

主编 笪 旭 黄耀国

XINKEBIAO
GAOZHONG
SHUXUE

新课标高中数学学习 过程性评价

必修 ⑤ (配人教版)

XUEXIGUO
CHENGXING
PINGJIA



华东师范大学出版社

华东师范大学出版社

新课标

高中数学学习 过程性评价

必修 5 (配人教版)

主 编 笪 旭 黄耀国
副主编 李加莉 邓 倩

图书在版编目(CIP)数据

新课标高中数学学习过程性评价:必修.5/竺旭主编.
上海:华东师范大学出版社,2009
ISBN 978-7-5617-6723-8

I. 新… II. 竺… III. 数学课—高中—教学参考资料
IV. G634.603

中国版本图书馆(CIP)数据核字(2009)第098153号

新课标高中数学学习过程性评价·必修5

主 编 竺 旭 黄耀国
责任编辑 李文革
文字编辑 李文革
封面设计 高 山

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路3663号 邮编 200062
电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 上海市中山北路3663号华东师范大学校内先锋路口
网 址 www.ecnupress.com.cn

印 刷 者 华东师范大学印刷
开 本 787×1092 16开
印 张 5.25
字 数 119千字
版 次 2009年6月第一版
印 次 2009年6月第一次
印 数 6000
书 号 ISBN 978-7-5617-6723-8/G·4036
定 价 8.00元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话021-62865537联系)

本书编写组

主 编	笪 旭	黄耀国			
副 主 编	李加莉	邓 倩			
编写人员	吴斯峰	伍 晖	冯钰雯	周 鹏	
	王 翠	潘 峰	张冬玉	肖 科	
	甘 泉	钟 圆	邓金诚		

对学生数学学习过程的评价,包括学生参与数学活动的兴趣和态度、数学学习的自信、独立思考的习惯、合作交流的意识、数学认知的发展水平等方面.

——摘自《普通高中数学课程标准(实验)》

本书依据数学课程标准,通过设置“探究发现知识点、研究过程注意问题、教你一招、成果检测、探究成果应用、更上一层楼、高考链接”等栏目,让学生在分层递进的数学学习过程中,逐步加深对数学知识的理解,不断提高数学思考水平.

目 录

第一章 解三角形

1.1 正弦定理和余弦定理	1
1.1.1 正弦定理	1
1.1.2 余弦定理	3
1.2 应用举例	5
高考链接	10
单元测试	13

第二章 数 列

2.1 数列的概念与简单表示法	15
2.2 等差数列	19
2.3 等差数列的前 n 项和	23
2.4 等比数列	27
2.5 等比数列的前 n 项和	30
高考链接	33
单元测试	36

第三章 不 等 式

3.1 不等关系与不等式	38
3.2 一元二次不等式及其解法	42
3.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	47
3.3.1 二元一次不等式(组)与平面区域	47
3.3.2 简单的线性规划问题	49
3.4 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$	54
高考链接	58
单元测试	61
模块测试	63
参考答案	66

1.1 正弦定理和余弦定理

1.1.1 正弦定理



探究发现知识点

1. 在三角形中,各边和它所对角的正弦的比相等,即 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = \frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = 2R$. 其中 R 为 $\triangle ABC$ 外接圆半径,上式对任意三角形均成立.
2. 正弦定理的推导方法主要是采用向量法,分三角形为锐角三角形和钝角三角形两种情况来证明.
3. $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$.



研究过程注意问题

利用正弦定理可解决如下有关问题:

- (1) 已知三角形的两角和任一边,求三角形的其他边与角;
- (2) 已知三角形的两边和其中一边的对角,求三角形的其他边与角. 此时注意分情况讨论.



教你一招

例 1 根据下列条件,解 $\triangle ABC$:

- (1) 已知 $b = 4$, $c = 8$, $B = 30^\circ$, 求 C 、 A 、 a ;
- (2) 已知 $B = 30^\circ$, $b = \sqrt{2}$, $c = 2$, 求 A 、 C 、 a ;
- (3) 已知 $b = 6$, $c = 9$, $B = 45^\circ$, 求 C 、 a 、 A .

分析 直接利用正弦定理和三角形内角和定理求解.

