

通向金牌之路

丛书主编 许康华

JINBAN AOSAI JIAOCHENG

# 金版奥数教程

## 数学 五年级

◎ 本册主编 骆来根



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

JINBANAOSAIJIAOCHENG  
SHUXUE

# 金版奥数教程

丛书主编  
副主编

许康华  
闻雪洪  
曹贤鸣  
马腾  
陈曦  
邵国强  
裘玉云  
梁海鸥  
毛大平

何文明  
段春炳  
刘琴娣  
骆来根  
孙青儿  
董维民  
吕宏斌  
陈舜友

# 数学

(五年级)

本册主编 骆来根



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS  
浙江大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

金版奥数教程. 数学. 五年级/许康华主编. —杭州:  
浙江大学出版社, 2009. 9

ISBN 978-7-308-07051-5

I. 金… II. 许… III. 数学课—小学—教学参考资料  
IV. G624

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 165046 号

## 金版奥数教程·数学(五年级)

本册主编 骆来根

---

责任编辑 邹小宁

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州大漠照排印刷有限公司

印 刷 浙江省良渚印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 9.5

字 数 231 千

版 次 2009 年 9 月第 1 版 2009 年 9 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-07051-5

定 价 13.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571) 88925591

# 前 言

我国新一轮的课程改革从 2004 年开始,现在已逐步在全国各省、市展开。为了配合实施新课程标准,给学有余力、对化学有兴趣的学生提供学习空间,我们以“激发创新思维,开发学习潜能,培养综合能力”为宗旨,从竞赛学子的实际出发,遵循学习规律,重在引导,按照新教材的全部知识和化学竞赛基本要求来编写本套书。书中既有方法点拨,思维开拓,又有例题分析,针对性的训练,能使你在通向奥赛的道路上取得成功。

本套书分高一、高二和综合共三册。高一、高二内容分两部分。第一部分,按知识板块分成若干专题和单元,阐述高考和预赛所必需的知识。第二部分:专题培优,根据竞赛内容作专题的知识补充或提升。综合分册:根据全国高中学生化学竞赛基本要求水平分成若干专题来编写。

每一单元设计了下列栏目:

**【知识要点】**根据化学学科知识体系,以及高考、竞赛的要求,对本专题知识的重点、热点进行归纳、总结,并根据竞赛内容作适当的延伸,有利于学生整体把握知识。

**【解题示范】**每个小单元精选若干个典型例题。设有:(1)思路分析:在思想方法、解题策略、解题技巧和重要知识点的关键处进行点拨,便于学生从中掌握解题思路和解题规律。(2)举一反三:给出类题,以便学生举一反三,实战演练。

**【能力测试】**精选各地竞赛试题以及自编习题。试题分能力训练和冲击金牌两部分,满足不同层次学生的需求;试题体现典型性、新颖性和前瞻性,便于参赛学生强化知识,开阔视野,培养综合运用知识和解决问题的能力。

本书是由具有丰富竞赛辅导经验的特级和高级教练编写。专题 1,2 由张永久特级教练编写,专题 3,4 由陈进前特级教练编写,专题 5 由陈贵新特级教练编写,专题 6 由汪纪苗特级教练编写,部分专题培优由林肃浩特级教练编写,全书由林肃浩老师统稿。本书习题由 2009 年杭州二中北京大学、清华大学保送生,全国化学竞赛(省级)一等奖获得者赵诗杰、刘易、施力等同学进行了验算;浙江大学出版社徐素君老师为了本书做了大量细致的工作,在此向他们致谢!

