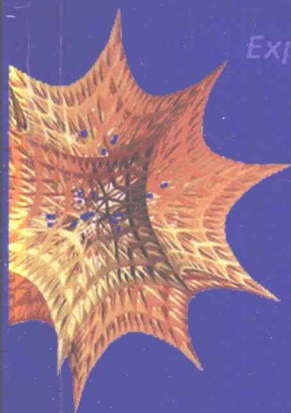


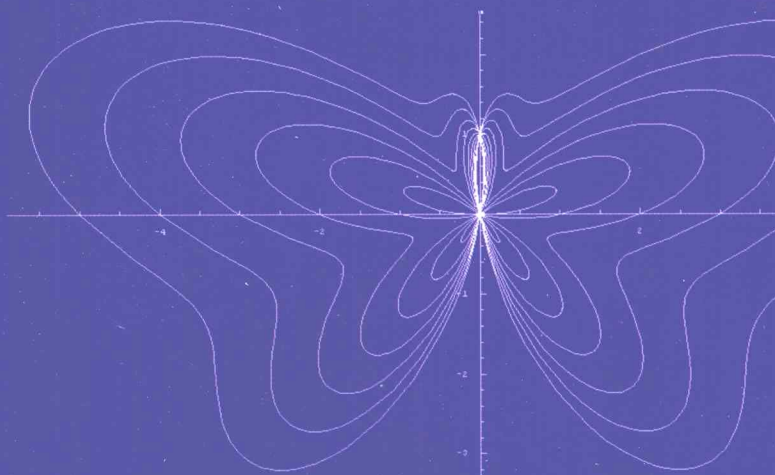
 21世纪高职高专公共课系列教材



Experience the latest technology

MATHEMATICA⁵

Featuring a new generation of
advanced algorithms with unparalleled
speed, scope, and scalability ♦



