

（供2009年广州市中考数学复习使用）

初中数学专题讲座与测评

（原名：广州市中考数学试题分析与测评）

2009

广州市中学数学教学研究会 编
广州市中考数学试题研究组

广东省出版集团
新世纪出版社



2009

ISBN 978-7-5405-3266-6



9 787540 532666 >

定价：22.80元

(供 2009 年广州市中考数学复习使用)

依据新课标 面向新中考
初中数学专题讲座与测评

(原名: 广州市中考数学试题分析与测评)

广州市中学数学教学研究会 编
广州市中考数学试题研究组

· 广州 ·

广东省出版集团

新世纪出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学专题讲座与测评 / 广州市中学数学教研会编.
—3 版. —广州: 新世纪出版社,
2008. 12

ISBN 978 - 7 - 5405 - 3266 - 6

I. 初… II. 广… III. 数学课 - 初中 - 升学参考
资料 IV. G634. 603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 167533 号

出 版 人: 陈锐军

责任编辑: 熊 雁

封面设计: 胡改咏

责任技编: 陈静娴

(供 2009 年广州市中考数学复习使用)

初中数学专题讲座与测评

(原名: 广州市中考数学试题分析与测评)

广州市中学数学教学研究会
广州市中考数学试题研究组 编

*

新世纪出版社出版发行

广州新华印务有限公司

(惠福西路走木街 30 号)

787 毫米×1092 毫米 16 开本 12.5 印张 250,000 字

2006 年 12 月第 1 版 2007 年 12 月第 2 版

2008 年 12 月第 3 版 2008 年 12 月第 3 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5405 - 3266 - 6

定价: 22.80 元(含解答)

如有印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂(电话: 020 - 81074571)联系调换。

编写说明

《初中数学专题讲座与测评》一书由原《广州市中考数学试题分析与测评》改版而成。全书根据广州市中考数学考试大纲，依照义务教育数学课程标准，针对广州市近几年中考数学试题的特点和2009年命题趋势，在2008年的基础上进行了较大幅度的修改，增加了较多的内容，从而使本书更具权威性。全书共设置了十三个专题。其中前九个专题供第一轮复习使用，专题十、十一、十二供第二轮复习使用，专题十三为综合测试。

前九个专题均由试题特点、考题分析、考题精练、测试评价等四部分组成。其中试题特点主要分析近几年广州市中考数学试题对该部分的考查方向、题型、难度、以及重要的数学思想方法等内容；考题精讲则从近三年广州市中考数学试题中精选2-3道典型试题进行有针对性的讲解和点评，有利于同学们掌握解题迷津，领悟数学思想方法；考题精练则按专题搜集了广州市新课程中考数学科的所有试题，并从近几年其它地市新课程中考数学试题中精选了部分试题，旨在提高同学们应用数学知识和方法解决问题的能力；测试与评价主要用于检测同学们对本专题知识的掌握情况，每专题提供A、B两组试题，其中A组试题侧重于基础知识和基本技能的考查，B组试题稍难，相当于中考试题中等或以上的程度，这些试题可结合《广州市初中毕业生学业考试指导书》相关内容复习时使用。

专题十、十一、十二主要是引导同学们把握中考数学试题各种题型的解题策略，提高综合运用数学思想方法解决问题的能力。

专题十三是综合测评。精心设置了“数与代数”、“空间与图形”、“统计与概率”三个学习领域的测试题（“课题学习”没有专门设置测试题，但其思想方法已融入其它试题中）以及三套综合测试题，并对所有的试题给出了解答，以方便同学们及时查对答案，进行自我评价，找出存在的问题。

《初中数学专题讲座与测评》一书由广州市中学数学教学研究会有丰富教学经验并取得丰硕教学成果的初中数学骨干教师进行编写，对2009年中考数学复习具有较强的针对性和实效性。

为了保证书稿的质量，本书还邀请了一批广州市初中数学骨干教师参与审校工作，在此表示感谢。

尽管参与本书编写、编辑和审校的人员均抱着非常认真的态度从事着本书的编写与出版工作，但由于水平有限，或偶有疏忽，本书必定还存在一些不足之处，恳请广大教师和学生提出批评、建议，以便再版时修订。

编者

2008年12月

目 录

专题一	“数与式”中考试题分析与测评	1
专题二	“方程与不等式”中考试题分析与测评	9
专题三	“函数”中考试题分析与测评	20
专题四	“图形的认识”中考试题分析与测评	33
专题五	“图形与变换”中考试题分析与测评	44
专题六	“图形与坐标”中考试题分析与测评	56
专题七	“图形与证明”中考试题分析与测评	66
专题八	“统计”中考试题分析与测评	78
专题九	“概率”中考试题分析与测评	91
专题十	中考数学试题中各种题型的答题技巧	102
专题十一	初中数学思想方法选讲	115
专题十二	初中数学知识的综合应用	125
专题十三	综合测评	136
	“数与代数”测试题	136
	“空间与图形”测试题	140
	“统计与概率”测试题	145
	初中数学综合测试题(一)	150
	初中数学综合测试题(二)	156
	初中数学综合测试题(三)	163
参考答案		169

