射和折射	(297)
1.反射和折射定律 (297) 2.菲涅耳公式 (300) 3.电磁波反射折射的能量关系 (304) 4.全内反射 (315)	
§ 5.4 电介质、导体和等离子体的频率色散特性	(319)
1.简单的色散模型 (319) 2.反常色散和共振吸收 (320) 3.低频特性电导率 (322) 4.高频极限 等离子体频率 (323)	

§ 5.5 电磁波在波导管内的传播	(329)
1. 有界空间的电磁波和理想导体的边界条件 (329) 2. 长直波导管内的场 (331) 3. 矩形波导管 (335) 4. 波导管内能量的传输 (343)	
§ 5.6 谐振腔内的电磁波	(349)
习题五	(352)
第六章 电磁波的辐射	(356)
§ 6.1 电磁场的矢势和标势	(356)
1. 普遍情形下标势和矢势的引入 (356) 2. 规范变换、规范不变性和规范条件 (357) 3. 用势描写的电磁场方程 (359)	
§ 6.2 推迟势	(367)
1. 达朗伯方程的解和推迟势 (367) 2. 定态情形下的推迟势及场的不同区域 (371)	
§ 6.3 似稳场	(372)
1. 似稳条件 (373) 2. 似稳场方程 (374) 3. 电工学中的电路方程 (375)	
§ 6.4 电磁辐射	(381)
1. 小区域运动电荷体系在远处产生的场 (381) 2. 矢势的多极展开式 (382)	
§ 6.5 电偶极辐射	(384)
1. 辐射电磁场 (384) 2. 辐射能流 角分布 辐射功率 (385) 3. 短天线的辐射 辐射电阻 (386)	
§ 6.6 磁偶极辐射和电四极辐射	(393)
1. 磁偶极辐射 (393) 2. 电四极辐射 (396) 3. 多极辐射的对偶性和共同特性 (397)	
§ 6.7 线型细天线辐射	(398)
1. 天线电流为驻波形式 (399) 2. 天线电流为行波形式 (401)	
§ 6.8 电磁波的衍射	(403)
1. 基尔霍夫公式 (404) 2. 小孔衍射 (405)	

习题六	(408)
第七章 狭义相对论基础	(413)
§ 7.1 狭义相对论的提出	(413)
1.伽利略变换及其困难 (413) 2.以太理论引起不可调和的矛盾 (415) 3.狭义相对论的基本原理 (415)	
§ 7.2 洛伦兹变换	(416)
1.狭义相对论基本原理对时空变换的要求 (416) 2.闵可夫斯基空间及四维正交变换 (418) 3.洛伦兹变换 (419)	
§ 7.3 相对论时空性质	(424)
1.运动棒的缩短 (424) 2.运动时钟的延缓 (425) 3.因果性 类时与类空间隔 (426) 4.速度合成公式 (428)	
§ 7.4 相对论力学	(433)
1.四维速度矢量和四维加速度矢量 (433) 2.四维动量矢量和相对论力学方程 (435) 3.相对论的质能关系 (436) 4.相对论能量动量关系 (438)	
§ 7.5 电动力学的协变形式	(449)
1.四维电流密度矢量和电荷守恒定律 (449) 2.四维势矢量和电磁势方程 (450) 3.电磁场张量和麦克斯韦方程组 (451) 4.电磁场的变换关系 (454) 5.洛伦兹力的变换性质 (457) 6.电磁场的两个不变量 (460) 7.相位不变性 多普勒红移和光行差 (462) 8.电磁场能量动量的协变形式 (467)	
§ 7.6 电磁场中带电粒子的拉格朗日方程和哈密顿正则方程 ...	(469)
1.非相对论情形 (470) 2.相对论情形 (472)	
习题七	(472)
第八章 带电粒子与电磁场的相互作用	(478)
§ 8.1 运动带电粒子的势和场	(478)
1.运动带电粒子的势 (李纳-维谢尔势) (478) 2.运动带电粒子的场 (480) 3.自有场和辐射场 (482)	

§ 8.2 加速运动带电粒子的辐射	(483)
1.加速带电粒子的辐射能流、辐射功率及角分布 (483) 2.非相对论运动带电粒子的辐射 (485) 3.韧致辐射 (486) 4.同步加速辐射 (487)	
§ 8.3 带电粒子辐射的频谱分析	(494)
1.加速带电粒子的辐射频谱 (494) 2.非相对论运动带电粒子的辐射频谱 (496)	
§ 8.4 切伦柯夫辐射	(498)
§ 8.5 电磁质量与辐射阻尼	(502)
1.电磁质量和电子的经典半径 (503) 2.辐射阻尼 (504) 3.光谱线的自然宽度 (506)	
§ 8.6 电磁波的散射与吸收	(509)
1.小散射体对长波电磁波的散射 (509) 2.自由电子对电磁波的散射 (汤姆逊散射) (515) 3.束缚电子对电磁波的散射 (516) 4.总截面与偶极求和规则 (518)	
§ 8.7 超导电性	(520)
1.超导现象 (520) 2.伦敦方程 (521) 3.磁通量子化 (523)	
习题八	(525)
附录	(529)
一、数学公式	(529)
1.算符 ∇ 的运算公式	(529)
2.矢量的积分变换公式	(529)
3.张量运算公式	(530)
4.曲线正交坐标系中的矢量微分公式	(530)
二、国际单位制和高斯单位制中主要公式对照表	(532)
三、重要物理常数	(535)