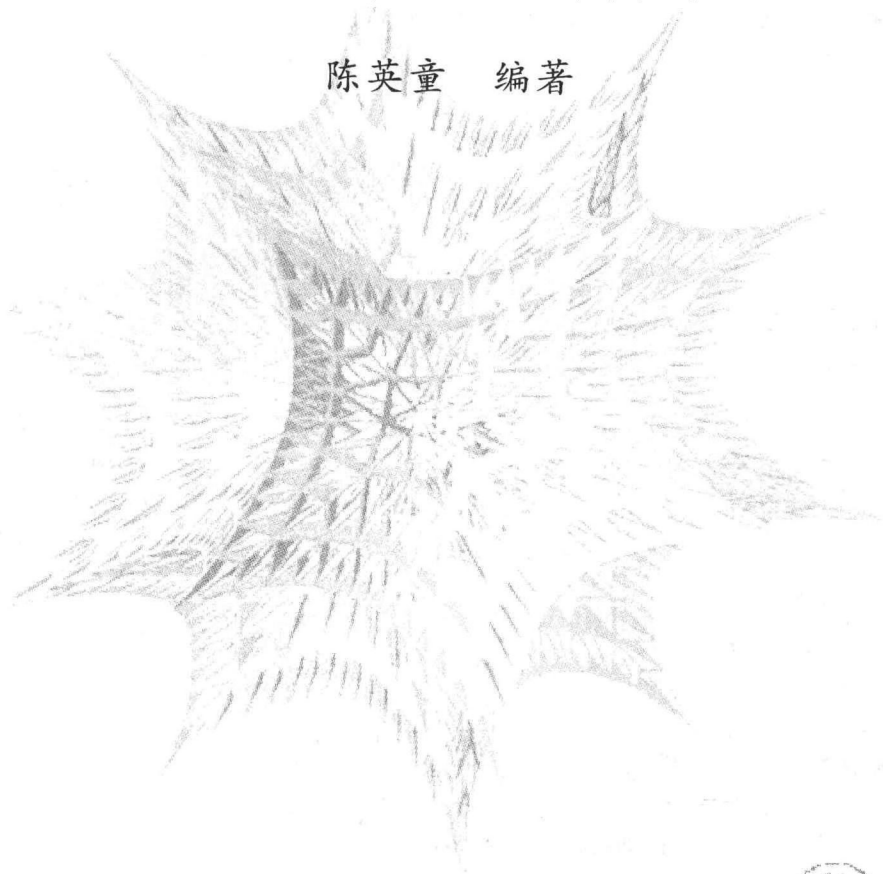
陈英童
编著

实用微积分讲义

山东人民出版社

实用微积分讲义

陈英童 编著



山东人民出版社



图书在版编目(CIP)数据

实用微积分讲义/陈英童编著. —济南: 山东人民出版社, 2009. 8

ISBN 978-7-209-04872-9

I. 实… II. 陈… III. 微积分—高等学校: 技术学校—教材 IV. 0172

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 126090 号

责任编辑: 周云龙 袁丽娟

封面设计: 陈英童

实用微积分讲义

陈英童 编著

山东出版集团

山东人民出版社出版发行

社址: 济南市经九路胜利大街 39 号 邮编: 250001

网 址: <http://www.sd-book.com.cn>

发行部: (0531) 82098027 82098028

新华书店经销

青岛星球印刷有限公司印装

规 格 16 开 (184mm × 260mm)

印 张 13.75

字 数 300 千字

版 次 2009 年 8 月第 1 版

印 次 2009 年 8 月第 1 次

ISBN 978-7-209-04872-9

定 价 28.00 元

如有质量问题, 请与印刷厂调换。(0532) 88194567

前言

这是一本讲义,它概述了微积分的形成与发展过程,讲法通俗新颖、由表及里.它又像一本科普读物,既有知识性,也具趣味性,少了些枯燥,多了点轻松,让人觉得微积分并不那么神秘.它还是一件工具,教会你用极限“干活”的思想和方法及 Mathematica 的技术手段.

本教材是编者把平时讲课用的教案经过整理而成的,不论是编排的形式,还是内容的讲解,与其他教材都有些不同之处,尤其是对涉及理论体系的环节,更是强调了知识间的相互联系或者说是内容的连贯性,这对微积分成因的了解或许有些帮助.从提出问题开始到解决问题结束,顺着微积分的发展脉络,围绕着最初的基本问题展开,并以此为主线而逐步深入,有些讲法是本书所特有的,体现了编者的讲课特点,这里面也蕴涵着编者对微积分和教学的感悟.

本书的部分版面采用分栏的形式,左边是微积分的常规教学,右边是与左边同步进行的数学实验或与此相对应的图形等,其内容相互关联,左右呼应.这样的设计既方便数学软件的学习,使其更具针对性,又可在不具备实验条件的情况下独立进行常规教学而不受教学条件的限制.

随着计算机的普及、教学条件的不断改善、科技的快速发展,为了既能与培养应用型人才的目标相适应,满足高职高专学生的数学需求,又可在保证学习面的情况下减少学习负担,降低学习难度,提高学习兴趣,本教材以“重概念、多应用、轻计算”的教学理念为指导,把数学软件 Mathematica 5 渗透到常规教学之中,利用其强大的运算功能来简化数学计算.更为重要的是,由于数学软件的介入,一些复杂的、技巧性的以及以熟练为目的的数学计算因此也就失去了它的原有价值.

在概念、计算和应用这三个环节中,许多教材的处理往往是重计算、轻概念而少应用.对高职而言,随着数学软件的开发与应用,上述教学安排的不当之处已显现出来.具体来说就是,我们花了大量的时间和精力做了本来可以少做甚至可以不做的事情,或者说我们做了大量的可用计算机完成的事情.比如求不定积分,这个内容对学生来说是最不容易掌握也是最让学生头痛的,它类型繁多,解法多变,需要许多技巧,要想熟练掌握必须通过大量的练习.但如果用数学软件来计算则异常简单,只要一个 Integrate 语句或命令按钮便可轻松解决.鉴于数学软件强大的运算能力,我们在学习时大可不必在计算方面花费太多的精力.本教材中只涉及一些基本的计算练习,主要精力则用在加强对概念的理解和实际应用上.

把数学软件作为辅助手段应用于高等数学的学习中,既降低了学习难度,又节约了大量时间,还激发了学习兴趣,希望这样做能有事半功倍的效果.鉴于作者的水平有限,书中错误在所难免,敬请大家批评指正.

参与编写或为本书提供资料的有:栾召平、孔翠翠、金环、杨运凤、孔珊珊、张叶翠、乔春艳、赵玮、贾根所、孔凡清、田玉伟、程连顺、孟令存、菊瑞年.在此向以上各位表示衷心感谢.