解 (1) 由正弦定理,得 $\sin C = \frac{c \times \sin B}{b} = \frac{8 \times \sin 30^\circ}{4} = 1$.

又 $\because c > b, \therefore 30^\circ < C < 150^\circ, \therefore C = 90^\circ, \therefore A = 180^\circ - (B + C) = 60^\circ$,

$$a = \sqrt{c^2 - b^2} = 4\sqrt{3}.$$

$$(2) \text{ 由正弦定理, 得 } \sin C = \frac{c \times \sin B}{b} = \frac{2 \sin 30^\circ}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\because c > b, 30^\circ < C < 150^\circ, \therefore C = 45^\circ \text{ 或 } C = 135^\circ.$$

$$\text{当 } C = 45^\circ \text{ 时, } A = 105^\circ, a = \sqrt{3} + 1; \text{ 当 } C = 135^\circ \text{ 时, } A = 15^\circ, a = \sqrt{3} - 1.$$

$$(3) \because \sin C = \frac{c \times \sin B}{b} = \frac{9 \times \sin 45^\circ}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{4} > 1, \therefore \text{此题无解.}$$

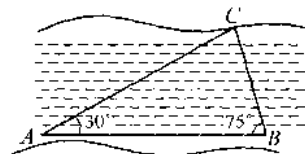
评析 利用正弦定理处理已知三角形的两边与一边的对角解三角形的问题, 一定要注意所得三角形的个数.

成果检测

- 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 4, b = 10, A = 30^\circ$, 则此三角形解的情况是().
A. 一解 B. 两解
C. 一解或两解 D. 无解
- 在 $\triangle ABC$ 中, $a = \sqrt{5}, b = \sqrt{15}, A = 30^\circ$, 则 c 边为().
A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ 或 $\sqrt{5}$ D. 以上都错
- 在 $\triangle ABC$ 中, $a = x \text{ cm}, b = 2 \text{ cm}, B = 45^\circ$, 如果利用正弦定理解三角形有两解, 则 x 的取值范围是().
A. $2 < x < 2\sqrt{2}$ B. $2 < x \leq 2\sqrt{2}$
C. $x > 2$ D. $x < 2$
- 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 A + \sin^2 B = \sin^2 C$, 则 $\angle C =$ _____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1, BC = 2$, 则角 C 的取值范围是_____.

探究成果应用

- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 8, B = 60^\circ, C = 75^\circ$, 则 b 等于().
A. $4\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{6}$ D. $\frac{32}{3}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sqrt{3}a = 2b \sin A$, 则 B 为().
A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, $A > B$, 下列四个不等式中不正确的是().
A. $\sin A > \sin B$ B. $\cos A < \cos B$
C. $\sin 2A > \sin 2B$ D. $\cos 2A < \cos 2B$
- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 5\sqrt{2}, c = 10, A = 30^\circ$, 则 $B =$ _____.
- 如图, 为了测定河的宽度, 在一岸边选定两点 A, B , 望对岸标记物 C , 测得 $\angle CAB = 30^\circ, \angle CBA = 75^\circ, AB = 120 \text{ m}$, 则河的宽度为_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 5, B = 105^\circ, C = 15^\circ$, 则此三角形的最大边的长为_____.



(第10题)

12. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c ,又 $A = 60^\circ$, $\sin B : \sin C = 2 : 3$.

(1) 求 $\frac{b}{c}$ 的值;

(2) 若 AB 边上的高为 $3\sqrt{3}$,求 a 的值.



更上一层楼

13. 在 $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别是角 A 、 B 、 C 的对边,设 $a+c=2b$, $A-C=\frac{\pi}{3}$,求 $\sin B$ 的值.

1.1.2 余弦定理



探究发现知识点

1. 在三角形中,通过探索边与角的关系可以得到:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B, c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

$$\text{由此可得推论: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

2. 余弦定理的推导方法主要是采用向量数量积的方法来证明.



研究过程注意问题

利用余弦定理可解决如下有关问题:

(1) 已知三角形的两边及其夹角,求三角形的其他边与角;

(2) 已知三角形的三边,求三角形的各个内角.



教你一招

例 根据下列条件,解 $\triangle ABC$:

(1) 已知 $b = 4$, $c = 8$, $A = 60^\circ$,求 C 、 B 、 a ;

(2) 已知 $a = \sqrt{3} - 1$, $b = \sqrt{2}$, $c = 2$,求 A 、 C 、 B .