专题一 “数与式”中考试题分析与测评

刘丁丁 (广州市第41中学)

【试题特点】

《数与式》在近三年广州市中考试题中大部分属于容易题,分值在15分~28分,主要是考查有理数、整式、分式、根式的有关知识,其中重点考查的是整式、分式的有关运算和因式分解的简单应用.题型以选择题、填空题为主,在2007年和2008年的中考试题中也分别出现了一道、两道这部分内容的解答题.从2008年的试题看,这部分总共考了3个小题2个大题,占分达到了28分,至少比前几年多考查了一个解答题,可见其有加强的趋势.由于这部分涉及到初中阶段的几个核心概念和重要方法,如整式、分式、二次根式、绝对值等概念以及因式分解等重要方法,所以在复习中要注意对概念的理解,在此基础上,进行适当的变式训练,不能只是简单的模仿和生搬硬套.

【考题精讲】

例1 (2008年广州市第17题)分解因式 $a^3 - ab^2$.

答案 $a(a+b)(a-b)$

点评 本题是2008年广州中考题的第一道解答题,主要考查因式分解知识,学生只需使用提公因式法和公式法(平方差公式)即可求解,本题占分9分,得分容易失分也容易.解题的关键是熟练掌握因式分解的各种方法.

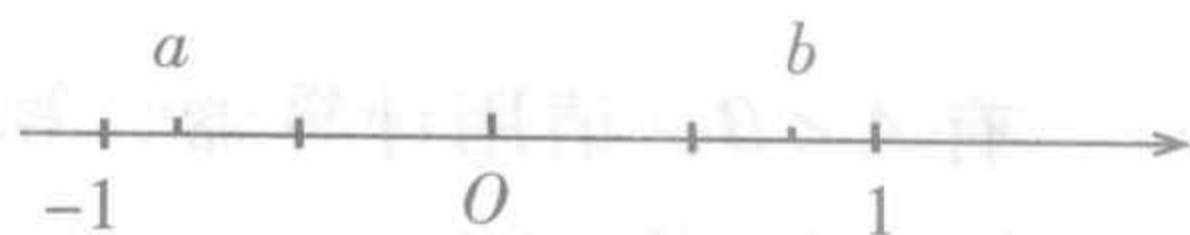
例2 (2007年广州市第3题)下列计算中,正确的是().

(A) $x \cdot x^3 = x^3$ (B) $x^3 - x = x$ (C) $x^3 \div x = x^2$ (D) $x^3 + x^3 = x^6$

解 根据同底数幂的除法运算,即可得出结果.选C.

点评 本题主要考查整式的有关计算,整式部分内容在中考试题中的要求不高,基本以选择题或填空题形式出现,解题的关键是对整式的有关计算公式和法则的合理使用.

例3 (2008年广州市第19题)如图,实数 a 、 b 在数轴上的位置,化简 $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$.