陈英童

2009年5月6日

目 录

前言	1	五、无穷小与无穷大及其比较	41
第一章 Mathematica 简介与函数	1	习题一	43
第一节 认识 Mathematica	2	第二节 函数的连续性	45
一、Mathematica 界面简介	2	一、连续与间断	45
二、Mathematica 的基本运算功能	3	二、连续函数的运算与初等函数的连续性	48
第二节 数、变量与函数的表示方法	6	三、闭区间上连续函数的性质	48
一、数的表示	6	习题二	50
二、变量	6	本章复习题	50
三、函数的表示方法	8	第三章 一元函数微分学	53
四、常用函数表	10	第一节 导数	54
习题一	11	一、变化率问题	54
第三节 函数	12	二、导数的概念	55
一、函数的概念	12	三、导数的四则运算	59
二、函数的几种特性	14	四、反函数与复合函数的导数	61
三、反函数、隐函数、复合函数	15	五、初等函数、隐函数及由参数方程确定的函数的导数	65
四、初等函数	18	六、高阶导数	70
习题二	19	习题一	72
第四节 建立函数关系式	21	第二节 微分	75
习题三	22	一、微分的概念	75
本章复习题	23	二、微分在近似计算中的应用	78
第二章 极限与连续	25	习题二	80
第一节 极限	26	第三节 导数的应用	81
一、极限的若干问题	26	一、洛必达法则	81
二、极限的概念	29	二、变化率的应用	86
三、极限的运算	34	三、函数的单调性与极值	91
四、两个重要极限	39	四、曲线的凹凸性与拐点	99



五、函数图形的描绘	101	三、定积分的分部积分法	148
习题三	103	习题四	150
本章复习题	105	第五节 定积分的应用	150
第四章 一元函数积分学	108	一、平面图形的面积	150
第一节 定积分的概念	109	二、已知平行截面面积的立体体积	153
一、定积分问题举例	109	* 三、平面曲线的弧长	154
二、定积分的定义	110	* 四、旋转曲面的面积	155
三、定积分的几何意义	112	五、定积分的其他应用	156
四、定积分的基本性质	113	* 六、广义积分与拉普拉斯变换	160
五、函数平均值的概念	115	习题五	163
习题一	117	本章复习题	165
第二节 微分与积分的联系	118	第五章 无穷级数与常微分方程简介	168
一、对距离问题的再思考	118	第一节 无穷级数	169
二、原函数的概念	119	一、数项级数	169
三、微积分基本定理	119	二、幂级数	177
习题二	121	三、傅里叶级数	184
第三节 不定积分	122	习题一	187
一、不定积分的概念	122	第二节 常微分方程简介	188
二、基本积分公式	122	一、微分方程的概念	188
三、不定积分的运算法则	123	二、一阶常微分方程	190
四、换元积分法	125	习题二	196
五、分部积分法	133	本章复习题	196
六、有理函数的积分	137	习题及复习题答案	199
习题三	139	附录 初等数学常用公式	212
第四节 定积分的计算	141	参考文献	214
一、利用基本公式计算定积分	141		
二、定积分的换元法	144		

第一章

Mathematica 简介与函数

本章我们将通过学习 Mathematica 的基本知识,初步感受数学软件的神奇魅力.在体验了现代科技带给我们的惊喜与刺激之后,我们将穿越时空,回到微积分诞生之初去探寻数学的发展轨迹,体验前人在数学的发展方面所走过的漫漫征程.

作为数学工具,Mathematica 将伴随着我们完成以后各章的学习.在我们的共同努力下,你会成为数学高手的,快点开始学习吧!





第一节 认识 Mathematica

Mathematica 是由 Wolfram Research 公司开发的一套专门进行数学计算的软件. 从 1988 年问世至今, 已广泛地应用于工程、应用数学、计算机科学、财经、生物、医学、生命科学以及太空科学等领域, 深受科学家、学生、教授、科研人员及工程师们的喜爱. 该软件的强项是符号计算, 也具有高精度的数值计算功能和强大的图形功能.

一、Mathematica 界面简介

假设在 Windows 环境下已安装好 Mathematica 5, 启动 Windows 后, 在“开始”菜单的“程序”中单击  Mathematica 5, 就启动了 Mathematica 5, 启动后的界面如图 1.1 所示.