分析

直接利用余弦定理和三角形内角和定理求解.

解

(1) 由余弦定理,得 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 4^2 + 8^2 - 2 \times 4 \times 8 \cos 60^\circ = 48$,

$$\therefore a = 4\sqrt{3}, \text{由正弦定理,得 } \sin C = \frac{c \times \sin A}{a} = 1, \therefore C = 90^\circ, B = 30^\circ.$$

$$(2) \text{ 由余弦定理, 得 } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(\sqrt{2})^2 + 2^2 - (\sqrt{3}-1)^2}{2 \times \sqrt{2} \times 2} = \frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4},$$

$$\therefore c > b > a, \therefore A = 15^\circ.$$

$$\text{同理, } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2 + 2^2 - (\sqrt{2})^2}{2 \times (\sqrt{3}-1) \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, B = 30^\circ,$$

$$\therefore C = 135^\circ.$$

评注 利用余弦定理处理已知三角形的三边解三角形的问题,一定要注意三边所对应的角的大小,大边对大角.



成果检测

- 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\frac{\sin A}{a} = \frac{\cos B}{b}$,则 B 的值为().
A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
- 已知三角形的两边长分别为4、5,它们夹角的余弦是方程 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 的根,则第三边长是().
A. $\sqrt{20}$ B. $\sqrt{21}$ C. $\sqrt{22}$ D. $\sqrt{61}$
- 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $BC = \sqrt{13}$, $AC = 4$,则边 AC 上的高为().
A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $3\sqrt{3}$



探究成果应用

- 某人朝正东方向走 x km后,向右转 150° ,然后朝新方向走3 km,结果他离出发点恰好 $\sqrt{3}$ km,那么 x 的值为().
A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ D. 3
- 已知锐角三角形的三边长分别为 $x^2 + x + 1$, $x^2 - 1$ 和 $2x + 1$ ($x > 1$),则最大角为().
A. 150° B. 120° C. 60° D. 75°
- 在 $\triangle ABC$ 中,若 $a : b : c = 1 : 2 : \sqrt{6}$,则最大角的余弦值等于_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB = 4$, $AC = 7$, BC 边的中线 $AD = \frac{7}{2}$,那么 $BC =$ _____.
- 根据所给条件,判断 $\triangle ABC$ 的形状.

$$(1) a \cos A = b \cos B; (2) \frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}.$$

- 在 $\triangle ABC$ 中,最大角 A 为最小角 C 的2倍,且三边 a 、 b 、 c 为三个连续整数,求 a 、 b 、 c 的值.

1.2 应用举例

探究发现知识点

1. 几何方面的应用: 解题时, 要善于抽象或构造出三角形, 标出已知量、未知量, 确定解三角形的方法, 灵活选用正、余弦定理解决问题.
2. 日常实际中的应用: 应用解三角形知识解决日常实际问题中的解题步骤: (1) 根据题意作出示意图, 建立数学模型; (2) 确定实际问题所涉及的三角形, 并理清该三角形的已知元素与未知元素; (3) 选用正、余弦定理进行求解, 有时需要综合运用这两个定理, 并注意运算的正确性; (4) 给出答案.
3. 常见问题: 距离问题、高度问题、角度问题、面积问题.

研究过程注意问题

1. 明确应用正弦定理、余弦定理解应用题的一般过程: 将实际问题抽象为数学问题, 归结为解三角形, 将实际问题中的长度、角度看成三角形相应的边和角, 再由边角关系使问题得以解决.
2. 解斜三角形的应用问题常常是综合应用问题, 在解这类问题时, 还经常涉及解方程.

教你一招

例 1 如图 1-2-1, 池塘两侧有两物体 A、B, 不能直接量得它们之间的距离, 但可以间接测出它们的距离. 为此, 在池塘边选取 C、D 两点, 并测得 $\angle ACB = 75^\circ$, $\angle BCD = 45^\circ$, $\angle ADC = 30^\circ$, $\angle ADB = 90^\circ$, $CD = 80$ m. 试求 A、B 两物体间的距离. (精确到 0.1 m)

分析 可以将 AB 看成是 $\text{Rt}\triangle ADB$ 的斜边, 因此在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, 需要知道两直角边或一直角边和一锐角. 根据题设条件, 可以发现先计算出 $\text{Rt}\triangle ADB$ 的两条直角边 AD 与 BD 是可行的.