答案 $-2b$

点评 本题考查的是二次根式、绝对值、数轴的有关知识,概念性很强,是解答题中比较容易出错的一道题.解题时要先把式子转化为绝对值式子,然后由数轴读出

各绝对值内数的符号，最后进行简单的加减。二次根式是 2008 年考题的一个新热点，可能与教材中二次根式内容移到九年级上册有关。

【考题精练】

- (2006 年广州市第 1 题) 下列四个数中，最小的数是().
(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) $\sqrt{2}$
- (2006 年广州市第 3 题) 若代数式 $\frac{1}{\sqrt{x}}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围为().
(A) $x > 0$ (B) $x \geq 0$ (C) $x \neq 0$ (D) $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$
- (2008 浙江杭州第 5 题) 化简 $\frac{x^2}{y-x} - \frac{y^2}{y-x}$ 的结果是().
(A) $-x-y$ (B) $y-x$ (C) $x-y$ (D) $x+y$
- (2005 年广州市第 7 题) 用计算器计算 $\frac{\sqrt{2^2-1}}{2-1}, \frac{\sqrt{3^2-1}}{3-1}, \frac{\sqrt{4^2-1}}{4-1}, \frac{\sqrt{5^2-1}}{5-1}, \dots$,
根据你发现的规律，判断 $P = \frac{\sqrt{n^2-1}}{n-1}$ 与 $Q = \frac{\sqrt{(n+1)^2-1}}{(n+1)-1}$ (n 为大于 1 的整数) 的
值的大小关系为().
(A) $P < Q$ (B) $P = Q$ (C) $P > Q$ (D) 与 n 的取值有关
- (2008 浙江杭州第 1 题) 北京 2008 奥运的国家体育场“鸟巢”建筑面积达 25.8 万平方米，用科学计数法表示为().
(A) $25.8 \times 10^4 \text{ m}^2$ (B) $25.8 \times 10^5 \text{ m}^2$
(C) $2.58 \times 10^5 \text{ m}^2$ (D) $2.58 \times 10^4 \text{ m}^2$
- (2006 年佛山市第 1 题) 4 的平方根是().
(A) ± 2 (B) 2 (C) $\pm \frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$
- (2007 广州市第 11 题) 化简: $|-2| =$ _____.
- (2006 年广州市第 11 题) 计算: $a^5 \div a^3 =$ _____.
- (2006 年广州市第 12 题) 计算: $\frac{x^2-x}{x-1} =$ _____.
- (2006 年广州市第 14 题) 已知 $A = n - \frac{1}{2}$, $B = 3\sqrt{n} - 2$ (n 为正整数). 当 $n \leq 5$ 时,
有 $A < B$; 请用计算器计算当 $n \geq 6$ 时, A, B 的若干个值, 并由此归纳出当 $n \geq 6$
时, A, B 间的大小关系为 _____.
- (2006 年广东省第 7 题) 分解因式 $2x^2 - 4xy + 2y^2 =$ _____.
- (2006 年广东省第 9 题) 化简 $\frac{7-\sqrt{7}}{\sqrt{7}} =$ _____.

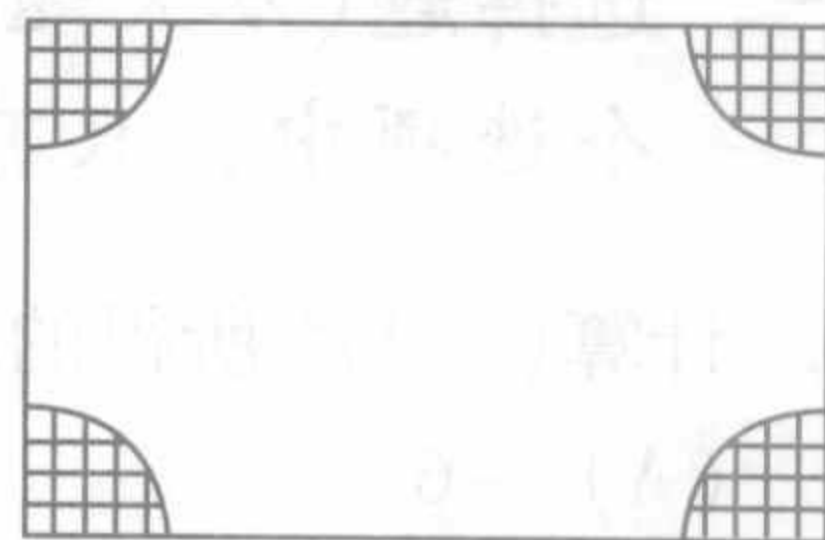
13. (2006 年深圳市第 14 题) 人民公园的侧门口有 9 级台阶, 小聪一步只能上 1 级台阶或 2 级台阶, 小聪发现当台阶数分别为 1 级、2 级、3 级、4 级、5 级、6 级、7 级……逐渐增加时, 上台阶的不同方法的种数依次为 1、2、3、5、8、13、21……这就是著名的斐波那契数列. 那么小聪上这 9 级台阶共有_____种不同方法.

14. (2006 年佛山市第 14 题) 如图, 数轴上的两个点 A, B 所表示的数分别是 a, b , 在 $a+b, a-b, ab, |a| - |b|$ 中, 是正数的有_____个.



(第 14 题图)

15. (2005 年广东省第 14 题) 如图, 某长方形广场的四角都有一块半径相同的四分之一圆形的草地, 若圆形的半径为 r 米, 长方形长为 a 米, 宽为 b 米.

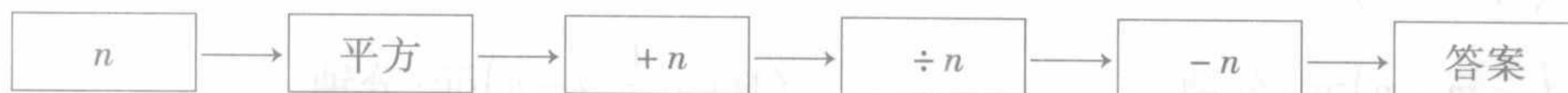


(第 15 题图)

- (1) 请用代数式表示空地的面积;
(2) 若长方形的长为 300 米, 宽为 200 米, 圆的半径为 10 米, 求广场空地的面积 (计算结果保留 π).