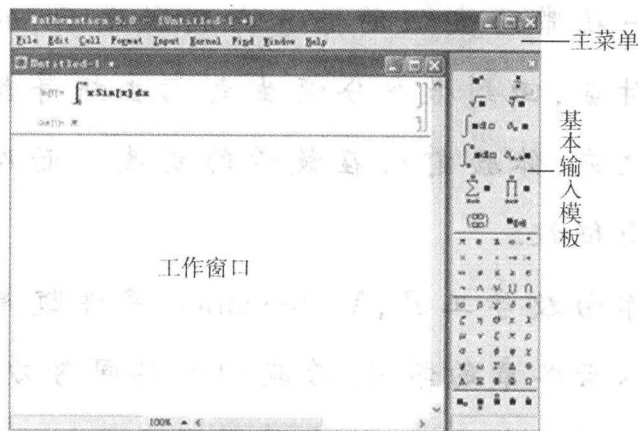


图 1.1

图 1.1 所示的界面由工作窗口、基本输入模板和主菜单组成.

1. 工作窗口

如图 1.1 所示, 左边的大窗口为工作区, 你可以把它想象成一张足够长的演算纸, 用户可以在上面输入算式、命令及编好的程序并进行运算. 可以像处理其他计算机文件一样, 对它进行创建、打开、保存、修改和打印等操作, 还可以显示图形、动画、按钮等对象.

2. 基本输入模板

位于工作区右边的是基本输入模板, 由一系列按钮组成. 用鼠标左键单击一个按钮, 就可将它表示的符号输入到当前的工作区窗口中, 用户应该认真观看并熟记于心. Mathematica 提供了多个这样的模板, 用于简化数学表达式、特殊字符及 Mathematica 函数的输入. 模板的引入大大加快了输入速度, 减轻了记忆负担, 这也是人们乐于使用 Mathematica 的原因之一. 当启动 Mathematica 之

后,基本输入模板会显示在屏幕的右边,如果没有,请选择 File 下拉菜单中的 Palettes,单击 BasicInput 命令激活它.图 1.2 是基本输入模板的功能说明.

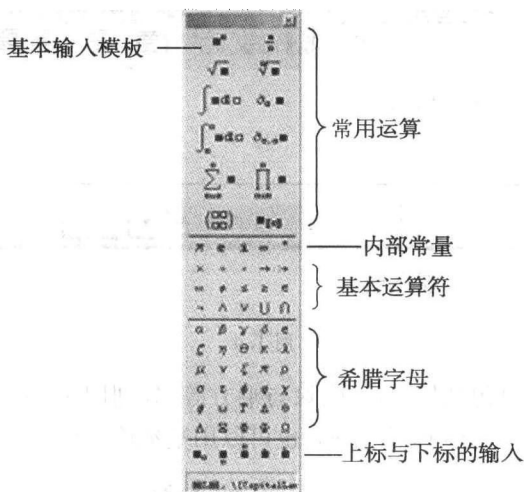


图 1.2

单击运算按钮就可以把该运算命令(函数)输入到当前工作区窗口中,然后在各个小方块处键入数学表达式,就可以让 Mathematica 进行计算了.如果在退出 Mathematica 时不关闭某个模板,它在 Mathematica 再次启动时就会原样显示. File 下拉菜单 Palettes 子菜单的 9 个模板如图 1.3 中所示,最常用的是第 3 和第 4 项.

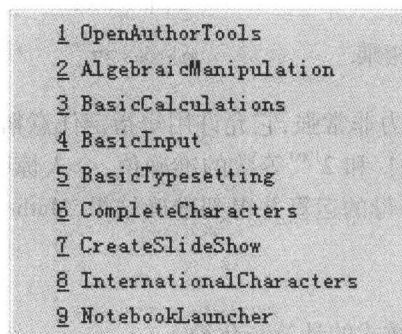


图 1.3

3. 主菜单

位于图 1.1 所示界面最上方的是主菜单. Mathematica 的菜单项很多,初学时不必一次都搞清楚,以后如需要再作说明.其中 File 菜单和 Edit 菜单的功能与 Word 等都有些类似,如 New, Open, Close, Cut, Paste 等,而前面提到的 Palettes 项则是 Mathematica 特有的,是用来打开各种模板的.

二、Mathematica 的基本运算功能

要执行运算,在键入指令后按“Shift + Enter”组合键(或小键盘的 Enter 键),Mathematica 便会对键入的语句进行运算且将结果自动输出,Mathematica 将每次输入记录在案,按进行计算的先后给出序号,输入用“In[n]”,输出用“Out[n]”.例如,我们在工作窗口中键入“1 + 1”,然后按小键盘



的 Enter 键,就会在窗口中出现计算后的结果(见图 1.4).