鉴于时间仓促,书中定有不少纰漏,请读者批评指正。

编 者

2009 年 6 月

# 目录 CONTENTS

第 1 讲	小数的巧算	1
第 2 讲	循环小数	5
第 3 讲	平均数	9
第 4 讲	面积计算	13
第 5 讲	等积变形	20
第 6 讲	图形的剪拼	27
第 7 讲	长方体和正方体的表面积	32
第 8 讲	长方体和正方体的体积	36
第 9 讲	列方程解应用题	40
第 10 讲	行程问题	44
第 11 讲	流水问题	48
第 12 讲	牛吃草问题	52
第 13 讲	周期问题	56
第 14 讲	简单统计	61
第 15 讲	逻辑推理	65
第 16 讲	容斥原理	70
第 17 讲	抽屉原理	73
第 18 讲	数的整除(1)	77
第 19 讲	数的整除(2)	81
第 20 讲	奇偶性分析	85
第 21 讲	质数与合数	90
第 22 讲	分解质因数	93
第 23 讲	最大公约数与最小公倍数	96
第 24 讲	带余除法	100
第 25 讲	完全平方数	103
第 26 讲	自然数的数字和	107
第 27 讲	连续自然数	110
第 28 讲	进位制	113
	参考答案	117

## 第1讲 小数的巧算

小数的巧算的基本方法就是灵活运用四则运算法则、运算律,把题目中的数尽可能快地转化为整数。

**例1** 计算:  $25.82+22.42+74.18-10.42$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 25.82+22.42+74.18-10.42 \\ & = (25.82+74.18)+(22.42-10.42) \\ & = 100+12 \\ & = 112 \end{aligned}$$

**做一做** 计算:  $94.7+(37.2-44.7)-57.2$

$$\begin{aligned} \text{解 答} \quad & 94.7+(37.2-44.7)-57.2 \\ & = (94.7-44.7)-(57.2-37.2) \\ & = 50-20=30 \end{aligned}$$

**例2** 计算:  $2009 \times 98 - 200.9 \times 80 + 20090$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 2009 \times 98 - 200.9 \times 80 + 20090 \\ & = 2009 \times 98 - 2009 \times 8 + 2009 \times 10 \\ & = 2009 \times (98 - 8 + 10) \\ & = 2009 \times 100 \\ & = 200900 \end{aligned}$$

**做一做** 计算:  $3.54 \times 5.55 + 44.5 \times 0.354 + 354$

$$\begin{aligned} \text{解 答} \quad & 3.54 \times 5.55 + 44.5 \times 0.354 + 354 \\ & = 3.54 \times 5.55 + 3.54 \times 4.45 + 3.54 \times 100 \\ & = 3.54 \times (5.55 + 4.45 + 100) \\ & = 3.54 \times 110 = 389.4 \end{aligned}$$

**例3** 计算:  $0.9+9.9+99.9+999.9+9999.9$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 0.9+9.9+99.9+999.9+9999.9 \\ & = (1-0.1)+(10-0.1)+(100-0.1) \\ & \quad + (1000-0.1)+(10000-0.1) \\ & = 11111-0.5 \\ & = 11110.5 \end{aligned}$$

**做一做** 计算:  $124.68+324.68+524.68+724.68+924.68$

$$\begin{aligned} \text{解 答} \quad & 124.68+324.68+524.68+724.68+924.68 \\ & = (100+300+500+700+900)+24.68 \times 5 \end{aligned}$$



一点评

如何把小数较快转化为整数,这是巧算的关键。



一点评

根据“积不变的性质”将算式变形。



一点评

凑整是小数运算中一种重要的方法。



$$=2500+123.4$$

$$=2623.4$$

**例4** 计算： $2.54 \times 12.5 \times 2 \times 8$

**分析** 由于  $12.5 \times 8 = 100$ ，可利用乘法交换律及结合律简化计算。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 2.54 \times 12.5 \times 2 \times 8 \\ & = (2.54 \times 2) \times (12.5 \times 8) \\ & = 5.08 \times 100 \\ & = 508 \end{aligned}$$

**做一做** 计算： $0.125 \times 64 \times 0.25 \times 0.5$

$$\begin{aligned} \text{解 答} \quad & 0.125 \times 64 \times 0.25 \times 0.5 \\ & = (0.125 \times 8) \times (0.25 \times 4) \times (0.5 \times 2) \\ & = 1 \times 1 \times 1 = 1 \end{aligned}$$

**例5** 计算： $4.24 \div 3.2 \div 2.5$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 4.24 \div 3.2 \div 2.5 \\ & = 4.24 \div (3.2 \times 2.5) \\ & = 4.24 \div [0.8 \times (4 \times 2.5)] \\ & = 4.24 \div 8 \\ & = 0.53 \end{aligned}$$