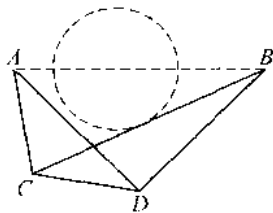


图 1-2-1

解 在 $\triangle ACD$ 中, $\angle CAD = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$, $CD = 80$,

$$\therefore AD = 80\sqrt{3}(\text{m}).$$

在 $\triangle BCD$ 中, $\angle CBD = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ + 90^\circ) = 15^\circ$,

$$\therefore \text{由正弦定理, 得 } \frac{BD}{\sin 45^\circ} = \frac{CD}{\sin 15^\circ},$$

$$\therefore BD = 80 \times \frac{\sin 45^\circ}{\sin 15^\circ} = 80 \times (\sqrt{3} + 1)(\text{m}).$$

在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, $AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = 80\sqrt{7 + 2\sqrt{3}} \approx 258.8(\text{m})$.

$\therefore$ A、B 两物体间的距离为 258.8 m.

评析 把实际问题中的求距离问题转化成求三角形某一边的问题是解题的关键.

例 2 某观测站 C 在目标 A 南偏西 25° 方向, 从 A 出发有一条南偏东 35° 走向的公路, 现测得此公路上有一人在与 C 相距 31 km 、与公路上点 D 相距 20 km 的 B 点, 此时测得 CD 长为 21 km , 求此人距 A 还有多少千米?

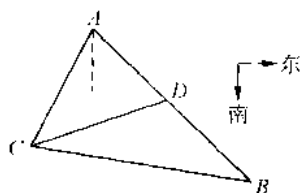


图 1-2-2

分析 依题意作出平面示意图, 先可求解 $\triangle CBD$, 求出 $\angle B$, 然后解 $\triangle ABC$, 求 AB , 此解为所求.

解 由题设, 不难得 $\angle CAD = 60^\circ$, 在 $\triangle CBD$ 中, 应用余弦定理有

$$\cos B = \frac{BC^2 + BD^2 - CD^2}{2BC \cdot BD} = \frac{31^2 + 20^2 - 21^2}{2 \times 31 \times 20} = \frac{23}{31},$$

$$\therefore \sin B = \frac{12\sqrt{3}}{31}.$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 中, 应用正弦定理, 有 } AC = \frac{BC \times \sin B}{\sin A} = \frac{31 \times \frac{12\sqrt{3}}{31}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 24.$$

再由余弦定理, 有 $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos A$,

$$\text{即 } 31^2 = 24^2 + AB^2 - 2AB \times 24 \times \cos 60^\circ,$$

也即 $AB^2 - 24AB - 385 = 0$, 得 $AB = 35$ (负值舍去).

故此人距 A 还有 35 km .

评析 本例考查正弦、余弦定理的综合应用.

例 3 如果要测量某铁塔 PO 的高度, 但不能到达铁塔的底部, 在只能使用简单的测量工具的前提下, 你能设计出哪些测量方法? 并提供每种方法的计算公式.

分析 寻找三角形, 利用正弦定理建立等式.

解 测量方法一: 如图 1-2-3, 在地面上引一条基线 AB , 这条基线和塔底在同一水平面上, 且延长后不过塔底, 测出 AB 的长, 用经纬仪测出 AB 与 AO 、 BO 的夹角 β 、 γ 和 A 对塔顶 P 的仰角 α 的大小, 则可求出铁塔 PO 的高. 计算方法如下: 在 $\triangle ABO$ 中, 由正弦定理得

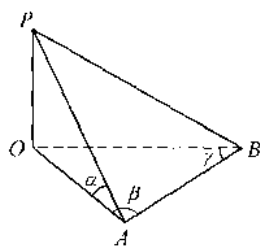


图 1-2-3

$$AO = \frac{AB \cdot \sin \gamma}{\sin [180^\circ - (\beta + \gamma)]} = \frac{AB \cdot \sin \gamma}{\sin (\beta + \gamma)},$$

$$\text{在 Rt} \triangle POA \text{ 中, } PO = AO \cdot \tan \alpha, \therefore PO = \frac{AB \cdot \sin \gamma \cdot \tan \alpha}{\sin (\beta + \gamma)}.$$