16. (2005 年深圳市第 14 题) 已知: $\frac{2}{1} \times 2 = \frac{2}{1} + 2, \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2} + 3, \frac{4}{3} \times 4 = \frac{4}{3} + 4, \dots$, 若 $\frac{a}{b} \times 10 = \frac{a}{b} + 10$ (a, b 都是正整数), 则 $a+b$ 的最小值是_____.

17. (2006 年广东省第 12 题) 按下列程序计算, 把答案写在表格内:



(1) 填写表格:

输入 n	3	$\frac{1}{2}$	-2	-3	...
输出答案					...

(2) 请将题中计算程序用代数式表达出来, 并给予化简.

【测试评价】

“数与式”测试题(A组)

(时间 40 分钟, 满分 100 分)

一、选择题(本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 计算 $(-2)^3$ 所得的结果是().

- (A) -6 (B) 6 (C) -8 (D) 8

2. 在 $-\sqrt{2}$, 0.31 , $\frac{\pi}{3}$, $\frac{1}{7}$, 0.80108 , $\sqrt{7}$ 中, 无理数的个数为().

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. 下列二次根式中属于最简二次根式的是().

- (A) $\sqrt{18}$ (B) $\sqrt{2a}$ (C) $\sqrt{3a^2}$ (D) $\sqrt{\frac{a}{3}}$

4. 若实数 a 、 b 互为相反数, 则下列等式中恒成立的是().

- (A) $a - b = 0$ (B) $a + b = 0$
(C) $ab = 1$ (D) $ab = -1$

5. 某种手机卡的市话费上次已按原收费标准降低了 m 元/分钟, 现在再次下调 20%, 使收费标准为 n 元/分钟, 那么原收费标准为().

- (A) $\left(\frac{5}{4}n - m\right)$ 元/分钟 (B) $\left(\frac{5}{4}n + m\right)$ 元/分钟
(C) $\left(\frac{1}{4}m - n\right)$ 元/分钟 (D) $\left(\frac{1}{4}m + n\right)$ 元/分钟

6. 若 $a < 0$, 则 $|a - \sqrt{a^2}|$ 的结果是().

- (A) 0 (B) $2a$ (C) $-2a$ (D) $2a$ 或 $-2a$

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

7. 据中新社报道: 2010 年我国粮食产量将达到 5400000000000kg, 用科学记数法表示这个粮食产量为_____ kg.

8. 某天早晨的气温是 -7°C , 中午上升了 11°C , 则中午的气温是_____.

9. $\sqrt{3}$ 的倒数是_____.

10. 分解因式: $7x^2 - 63 =$ _____.

11. 计算: $2a^2 \cdot a^3 \div a^4 =$ _____.

12. 某公司今年5月份的纯利润是100万元,如果每个月纯利润增长率都是 x ,那么预计7月份的利润将达到_____万元.(用含 x 的代数式表示)

三、解答题(本大题共4题,满分52分,解答应写出文字说明、证明过程或演算过程)

13. (本小题满分16分)计算:

(1) $(1 - 100) \times (-20) - (-7)$

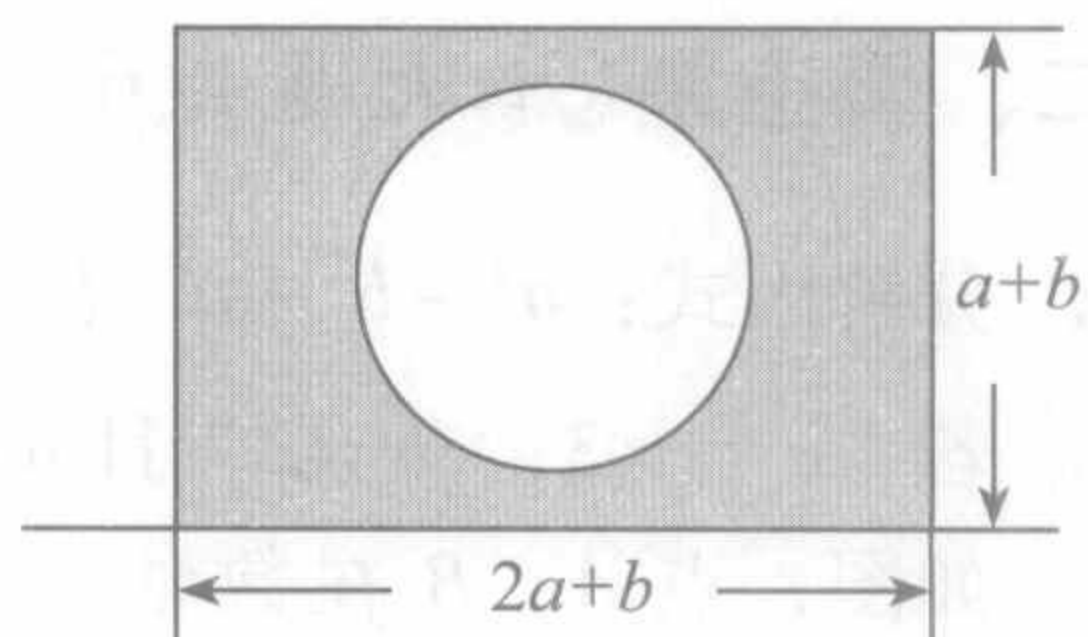
(2) $9\sqrt{45} \div 3\sqrt{\frac{1}{5}} \times \frac{3}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}}$