**做一做** 计算： $55.26 \div 3.2 \div 1.25$

$$\begin{aligned} \text{解 答} \quad & 55.26 \div 3.2 \div 1.25 \\ & = 55.26 \div (3.2 \times 1.25) \\ & = 55.26 \div (0.8 \times 1.25 \times 4) \\ & = 55.26 \div 4 = 13.815 \end{aligned}$$

**例6** 计算： $22.8 \times 98 + 45.6$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 22.8 \times 98 + 45.6 \\ & = 22.8 \times 98 + 22.8 \times 2 \\ & = 22.8 \times (98 + 2) \\ & = 2280 \end{aligned}$$

**做一做** 计算： $44.2 \times 97 + 132.6$

$$\begin{aligned} \text{解 答} \quad & 44.2 \times 97 + 132.6 \\ & = 44.2 \times 97 + 44.2 \times 3 \\ & = 44.2 \times (97 + 3) \\ & = 44.2 \times 100 = 4420 \end{aligned}$$

**例7** 计算： $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008})(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009}) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009})(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008})$



**点评**

某一部分的积为整数或整十、整百等，这是另一类凑整。



**点评**

运用运算性质改变运算顺序，可使运算简便。



**点评**

把一个数拆成两个数的积，逆向运用乘法分配律，可使运算简便。

**分析** 在整个算式中都含有  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008}$  和  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009}$ , 可将它们分别设为  $M, N$ 。

**解** 设  $M = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008}$ ,  $N = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009}$ 。

$$N - M = \frac{1}{2009}$$

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008}\right) \\ &= (1+N)M - (1+M)N \\ &= (M+MN) - (N+MN) \\ &= M - N \\ &= -\frac{1}{2009} \end{aligned}$$



**一点评**

把某一部分看成一个整体, 可将题目化简, 减少运算步骤。

**做一做** 若  $A = 1.23456789 \times 9.87654321$ ,  $B = 1.23456788 \times 9.87654322$ 。

试比较  $A$  与  $B$  的大小。

**解 答** 设  $M = 1.23456788$ ,  $N = 9.87654321$ ,  $0.00000001 \times N > 0.00000001 \times M$ , 因此,  $M \times N + 0.00000001 \times N > M \times N + 0.00000001 \times M$ ,  $(M + 0.00000001) \times N > (N + 0.00000001) \times M$ , 即  $A > B$ 。

### 基础训练

1. 用简便方法计算:  $99 \times 78.3 + 78.3 =$  \_\_\_\_\_。
2. 用简便方法计算:  $8.7 \times 9.9 =$  \_\_\_\_\_。
3. 用简便方法计算:  $27.56 - (3.019 - 0.44) + 3.019 =$  \_\_\_\_\_。
4. 用简便方法计算:  $63 \div 37 + 11 \div 37 =$  \_\_\_\_\_。
5. 用简便方法计算:  $0.888 \times 8 + 0.111 \times 36 =$  \_\_\_\_\_。
6. 用简便方法计算:  $0.25 \times 64 \times 12.5 =$  \_\_\_\_\_。
7. 计算:  $(0.75 \times 2.6 \times 2.7) \div (0.13 \times 0.25 \times 9) =$  \_\_\_\_\_。
8. 计算:  $379 \times 0.00038 + 159 \times 0.00621 + 3.79 \times 0.121 =$  \_\_\_\_\_。

### 冲击金牌

9. 用简便方法计算:  $22.3 \times 318.318 - 31.8 \times 223.223$





10. 比较大小  $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009}) (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008})$  和  $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2008}) (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2009})$ 。

11. 计算： $0.01 + 0.02 + 0.03 + \dots + 0.98 + 0.99$

## 第2讲 循环小数

两个整数相除,如果不能得到整数商,就会出现两种情况:一是除得尽,商的小数位数是有限的,叫有限小数;二是除不尽,即商的小数部分的位数是无限的,叫无限小数。

在无限小数中,如果从小数部分的某一位起,一个或连续几个数字依次重复出现,这样的小数叫循环小数。

常用化循环小数为分数的方法:如  $0.\dot{a} = \frac{a}{9}$ ,  $0.\dot{a}\dot{b} = \frac{ab}{99}$ ,  $0.\dot{a}b\dot{c} = \frac{abc}{999}$  等。