测量方法二: 如图 1-2-4, 在地面上引一条基线 AB , 这条基线和塔底在同一水平面上, 并使 O 、 A 、 B 三点在一条直线上, 测出 AB 的长和 A 、 B 对塔顶 P 的仰角 α 、 β , 则可求出铁塔 PO 的高. 计算方法如下:

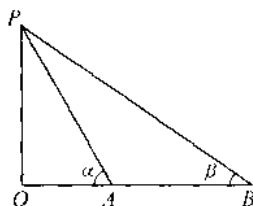


图 1-2-4

在 $\triangle PAB$ 中,由正弦定理,得 $PA = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$,

在 $Rt\triangle POA$ 中, $PO = PA \cdot \sin \alpha$, $\therefore PO = \frac{AB \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}$.

评析 在运用正弦定理、余弦定理解决实际问题时,通常都要根据题意,从实际问题中抽象出一个或几个三角形,然后通过解这些三角形,得出实际问题的解.

例 4 已知 $\triangle ABC$ 中, $2\sqrt{2}(\sin^2 A - \sin^2 C) = (a - b)\sin B$, 外接圆半径为 $\sqrt{2}$.

(1) 求 $\angle C$; (2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

分析 抓住正弦定理的推论,选取适当的公式解决.

解 (1) 由 $2\sqrt{2}(\sin^2 A - \sin^2 C) = (a - b) \cdot \sin B$, 得

$$2\sqrt{2}\left(\frac{a^2}{4R^2} - \frac{c^2}{4R^2}\right) = (a - b) \frac{b}{2R},$$

$$\text{又 } R = \sqrt{2}, \therefore a^2 - c^2 = ab - b^2, \therefore a^2 + b^2 - c^2 = ab,$$

$$\therefore \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2}, \text{ 又 } 0^\circ < C < 180^\circ, \therefore C = 60^\circ.$$

$$(2) S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}ab = 2\sqrt{3}\sin A\sin B$$

$$= 2\sqrt{3}\sin A\sin(120^\circ - A)$$

$$= 2\sqrt{3}\sin A(\sin 120^\circ \cos A - \cos 120^\circ \sin A)$$

$$= 3\sin A\cos A + \sqrt{3}\sin^2 A = \frac{3}{2}\sin 2A + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2A + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sqrt{3}\sin(2A - 30^\circ) + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore \text{当 } 2A - 120^\circ, \text{ 即 } A = 60^\circ \text{ 时, } S_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

评析 在三角形的有关计算问题中,要注意应用正、余弦定理进行边角相互转换的技巧;解与面积有关的问题主要找准两边及夹角.



成果检测

1. 如图,为了测量隧道口 AB 的长度,给定下列四组数据,测量时最适合用数据().

A. α, α, b

B. α, β, a

C. a, b, γ

D. α, β, b

2. 从 A 处望 B 处的仰角为 α , 从 B 处望 A 处的俯角为 β , 则 α, β 之间的关系为().

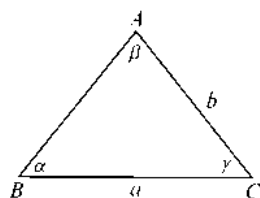
A. $\alpha > \beta$

B. $\alpha = \beta$

C. $\alpha + \beta = 90^\circ$

D. $\alpha + \beta = 180^\circ$

3. 在塔底的水平地面上某点测得塔顶的仰角为 $\theta = 15^\circ$, 由此点向塔底沿直线走 30 m, 测得



(第 1 题)

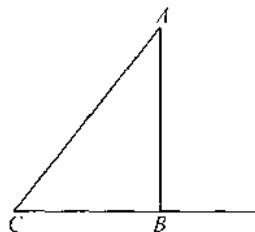
塔顶的仰角为 20° ; 再向前走 $10\sqrt{3}$ m, 又测得塔顶的仰角为 40° , 则塔高是_____m.

4. 某舰艇在 A 处测得遇险渔船在北偏东 45° 、距离为 10 n mile 的 C 处, 此时得知, 该渔船沿北偏东 105° 方向, 以每小时 9 n mile 的速度向一小岛靠近, 舰艇时速为 21 n mile, 则舰艇到达渔船的最短时间是_____.