第一章 数学复习和补充知识

§ 1.1 矢量和张量

1. 坐标与求和记号

在物理学中，我们经常遇到许多既有大小又有方向、且遵从平行四边形运算法则的物理量，它们属于矢量（矢量的严格定义后面讨论）。一般情况下，任意矢量 $\vec{A}$ 可以是坐标与时间的函数，还可能通过坐标隐含时间，即

$$\vec{A} = \vec{A}(x(t), y(t), z(t); t)。$$

为了较方便地表示一个矢量，常常引入正交坐标系，并且可以分为下列两类：

(a) 整体坐标系，最典型的是通常的直角坐标系。所谓“整体”，是指所选取的三个基矢 $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 、 $\vec{k}$ 在空间任意点都不改变方向，因此全空间可以用一个统一的直角坐标系来描述。任何一个矢量 $\vec{A}$ 都可以投影到它的基矢上，而用三个投影分量 A_x 、 A_y 、 A_z 来表示。

(b) 局域坐标系。物理规律可以用微分方程来描述，而微分方程反映物理规律在空间任意点附近的局部性质（通常称为局域性质），为了表示它，需要在空间任意点建立局域坐标系。典型的局域坐标系是球坐标系、圆柱坐标系等。局域坐标系与整体坐标系的区别在于，在空间不同点处，局域坐标系的基矢有不同

的方向，因而它可描述局域性质。为了强调这一特点，通常把这样的基矢称为“活动标架”，或简称为“标架”。例如球坐标系中的基矢 $\vec{e}_r$ 、 $\vec{e}_\theta$ 、 $\vec{e}_\varphi$ 就是一种简单的活动标架。空间任意点 $p(\vec{r})$ 处的局域标架为 $\vec{e}_r(\vec{r})$ 、 $\vec{e}_\theta(\vec{r})$ 、 $\vec{e}_\varphi(\vec{r})$ ，它们对于不同的 $p(\vec{r})$ 点方向是不同的，也就是说，它们是矢量 $\vec{r}$ 端点的函数，简记为 $\vec{r}$ 的函数。如果将它们向整体坐标系的基矢 $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 、 $\vec{k}$ 投影，则有

$$\begin{aligned}\vec{e}_r &= \sin\theta\cos\varphi\vec{i} + \sin\theta\sin\varphi\vec{j} + \cos\theta\vec{k}, \\ \vec{e}_\theta &= \cos\theta\cos\varphi\vec{i} + \cos\theta\sin\varphi\vec{j} - \sin\theta\vec{k}, \\ \vec{e}_\varphi &= -\sin\varphi\vec{i} + \cos\varphi\vec{j}.\end{aligned}\tag{1.1.1}$$

对空间任意点 p 处的矢量 $\vec{A}$ ，可以把它投影到整体坐标系上

$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k};$$

也可以把它投影到局域坐标系、例如球坐标系上

$$\vec{A} = A_r\vec{e}_r + A_\theta\vec{e}_\theta + A_\varphi\vec{e}_\varphi.$$

比较上述关系式可得

$$\begin{aligned}A_x &= A_r\sin\theta\cos\varphi + A_\theta\cos\theta\cos\varphi - A_\varphi\sin\varphi, \\ A_y &= A_r\sin\theta\sin\varphi + A_\theta\cos\theta\sin\varphi + A_\varphi\cos\varphi, \\ A_z &= A_r\cos\theta - A_\theta\sin\theta.\end{aligned}$$

容易验证

$$A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A_r^2 + A_\theta^2 + A_\varphi^2 = |\vec{A}|^2,$$

即在不同的坐标系中，矢量 $\vec{A}$ 的模不变。

由上面的讨论可以看出，在空间任意点处总可以建立一组正交基矢 $\vec{e}_1$ 、 $\vec{e}_2$ 、 $\vec{e}_3$ ，它们按 1、2、3 顺序满足右手螺旋法则，再沿三个基矢方向选定坐标轴，便构成一个正交坐标系。

于是任意矢量 $\vec{A}$ 可以向该坐标系的基矢投影，相应的分量可记为 A_1 、 A_2 、 A_3 ：

$$\vec{A} = A_1 \vec{e}_1 + A_2 \vec{e}_2 + A_3 \vec{e}_3. \quad (1.1.2)$$

具体的 $\vec{e}_1$ 、 $\vec{e}_2$ 、 $\vec{e}_3$ 及投影分量有多种选择的可能性，例如：

对直角坐标系

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= \vec{i}, \quad \vec{e}_2 = \vec{j}, \quad \vec{e}_3 = \vec{k}; \\ A_1 &= A_x, \quad A_2 = A_y, \quad A_3 = A_z. \end{aligned}$$