(3) $|-1| - 2006^0 + 3^{-1}$

14. (本小题满分12分)先化简下列代数式,再求值: $\left(\frac{x^2}{x-3} - \frac{2x}{x-3}\right) \div \frac{x}{x-3}$, 其中 $x = \sqrt{7} + 1$ (结果精确到0.01).

15. (本小题满分12分)某商店有两个进价不同的计算器都卖了64元,其中一个盈利60%,另一个亏本20%,求在这次买卖中,这家商店是赚了还是亏了,情况如何?

16. (本小题满分12分)某个居民小区的长方形花园的长、宽分别为 $2a+b$ 和 $a+b$,中间有一个半径为 a 的圆形游乐场(如图),请你选用代数式表示图中阴影部分的面积,再求当 $a=5$ 米, $b=10$ 米时阴影部分的面积(π 取3.14).



(第16题图)

“数与式”测试题(B组)

(时间 40 分钟, 满分 100 分)

一、选择题(本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 下列运算中, 结果正确的是().

(A) $x^3 \cdot x^3 = x^6$

(B) $3x^2 + 2x^2 = 5x^4$

(C) $(x^2)^3 = x^5$

(D) $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

2. 下列根式中, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是().

(A) $\sqrt{24}$

(B) $\sqrt{12}$

(C) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(D) $\sqrt{18}$

3. 把 $a^2 - 2a - 1$ 分解因式, 正确的是().

(A) $a(a-2) - 1$

(B) $(a-1)^2$

(C) $(a-1+\sqrt{2})(a-1-\sqrt{2})$

(D) $(a+1+\sqrt{2})(a+1-\sqrt{2})$

4. 若两个实数 a, b 在数轴上表示的点位置如图



所示, 则化简 $|a-b| + \sqrt{(a+b)^2}$ 的结果等于().

(A) $2a$

(B) $2b$

(C) $-2a$

(D) $-2b$

5. 某市 2008 年的国民生产总值约为 333.9 亿元, 预计 2009 年比上一年增长 10%, 用科学计数法表示 2009 年该市的国民生产总值应是(结果保留 3 个有效数字)().

(A) 3.67×10^{10} 元

(B) 3.673×10^{10} 元

(C) 3.67×10^{11} 元

(D) 3.67×10^8 元

6. 已知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 4$, 则 $\frac{a-2ab-b}{2a-2b+7ab}$ 的值等于().

(A) 6

(B) -6

(C) $\frac{2}{15}$

(D) $-\frac{2}{7}$

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

7. 分解因式: $a^2 - b^2 + a - b =$ _____.

8. 若 $|a| = 3$, $\sqrt{b} = 2$, 且 $ab < 0$, 则 $a-b$ 的值为_____.

9. 如图, 点 A, B 在数轴上对应的实数分别为 m, n , 则 A, B 之间的距离是_____ (用含 m, n



的代数式表示).

(第 9 题图)

10. 等式 $|x-y| = \sqrt{(x+y)^2 + ()}$ 中的括号应填入_____.

11. 若实数 a, b 满足 $(a+b-2)^2 + \sqrt{b-2a+3} = 0$, 则 $2b-a+1 =$ _____.

12. 观察下列等式: $\frac{1^2-1}{1+1}=0$, $\frac{2^2-1}{2+1}=1$, $\frac{3^2-1}{3+1}=2$, $\frac{4^2-1}{4+1}=3$, ..., 请你用一个等式表示这个规律_____.