探究成果应用

5. 在某测量中, 设 A 在 B 的南偏东 $34^\circ 27'$, 则 B 在 A 的().
 A. 北偏西 $34^\circ 27'$ B. 北偏东 $55^\circ 33'$
 C. 北偏西 $55^\circ 33'$ D. 南偏西 $55^\circ 33'$
6. 已知两灯塔 A 和 B 与海洋观测站 C 的距离都等于 a km, 灯塔 A 在观测站 C 的北偏东 20° , 灯塔 B 在观测站 C 的南偏东 40° , 则两塔的距离为().
 A. a km B. $\sqrt{3}a$ km C. $\sqrt{2}a$ km D. $2a$ km
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $b^2 - bc - 2c^2 = 0$, $a = \sqrt{6}$, $\cos A = \frac{7}{8}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积 S 为().
 A. $\frac{\sqrt{15}}{2}$ B. $\sqrt{15}$ C. $\frac{8\sqrt{15}}{5}$ D. $6\sqrt{3}$
8. 海上有 A、B 两个小岛相距 10 n mile, 从 A 岛望 C 岛与 B 岛成 60° 的视角, 从 B 岛望 C 岛与 A 岛成 75° 的视角, 那么 B 岛和 C 岛的距离是_____ n mile.
9. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $BC = \sqrt{13}$, $AC = 4$, 则 AC 边上的高为_____.
10. 为了竖一块广告牌, 要制造如图所示的三角形支架, 要求 $\angle ACB = 60^\circ$, BC 长度大于 1 米, 且 AC 比 AB 长 0.5 米. 为了广告牌的稳固, AC 的长度越短越好, AC 最短为多少米? 当 AC 最短时, BC 的长度为多少米?



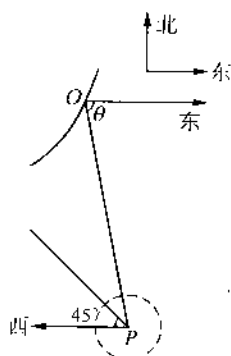
(第 10 题)

11. 在 $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别是三个内角 A、B、C 的对边, 若 $a = 2$, $C = \frac{\pi}{4}$, $\cos \frac{B}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .



更上一层楼

12. 在某海滨城市附近海面有一台风,据监测,如图,当前台风中心位于城市 O 的东偏南 θ ($\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{10}$) 方向 300 km 的海面 P 处,并以 20 km/h 的速度向西偏北 45° 方向移动,台风侵袭的范围为圆形区域,当前半径为 60 km,并以 10 km/h 的速度不断增大,问几小时后该城市开始受到台风的侵袭? 受到台风侵袭的时间有多少小时?



(第 12 题)

高考链接

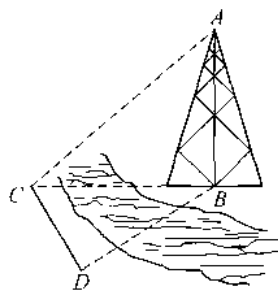
高考评析

三角函数是以角为自变量的函数,也是以实数为自变量的函数,它产生于生产实践,是客观实际的抽象,同时又广泛应用于客观实际,故应培养实践第一的观点.由于教材的变动,有关三角形中的正、余弦定理,解三角形等内容是近年高考的热门,对三角函数的综合考查将向解三角形中的问题伸展,这从近年的高考试题就可看出.同时也可看出,题目不太难,只要掌握基本知识,深刻理解其中基本的数量关系即可过关.因此,在学习中应立足基本公式,在解题时,注意在条件与结论之间建立联系,在变形过程中不断寻找差异,讲究算理,立足基础,发展能力.