**例1** 在循环小数  $3.2598012\dot{3}$  的某一位上再添一个表示循环的点后,使得:

- (1) 新的循环小数尽可能大;
- (2) 新的循环小数尽可能小。

**解** (1) 小数点后最大的数字是9,表示循环的点应点在数字9上,这时的循环小数是最大的。

(2) 小数点后最小的数字是0,表示循环的点应点在数字0上,这时新的循环小数是最小的。

**做一做** 移动循环小数  $4.5005060\dot{4}$  的前一个循环点,使产生的循环小数尽可能小,这个新循环小数应是多少?

**解 答** 要使新循环小数尽可能小,那么循环节的第一位也尽可能小,在保证循环节第一位小数的前提下循环节第二位小数也尽可能小,……,因此,这个新循环小数应为  $4.5005060\dot{4}$ 。

**例2** 把  $\frac{15}{37}$  化成小数后,小数点第2009位数字是\_\_\_\_\_。

**解** 把  $\frac{15}{37}$  化成小数为  $0.\dot{4}05$ ,  $2009 \div 3 = 669 \cdots 2$ , 故小数点后2009位数字与小数点后第2位数字相同。因此把  $\frac{15}{37}$  化成小数后,小数点第2009位数字是0。

**做一做** 把  $\frac{14}{55}$  化为小数后,小数点第2009位数字是\_\_\_\_\_。

**解 答**  $\frac{14}{55} = 0.254\dot{5}$ , 循环节长为两位混循环,  $(2009 - 2) \div 2 = 1003 \cdots 1$ , 那么小数点第2009位数字与循环节第1个数字相同,即为4。

**例3** 把小数  $0.0123456789$  变成循环小数。



点评

要使循环小数尽可能大,即尽可能使较大数较快出现;要使循环小数尽可能小,要最小的数尽可能快出现。



点评

要指出循环小数的最小数点后某一位数字,首先要找出循环周期,循环节的起点。



(1) 循环节的两个点加在 4 和 9 上, 则此循环小数的小数点后第 2009 位小数是几?

(2) 要使小数点后第 1000 位数字是 5, 那么表示循环节的两个应分别加在哪两个数字上?

**解** (1) 循环小数的循环数字为 456789, 循环周期为 6, 循环前的小数有 4 位。

$$(2009-4) \div 6 = 334 \cdots 1$$

故小数 0.0123456789 的循环节的两个点加在 4 和 9 上, 则此循环小数的小数点后第 2009 位小数与开始循环的第 1 个数字相同, 即为 4。

(2) 由题意知, 第 1000 位的数字是 5, 则后面几位数字分别是 6, 7, 8, 9, 共 1004 位。那么  $(1004-10) = 994$  位, 这 994 位恰由若干个完整的循环节组成。

而  $994 = 2 \times 7 \times 71$ , 循环节长度至少有 5 位, 至多有 10 位, 循环周期为 7, 循环点应加在 3 和 9 上。

**做一做** 把小数 0.0123456789 变成循环小数, 要使小数点后第 2009 位数字是 4, 那么表示循环节的两个应分别加在哪两个数字上?

**解 答** 首先后一位循环节必须加在 9 上, 前一位循环节必须加在 0 或 1, 2, 3, 4 上, 循环节长度至少有 6 位。否则不可能出现小数点第 2009 位数字是 4。第 1 个 4 后一数字 5 (小数点第 6 位数字) 到小数点第 2009 位数字恰好为若干个完整的循环节,  $(2009-6+1) = 2004$ , 即 2004 为循环节的整数倍, 循环节的长度为 6 到 10, 而 2004 在 6 与 10 之间的约数为只有 6, 因此前一位循环应加在 4 上。