三、解答题(本大题共4题, 满分52分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算过程)

13. 化简计算:

(1)(本小题满分5分) $3^2 - 50 \div 2^2 \times \left(-\frac{1}{10}\right) - 1$

(2)(本小题满分5分) $\frac{2}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{8} - (\sqrt{2}+1)^0$

(3)(本小题满分6分) $\frac{a^2-1}{a^2+2a+1} \div \frac{a^2-a}{a+1}$

14. (本小题满分12分) 先化简 $\left(1 + \frac{1}{x-1}\right) \div \frac{x}{x^2-1}$, 再选择一个恰当的 x 值代入求值.

15. (本小题满分 12 分) 观察下列等式:

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \quad \dots$$

用你发现的规律解答下列问题:

(1) 计算 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} =$ _____.

(2) 探究 $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} =$ _____. (用含有 n 的式子表示)

(3) 若 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ 的值为 $\frac{17}{35}$, 求 n 的值.

16. (本小题满分 12 分) 某工地有积水, 防汛指挥部决定使用水泵排水, 假设每小时雨水增加量相同, 每台水泵的排水能力也相同, 若开一台水泵 10 小时可排完积水, 开两台水泵 3 小时可排完积水, 则开三台水泵多少小时可排完积水?

专题二 “方程与不等式”中考试题分析与测评

黄宇红 (广州市五羊中学)

【试题特点】

考查主要方向:

《方程与不等式》是初中数学的核心内容之一,纵观近几年广州市中考试题,涉及该专题知识的考题比较稳定,基本题型变化不大,主要包括:

1. 方程(组)的解及不等式(组)解集与整数解集等;
2. 用一元二次方程根的判别式、根与系数的关系解决一些简单问题;
3. 将方程和不等式应用于实际问题之中;
4. 将方程及不等式知识与函数、几何、统计等内容相结合,构成探索性试题.

常见题型、难度、分值:

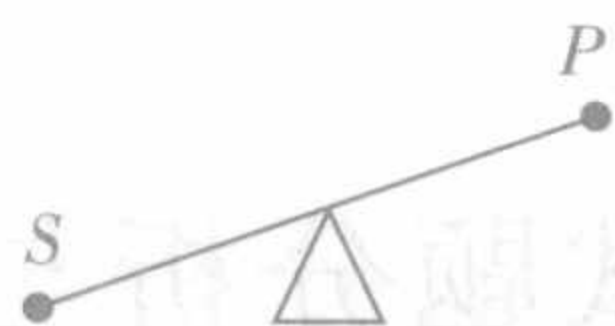
《方程与不等式》这一板块,试题的呈现方式是灵活多样的. 选择题、填空题、解答题三种题型都有出现;试题难度既有考查基本知识,基本技能和基本方法的容易题;也有综合运用的较高难度的试题. 其中方程的基本概念和基础知识主要以填空、选择等基本题为主,分值约占3至6分,而解答题主要以考查方程的解法、方程知识的基本应用和方程知识的综合、探索、分类讨论等热门题呈现,分值约占20分左右.

试题走向分析:

1. 直接解方程(组)或不等式(组)的习题,多为简单的选择题、填空题、解答题;
2. 不等式的特殊解(满足一定条件的整数解、正整数解、非负整数解等)主要考查本专题的基础知识、基本技能;
3. 确定字母系数的值或取值范围以及字母系数间的关系,以中档题的形式出现;
4. 方程(组)或不等式(组)的相关应用题近几年有增多的趋势,这类题主要考查方程思想、应用意识、建模能力,大多通过最大、最小、最省、最合理等体现,涉及的内容丰富多样,几乎涵盖了《方程与不等式》的所有内容,常以中高档的综合题形式出现.

【考题精讲】

例1 (2007年广州市第10题)四个小朋友玩跷跷板,他们的体重分别为 P 、 Q 、 R 、 S ,如图所示,则他们的体重大小关系是().



(图 1-1)



(图 1-2)



(图 1-3)

(A) $P > R > S > Q$

(B) $Q > S > P > R$

(C) $S > P > Q > R$

(D) $S > P > R > Q$

解 由图 1-1 可知 $S > P$, 由图 1-2 可知 $P > R$, 即 $S > P > R$, 再结合图 1-3 可推断 Q 最小.

答案 D.

点评 本题源于课本, 是课本的例题或习题的类比、改造、延伸和拓展. 本题巧妙地将“翘翘板”这一学生喜闻乐见的游戏形式与不等式组相结合, 既考查了学生的观察能力和分析能力, 又体现了对于生活实际的一种数学抽象与再创造的过程.

例 2 (2006 年广州市第 21 题) 目前广州市小学和初中在校生共有约 128 万人, 其中小学生在校人数比初中生在校人数的 2 倍多 14 万人(数据来源: 2005 学年度广州市教育统计手册).