试题选编

- (2008 全国卷 I 6) $y = (\sin x - \cos x)^2 - 1$ 是().
A. 最小正周期为 2π 的偶函数
B. 最小正周期为 2π 的奇函数
C. 最小正周期为 π 的偶函数
D. 最小正周期为 π 的奇函数
- (2008 全国卷 I 9) 为得到函数 $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y = \sin x$ 的图象().
A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位
B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位
C. 向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位
D. 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位
- (2008 全国卷 II 1) 若 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha > 0$, 则 α 是().
A. 第一象限角
B. 第二象限角
C. 第三象限角
D. 第四象限角
- (2008 全国卷 II 10) 函数 $f(x) = \sin x - \cos x$ 的最大值为().
A. 1
B. $\sqrt{2}$
C. $\sqrt{3}$
D. 2
- (2008 安徽卷 8) 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 图象的对称轴方程可以是().
A. $x = -\frac{\pi}{6}$
B. $x = -\frac{\pi}{12}$
C. $x = \frac{\pi}{6}$
D. $x = \frac{\pi}{12}$
- (2008 福建卷 7) 函数 $y = \cos x (x \in \mathbf{R})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 的解析式为().
A. $-\sin x$
B. $\sin x$
C. $-\cos x$
D. $\cos x$
- (2008 海南卷 11) 函数 $f(x) = \cos 2x + 2\sin x$ 的最小值和最大值分别为().
A. -3, 1
B. -2, 2
C. -3, $\frac{3}{2}$
D. -2, $\frac{3}{2}$

8. (2008 湖北卷 7) 将函数 $y = \sin(x - \theta)$ 的图象 F 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到图象 F' , 若 F' 的一条对称轴是直线 $x = \frac{\pi}{4}$, 则 θ 的一个可能取值是().
- A. $\frac{5}{12}\pi$ B. $-\frac{5}{12}\pi$ C. $\frac{11}{12}\pi$ D. $-\frac{11}{12}\pi$
9. (2008 江西卷 6) 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + 2\sin \frac{x}{2}}$ 是().
- A. 以 4π 为周期的偶函数 B. 以 2π 为周期的奇函数
C. 以 2π 为周期的偶函数 D. 以 4π 为周期的奇函数
10. (2008 山东卷 10) 已知 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{6}) + \sin \alpha = \frac{4}{5}\sqrt{3}$, 则 $\sin(\alpha + \frac{7\pi}{6})$ 的值是().
- A. $-\frac{2\sqrt{3}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
11. (2008 陕西卷 1) $\sin 330^\circ$ 等于().
- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
12. (2008 浙江卷 2) 函数 $y = (\sin x + \cos x)^2 + 1$ 的最小正周期是().
- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 2π
13. (2008 北京卷 9) 若角 α 的终边经过点 $P(1, -2)$, 则 $\tan 2\alpha$ 的值为 _____.
14. (2008 江苏卷 1) $f(x) = \cos(\omega x - \frac{\pi}{6})$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{5}$, 其中 $\omega > 0$, 则 $\omega =$ _____.
15. (2008 辽宁卷 16) 设 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则函数 $y = \frac{2\sin^2 x + 1}{\sin 2x}$ 的最小值为 _____.
16. (2008 浙江卷 12) 若 $\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = \frac{3}{5}$, 则 $\cos 2\theta =$ _____.
17. (2007 海南、宁夏文理卷 17) 如图, 测量河对岸的塔高 AB 时, 可以选与塔底 B 在同一水平面内的两个测点 C 与 D . 现测得 $\angle BCD = \alpha$, $\angle BDC = \beta$, $CD = s$, 并在点 C 测得塔顶 A 的仰角为 θ , 求塔高 AB .



(第 17 题)

18. (2007 福建理科卷 17) 在 $\triangle ABC$ 中, $\tan A = \frac{1}{4}$, $\tan B = \frac{3}{5}$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 最大边的边长为 $\sqrt{17}$, 求最小边的边长.

19. (2007 广东理科卷 16) 已知 $\triangle ABC$ 顶点的直角坐标分别为 $A(3, 4)$ 、 $B(0, 0)$ 、 $C(c, 0)$.

(1) 若 $c = 5$, 求 $\sin \angle A$ 的值;

(2) 若 $\angle A$ 是钝角, 求 c 的取值范围.

20. (2007 湖北理科卷 16) 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 3, 且满足 $0 \leq \vec{AB} \cdot \vec{AC} \leq 6$, 设 $\vec{AB}$ 和 $\vec{AC}$ 的夹角为 θ .

(1) 求 θ 的取值范围;

(2) 求函数 $f(\theta) = 2\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) - \sqrt{3}\cos 2\theta$ 的最大值与最小值.