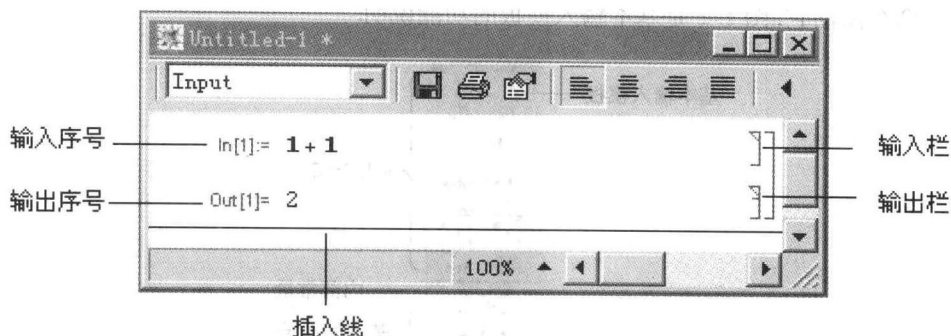


图 1.4

Mathematica 的基本运算包括加、减、乘、除与乘方等,分别用 $+$ 、 $-$ 、 $*$ 、 $/$ 、 $\wedge$ 表示. 乘法的表示方法比较特殊,除了用 $*$ 号外,还可以用空格,也可以用基本输入模板中的 $\times$ 号.

范例如下:

用 $*$ 号相乘.

In[1]:= 3 * 9

Out[1]:= 27

In[2]:= 3 9

Out[2]:= 27

用空格相乘.

In[3]:= 3 $\times$ 9

Out[3]:= 27

用基本输入模板中的 $\times$ 号相乘.

Mathematica 的数值计算能力非常强,它允许用户指定任意精度,它能轻而易举地求出 π 的 300 位近似值,也可以求出 $1000!$ 和 2^{1000} 等数的准确值,令人惊叹. 然而,它更出众的功能则是符号运算,能像人一样进行带字母的运算并得到准确结果. Mathematica 的符号运算功能可以分成 4 大类.

(1) 初等数学

可以进行各种数和初等函数式的计算与化简.

如:展开 $(a + b)^5$.

In[4]:= **Expand**[(a + b)⁵]

Out[4]= $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

化简多项式 $x^2 + 2x + 1$.

In[5]:= **Simplify**[x² + 2x + 1]

Out[5]= $(1 + x)^2$

(2) 微积分

可以求极限、导数(包括高阶导数、抽象函数的导数和偏导数等)、不定积分、定积分及重积分,将函数展开成幂级数,无穷级数求和及积分变换.



求函数 $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ 当 $x \rightarrow \infty$ 时的极限.

$$\text{In}[6] := \text{Limit}\left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x, x \rightarrow \infty\right]$$

$$\text{Out}[6] = e$$

求复合函数 $y = f(g(x))$ 的导数.

$$\text{In}[7] := \text{D}_x f[g[x]]$$

$$\text{Out}[7] = f'[g[x]] g'[x]$$

求函数 $y = e^x \sin(2x)$ 的不定积分.

$$\text{In}[8] := \int e^x \text{Sin}[2x] dx$$

$$\text{Out}[8] = \frac{1}{5} e^x (-2 \text{Cos}[2x] + \text{Sin}[2x])$$

(3) 线性代数

可进行行列式和矩阵的各种运算, 求解线性方程或方程组, 求特征值和特征向量等.

计算两矩阵 **a** 与 **b** 的乘积.

$$\text{In}[9] := \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}; \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}; \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$$

$$\text{Out}[9] = \{\{22, 28\}, \{49, 64\}\}$$

计算矩阵 **a** 的行列式的值.

$$\text{In}[10] := \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}; \text{Det}[\mathbf{a}]$$

$$\text{Out}[10] = 400$$

求矩阵 **a** 的特征向量.

$$\text{In}[11] := \text{Eigenvectors}[\mathbf{a}]$$

$$\text{Out}[11] = \{\{1, 0, 0, 0\}, \{1, 2, 0, 0\}, \{1, 2, 1, 0\}, \{311, 612, 405, 90\}\}$$

(4) 解常微分方程及方程组

求一阶线性方程 $y' = ay$ 的通解.