(1) 求目前广州市在校的小学生人数和初中生人数;

(2) 假设今年小学生每人需交杂费 500 元, 初中生每人需交杂费 1000 元, 而这些费用全部由广州市政府拨款解决, 则广州市政府要为此拨款多少?

解 (1) 方法 1: 设目前广州市在校的中学生人数约为 x 万, 则目前广州市在校的小学生人数约为 $(2x + 14)$ 万, 根据题意得:

$$(2x + 14) + x = 128, \text{ 解这个方程, 得 } x = 38.$$

$$2x + 14 = 2 \times 38 + 14 = 90.$$

答: 目前广州市在校的小学生人数和初中生人数分别约为 90 万和 38 万.

方法 2: 设目前广州市在校的小学生人数约为 x 万, 在校初中生人数约为 y 万, 根据题意得:
$$\begin{cases} x + y = 128 \\ x = 2y + 14 \end{cases}, \text{ 解这个方程组, 得 } \begin{cases} x = 90 \\ y = 38. \end{cases}$$

答: 目前广州市在校的小学生人数和初中生人数分别约为 90 万和 38 万.

(2) $500 \times 90 + 1000 \times 38 = 83000$ (万元).

答: 今年市政府要支出 83000 万元.

点评 本题主要考查从文字信息中读取有效信息、建立方程模型解决实际问题的能力. 列方程(组)解应用题要从复杂的问题中理出头绪, 将实际问题抽象成数学问题. 同学们只要将有关数据采取恰当的方法(如列表、画图等)进行分析, 从表中找出量与量之间的关系, 通过列方程或列方程组, 从而把问题解决.

例 3 (2006 年广州市第 22 题) 如图, $\odot O$ 的半径为 1, 过点 $A(2, 0)$ 的直线切 $\odot O$ 于点 B , 交 y 轴于点 C .

- (1) 求线段 AB 的长;
 (2) 求以直线 AC 为图象的一次函数的解析式.

解 (1) 连结 OB ,

$\because$ 直线 BC 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OB \perp AC$, 且 $OB = 1$.

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

(2) 由(1)得, 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle OAC = 30^\circ$,

$\therefore$ $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $OC = OA \cdot \tan \angle OAC = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

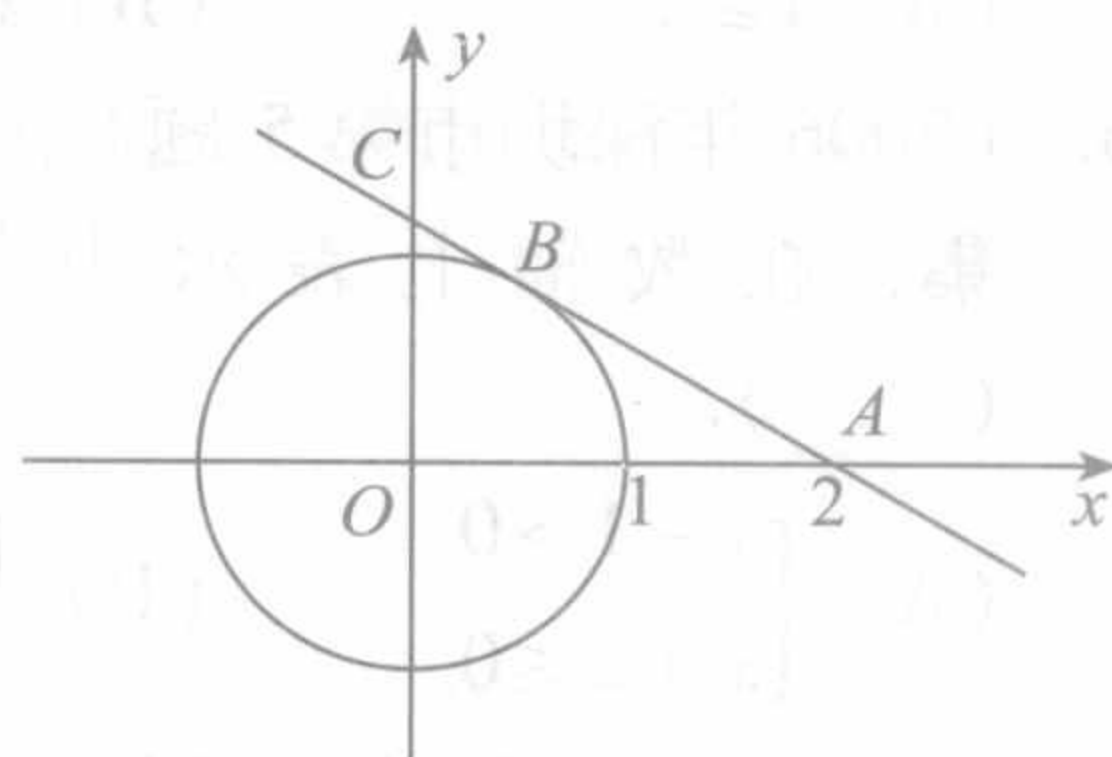
$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, \frac{2\sqrt{3}}{3})$.