**例 4**  $\frac{a}{7}$  化成小数后, 小数点至少 \_\_\_\_\_ 个数字之和是 2005, 求整数  $a =$  \_\_\_\_\_。

**解**  $\frac{a}{7}$  化成小数后出现的循环节为 142857。

$$1+4+2+8+5+7=17$$

$$2005=17 \times 117+16$$

$$16=17-1$$

故  $\frac{a}{7}$  化成小数后, 小数点后第 1 位为 4。  $\frac{a}{7}$  化成小数后, 小数点至少  $117 \times 6 + 5 = 707$  个数字之和是 2005, 而  $a = 3$ 。

**做一做** 把  $\frac{7}{13}$  化为小数后, 小数点后第 2009 位数字是多少?

**解 答**  $\frac{7}{13}$  化为小数后为  $0.\dot{5}3846\dot{1}$ , 循环节长度为 6。  $2009 = 6 \times 334 + 5$ , 小数点后第 2009 位数字与小数点后第 5 位数字相同, 因此小数点后第 2009 位数字是 6。

**例 5** 一个小数, 若把小数点向右移动一位, 所得的数比原数增大了 42.85。问原数是多少?

**分析** 小数点向右移动一位后这数放大到原数的 10 倍, 增加了原数的 9 倍。



点评

本题要注意运用分解质因数的方法及循环周期的范围。



点评

利用某些循环小数的特殊性, 它们不同真分数的循环节恰好相同。

解  $42.85 \div 9 = 4.7\dot{6}1$

**做一做** 一个小数,若把小数点向右移动两位,所得的数比原数增大了 42.85。问原数是多少?

**解 答**  $42.85 \div 99 = 0.43\dot{2}\dot{8}$ 。

### 基础训练

1. 把  $\frac{3}{13}$  化为循环小数后,小数点后第 2009 位数字是几? 这 2009 个数字之和是多少?

2. 在混循环小数  $3.5976012\dot{3}$  的某一位上再添上一个表示循环的点后,使得:

- (1) 新循环小数尽可能大;
- (2) 新循环小数尽可能小。

3. 甲、乙两数的和为 47.25,如果乙数的小数点向右移动一位就等于甲数,那么甲、乙两数各是多少?

4. 在小数 0.5078314629,在 8 和 9 添上表示循环节的的两个点,那么小数点后第 100 位的数该是多少?

5. 已知  $11 \div 29 = 0.37931\cdots$  是一个无限循环小数,那么,这个循环小数中的每个循环节中,含有 \_\_\_\_\_ 个数字。

6. 循环小数  $0.215432\dot{1}$  和  $0.\dot{1}23456789$  在小数点第几位后,在该位的数字同时出现 3?



7. 有 23 个自然数, 让小张求它们的平均值, 结果保留三位小数。小张的计算结果为 16.654, 老师说除了最后一位数字错了, 其他数字都对。问正确的答案是多少?

## 冲击金牌

8. 将  $\frac{2}{13}$  写成一个循环小数, 在这个循环小数的小数部分中截取连续的一段, 使得这一段数字的和为 2005, 那么这一段数字中共有 \_\_\_\_\_ 个数字。

9. 在下面的算式中,  $\frac{A}{B} = 0.\dot{C}DEF\dot{F}$ , 若  $A, B$  为两个自然数,  $C, D, E, F$  分别为  $0 \sim 9$  中四个不同的数字。那么  $A+B$  的最小值。

10. 计算:  $2.00\dot{4} \times 2.00\dot{8}$  (结果用最简分数表示)

11. 将  $\frac{1}{2}$  化成小数等于 0.5, 是个有限小数; 将  $\frac{1}{11}$  化成小数等于  $0.090\cdots$ , 简记为  $0.\dot{0}9$ , 是纯循环小数; 将  $\frac{1}{6}$  化成小数等于  $0.1666\cdots$ , 简记为  $0.1\dot{6}$ , 是混循环小数。现在将 2004 个分数  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \cdots, \frac{1}{2005}$  化成小数, 问: 其中纯循环小数有多少个?