对球坐标系

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= \vec{e}_r, \quad \vec{e}_2 = \vec{e}_\theta, \quad \vec{e}_3 = \vec{e}_\varphi; \\ A_1 &= A_r, \quad A_2 = A_\theta, \quad A_3 = A_\varphi. \end{aligned}$$

对圆柱坐标系

$$\begin{aligned} \vec{e}_1 &= \vec{e}_\rho, \quad \vec{e}_2 = \vec{e}_\varphi, \quad \vec{e}_3 = \vec{e}_z; \\ A_1 &= A_\rho, \quad A_2 = A_\varphi, \quad A_3 = A_z. \end{aligned}$$

为方便起见，还可将 (1.1.2) 式写成更简洁的形式

$$\vec{A} = \sum_{i=1}^3 A_i \vec{e}_i = A_i \vec{e}_i, \quad (1.1.3)$$

这里约定凡是相重的指标代表从 1 到 3 求和，此运算称为指标的收缩，如果不代表求和需作特殊说明。

引入克罗内克记号 δ_{ij} ，定义如下：

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= 0, \quad \text{当 } i \neq j \\ \delta_{ij} &= 1, \quad \text{当 } i = j \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

其性质

$$\delta_{ij} = \delta_{ji}, \quad \delta_{ii} = 3, \quad \delta_{il}\delta_{lj} = \delta_{ij}. \quad (1.1.5)$$

δ_{ij} 的矩阵形式是

$$[\delta_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.1.6)$$

结合相重指标代表求和的约定, 可以得到以下的表示:

(a) 基矢正交归一性

$$\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j = \delta_{ij}, \quad (1.1.7)$$

例如

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0, \quad \vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1 = 1.$$

(b) 矢量标积 (也称点乘积或数量积)

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_i \vec{e}_i) \cdot (B_j \vec{e}_j) = \delta_{ij} A_i B_j = A_i B_i, \quad (1.1.8)$$

即

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_1 B_1 + A_2 B_2 + A_3 B_3.$$

例如对直角坐标系

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z.$$

(c) 凡是求和的指标可称为“哑标”, 由于它们都代表从 1 到 3 求和, 所以表示哑标的字母可任意改动而不影响求和, 即

$$A_i B_i = A_j B_j = A_l B_l = \dots, \quad (i, j, l = 1, 2, 3). \quad (1.1.9)$$

2. 空间变换性质和物理量的分类

(1) 三维空间的正交变换

当坐标原点不变、坐标变换时, 空间长度不变的变换称为正交变换。由于坐标系作转动变换时, 任意一点离开原点的距离 (或者说任意一点的矢径的长度) 保持不变, 所以坐标系转动属

于正交变换。

首先讨论二维平面上的坐标系转动，如图 1.1 所示，设坐标系 Σ' 相对于坐标系 Σ 旋转了角 θ ，平面上一点 P 的坐标在 Σ 系为 (x_1, x_2) ，在 Σ' 系为 (x'_1, x'_2) 。新旧坐标之间有线性变换关系

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta, \\ x'_2 &= -x_1 \sin \theta + x_2 \cos \theta. \end{aligned} \quad (1.1.10)$$

长度 $\overline{OP}$ 的平方为

$$\begin{aligned} \overline{OP}^2 &= x_1^2 + x_2^2 \\ &= x'^2_1 + x'^2_2 = \text{不变量}, \end{aligned} \quad (1.1.11)$$

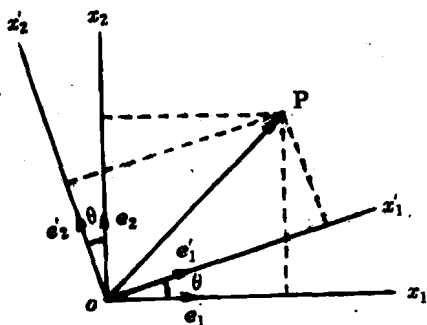


图 1.1

引入标记

$$\lambda_{\alpha\beta} = \cos(\vec{e}'_\alpha, \vec{e}_\beta) \quad (\alpha, \beta = 1, 2), \quad (1.1.12)$$

上述变换关系可表示为

$$x'_1 = \lambda_{11} x_1 + \lambda_{12} x_2, \quad (1.1.13)$$

$$x'_2 = \lambda_{21} x_1 + \lambda_{22} x_2.$$

设 $\vec{v}$ 为平面上的任意矢量， $\vec{v}$ 在 Σ 系和 Σ' 系中的分量分别为 v_x, v_y 和 v'_x, v'_y 。容易得出，这些分量也满足形如 (1.1.10) 和 (1.1.11) 的关系式，说明矢量的分量与坐标具有相同的变换形式。

现在推广到三维空间的坐标系转动，坐标变换一般具有形式

$$x'_1 = a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3,$$