设以直线 AC 为图象的一次函数的解析式为

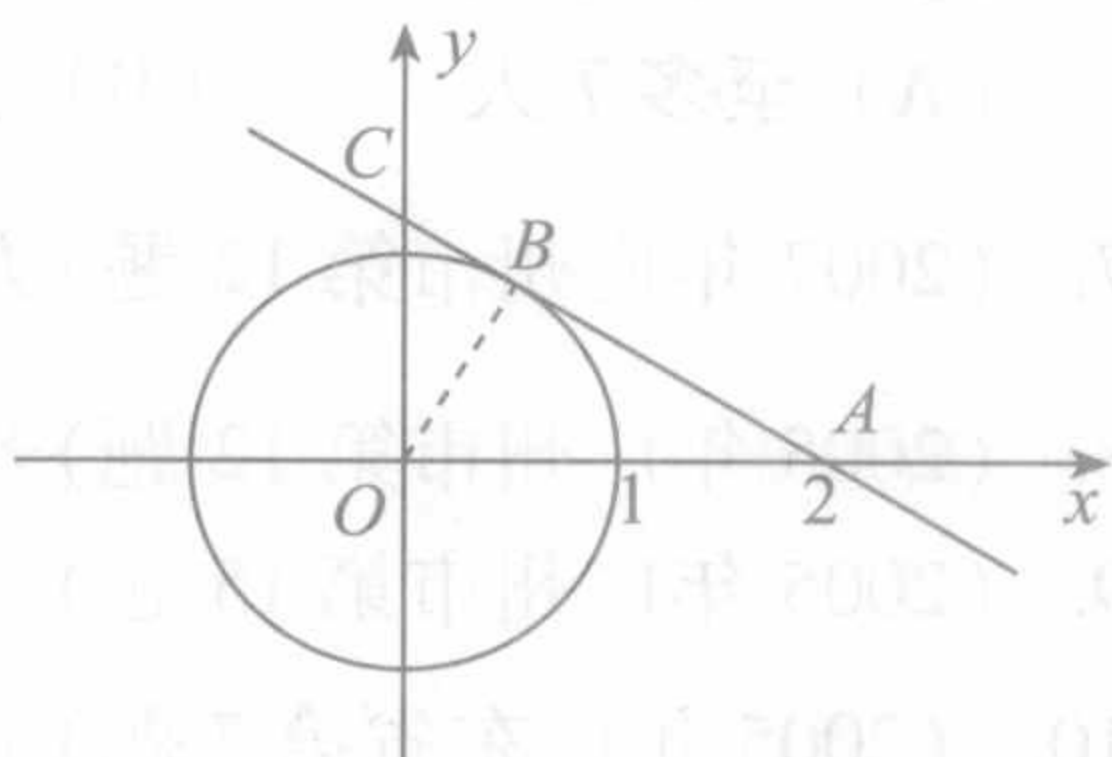
$y = kx + b$, 依题意, 得:

$$\begin{cases} 0 = 2k + b, \\ \frac{2\sqrt{3}}{3} = b. \end{cases} \quad \text{解之, 得} \quad \begin{cases} k = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \\ b = \frac{2\sqrt{3}}{3}. \end{cases}$$

$\therefore$ 所示的一次函数的解析为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$.



(例2图)



(例2图)

点评 本题从表面上看是考查直线与圆的位置关系、用待定系数法求一次函数的解析式等基础知识. 然而同学们如果把该问题细作分析, 就可发现本题实际上是方程思想的典型运用.

【考题精练】

- (2007 年广州市第 5 题) 以 $\begin{cases} x = 1, \\ y = -1 \end{cases}$ 为解的二元一次方程组是().
 (A) $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = 1 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = -1 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = 2 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x + y = 0, \\ x - y = -2 \end{cases}$
- (2006 年广州市第 5 题) 一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个根分别为().
 (A) $x_1 = 1, x_2 = 3$ (B) $x_1 = 1, x_2 = -3$
 (C) $x_1 = -1, x_2 = 3$ (D) $x_1 = -1, x_2 = -3$
- (2007 年广州市第 9 题) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根同为负数, 则().
 (A) $p > 0$ 且 $q > 0$ (B) $p > 0$ 且 $q < 0$
 (C) $p < 0$ 且 $q > 0$ (D) $p < 0$ 且 $q < 0$