12. 将  $5.42\dot{5} \times 0.\dot{6}3$  的积写成小数形式是 \_\_\_\_\_。

## 第3讲 平均数

求若干个数的平均数,就是将各数求和再除以它们的个数。公式为:平均数=这几个数的总和 $\div$ 它们的个数。解决平均数的问题的关键在于弄清“总和”及“所对应的数字的个数”。

**例1** 4位小朋友,他们的体重分别是32千克、29千克、34千克和28千克,他们的平均体重是多少千克?

**解** 方法一

$$(32+29+34+28)\div 4=31.75(\text{千克})$$

方法二

$$(32-30)+(34-30)=6(\text{千克})$$

$$(30-29)+(30-28)=3(\text{千克})$$

$$(6-3)\div 4+30=31.75(\text{千克})$$

**做一做** 五位小朋友,他们的身高分别是143厘米、150厘米、144厘米、146厘米和142厘米。求这五位小朋友的平均身高是多少厘米?

**解** 答  $(143+150+144+146+142)\div 5=145(\text{厘米})$

**例2** 有4个数: $a, \overline{b9}, \overline{c99}, \overline{d999}$ 的平均数为2008,求这4个数。

**解** 这4个数的和为8032,而这4个数的和,也可以表示为 $\overline{dcba}+1107$ 。 $8032-1107=6925$ ,故 $a=5, b=2, c=9, d=6$ 。这四个数分别为5, 29, 999, 6999。

**做一做** 有4个数: $a, \overline{b7}, \overline{c01}, \overline{d478}$ 的平均数为2054,求这4个数。

**解** 答 这4个数的平均数为2054,那么它们的和为8216,也表示为 $\overline{dcba}+486$ , $8216-486=7730$ ,故 $a=0, b=3, c=7, d=7$ 。这四个数分别为0, 37, 701, 7478。

**例3** 有一条山路,一人骑自行车上山每小时10千米,按原路返回下山每小时20千米,求这人骑自行车的平均速度。

**分析** 这是一道易错题,往往容易误解为求这两个速度平均值,而平均速度为总路程 $\div$ 总时间。

**解** 假设这段山路为 $s$ 千米,上山和下山骑车的时间分别为 $\frac{s}{10}$ 小时、 $\frac{s}{20}$ 小时。



**点评**

一般方法是直接运用公式求平均数。由于本题中的这些数均在30附近,把它们归类,分成30以上和30以下两类。再求超过部分和不足部分的差除以个数,最后加上基准30即可。这样可减少计算量。



**点评**

逆用平均数的公式以及对应相等的方法。



**点评**

本题又没有具体的路程和时间又是一个难点。



$$\text{平均速度为 } \frac{2s}{\frac{s}{10} + \frac{s}{20}} = \frac{2 \times 10 \times 20}{10 + 20} = 13 \frac{1}{3} \text{ (千米每小时).}$$

答 这人骑车的平均速度为  $13 \frac{1}{3}$  千米每小时。

**做一做** 一个登山运动员进行登山训练,从山脚出发,上山路长 16 千米,上山的速度为 8 千米每小时,平均速度为 6 千米每小时,求下山的速度。

**解 答** 上山的时间  $16 \div 8 = 2$  (小时)。上下山的总时间  $32 \div 6 = 5 \frac{1}{3}$  (小时),

下山的速度为  $16 \div 3 \frac{1}{3} = 4.8$  (千米每小时)。

**例 4** 某五个数的平均值为 60,若把其中一个数改为 70,平均值为 65,这个数应为多少?

$$\text{解 } 65 \times 5 - 60 \times 5 = 25$$

$$70 - 25 = 45$$

答 这个数为 45。

**做一做** 已知 8 个数的平均数是 70,去掉一个数后,余下数的平均数为 68,去掉的数为多少?

$$\text{解 答 } 70 \times 8 - 68 \times 7 = 84$$

这个数为 84。

**例 5** 五年级数学测验,第二小组同学的得分情况为:1 人得 98 分,3 人得 90 分,4 人得 85 分,2 人得 80 分,这个小组的平均成绩是多少?

$$\begin{aligned} \text{解 } & (98 + 90 \times 3 + 85 \times 4 + 80 \times 2) \div 10 \\ & = 868 \div 10 \\ & = 86.8 \end{aligned}$$

**做一做** 已知  $a, b, c, d$  四个数的平均值为 55,而  $a, b$  两数的平均值为 65,求  $c, d$  两数平均值。

**解 答**  $a, b, c, d$  四个数的平均值为 55,那么这四个数的和为 220。 $a, b$  两数的平均值为 65,它们的和为 130。 $c, d$  的和为  $220 - 130 = 90$ ,这两个数的平均数为 45。

**例 6** 将自然数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 九个数分为 3 组,如果每一组的平均数都相等,那么这三个平均数之和为多少?

**解** 假设第 1 组有  $a$  个数,第 2 组有  $b$  个数,第 3 组有  $c$  个数,每一组的平均数为  $x$ 。由于 3 组的总人数为 9,故  $a + b + c = 9$ 。

自然数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 的总和为 45。

这九个自然数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 的总和也可以表示为  $ax + bx + cx = (a + b + c)x = 9x$ 。

每组的平均数  $x = 45 \div 9 = 5$ 。



一点评

先分别将两者的总和作差,弄清增加或减少多少。再以改后数字减去或加上增加或减少部分。



一点评

按平均数的基本数量关系,只要求出总成绩与总人数即可。



一点评

把一组数分为若干组数后,若每组数的平均数相等,则它们各平均数等于总平均数。

$$5 \times 3 = 15$$

答 这三个平均数之和为 15。

**做一做** 将 1000 以内整数分成 5 组,如果它们的平均数都相等,那么,这 5 个平均数的和是多少?

**解 答** 这 1000 个数的平均数为 500.5。它们将分成平均数相等的 5 组,那么这 5 组平均数也为 500.5,这 5 个平均数之和为 2502.5。

### 基础训练

1. 某班在一次测验中,20 位女生的平均分为 84 分,15 位男生的平均分为 77 分,问该班的平均分为多少?

2. 甲、乙两数和为 144,如果加上一个丙数,这时三个数的平均比甲、乙两数的平均数少 4,求丙数。

3. 在某次数学竞赛中,前 10 名同学的平均成绩是 87 分,前 8 名同学的成绩是 90 分,第 9 名比第 10 名多 2 分,求第 10 名同学得多少分?

4. 小王期中考试,语文、数学、英语、科学的平均分为 85 分。若期末考试中,他的语文、数学、英语、成绩分别提高 2 分、4 分、6 分,科学成绩降低了 5 分,问小王期末考试的平均分为多少分?



5. 有一陡坡,一辆汽车从坡底到坡顶时上坡的平均速度为每小时 30 千米;按原路返回,下坡的速度为每小时 60 千米,求这辆汽车上、下坡的平均速度。

6. 一个食堂在 4 月份的前 10 天每天烧煤 350 千克,后 20 天中每天比原来节约 20 千克。这个月平均每天烧煤多少千克?

7. 小王在期中考试,语文得 89 分,外语得了 96 分,在考数学前他想争取三科的平均分至少为 94 分,那么他的数学成绩至少要得\_\_\_\_\_分。

**冲击金牌**

8. 将  $A, B, C, D$  这四个数,每次取 3 个数平均数,这样得到 4 个数分别为 55, 60, 70, 65。求  $A, B, C, D$  这四个数的平均数是多少?

9. 英才小学组织学生参加数学竞赛,结果平均分为 76 分,男生平均分为 80 分,女生平均分为 70 分,问参加这次竞赛男女生比例为多少?

10. 某班参加一次智力竞赛,共  $a, b, c$  三题,每题或者得满分或者得 0 分。其中题  $a$  满分 20 分,题  $b$ 、题  $c$  满分分别为 25 分。竞赛结果,每个学生至少答对了一题,三题全答对的有 1 人,答对其中两道题的有 15 人,答对题  $a$  的人数与答对题  $b$  的人数之和为 29,答对题  $a$  的人数与答对题  $c$  的人数之和为 25,答对题  $b$  的人数与答对题  $c$  的人数之和为 20,问这个班的平均成绩是多少分?