$$\text{In}[12] := \text{DSolve}[y'[x] == a y[x], y[x], x]$$

$$\text{Out}[12] = \{\{y[x] \rightarrow e^{a x} C[1]\}\}$$

求二阶线性方程 $y'' = ay' + y$ 的通解.

$$\text{In}[13] := \text{DSolve}[y''[x] == a y'[x] + y[x], y[x], x]$$

$$\text{Out}[13] = \left\{ \left\{ y[x] \rightarrow e^{\frac{1}{2} \left(a - \sqrt{a^2 + 4} \right) x} C[1] + e^{\frac{1}{2} \left(a + \sqrt{a^2 + 4} \right) x} C[2] \right\} \right\}$$



第二节 数、变量与函数的表示方法

一、数的表示

在 Mathematica 中,数的表示有精确数与浮点数两种形式.通常我们把不带小数点的数称为精确数,如 $6, \pi, e, \sqrt{2}, \sin 2$ 等,都表示精确数.把带小数点的数叫做浮点数,如 1.3, 5.2 等.

输入的是精确数,运算结果也是精确数.
Mathematica 并不自动将它化成小数,以免失去计算精度.

In[1]:= Sin[$\frac{\pi}{5}$]

Out[1]= $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} (5 - \sqrt{5})}$

输入的是浮点数,运算结果也是浮点数.
浮点数与精确数的运算结果也是浮点数.

In[2]:= Sin[$\frac{\pi}{5.}$]

Out[2]= 0.587785

数学中的几个特殊常数,如 π, e, i 的表示与其他常数是不同的.

用基本输入模板中的 π .

In[3]:= Sin[π]

Out[3]= 0

Mathematica 用 **Pi** 表示常数 π .

In[4]:= Sin[Pi]

Out[4]= 0

用基本输入模板中的 e .

In[5]:= Log[e]

Out[5]= 1

Mathematica 用 **E** 表示常数 e .

In[6]:= Log[E]

Out[6]= 1

用键盘输入 e , Mathematica 则不能计算.

In[7]:= Log[e]

Out[7]= Log[e]

Mathematica 中用 **Infinity** 表示“ ∞ ”,
 $\pi/180$ (弧度)用 **Degree** 表示.

二、变量

1. 变量的命名

在 Mathematica 的语法中规定,变量必须是以字母开头并由字母或数字组成的字符串(长度不限),但是不能含有空格或标点符号.如, **x2** 是变量,而 **2x** 则表示数 2 乘以变量 **x**. 变量名中

大、小写字母的意义不同,因此 **A** 和 **a** 是两个不同的变量. 由于 **Pi**、**E** 和 **I** 等都有其特定意义,它们都不能再用作变量名.

2. 变量的赋值与清除

Mathematica 用“=”或“:=”给变量赋值,一般形式是“变量 = 表达式”或“变量 1 = 变量 2 = 表达式”,给变量所赋予的值可以是一个数值、一个表达式、一个数组或一个图形.

要清除变量已有的值,可用“变量 =.”;而要清除变量的定义和值,可用命令 **Clear[x]** 或 **ClearAll[x,y,f,g...]**. 简单的办法是关闭 Mathematica 后再重新启动,更快捷的方法则是点击主菜单 Kernel 的下拉菜单 Quit Kernel 中的 Local,再选择 Quit.

给变量 x 赋值 π .

In[1]:= $x = \pi$

显示 x 的值.

Out[1]= π

In[2]:= x

Out[2]= π

因为 x 的值是 π ,所以 Mathematica 会以 π 代替 x 进行计算.

In[3]:= **Cos[x] + Sin[x]**

Out[3]= -1

清除给变量 x 所赋予的值.

In[4]:= $x = .$

重新显示 $\cos(x) + \sin(x)$ 的值,由输出可知其值已不存在了.

In[5]:= **Cos[x] + Sin[x]**

Out[5]= **Cos[x] + Sin[x]**

我们在对变量赋值后,这个值会一直保留到你重新对该变量赋值,即使你新建一个文件,该变量的值仍然会有效. 因此,如果当你发现计算结果错得离谱,很可能就是误用了以前定义过的变量. 在此建议:应养成在使用变量和函数前先清除以前定义的变量和函数的习惯. 不然,可能会造成运算错误且不易被发现.

3. 变量的替换

变量有两种获取数值的方法,除了上面的变量赋值外,还可以通过对变量作替换,一般的形式是:

expr /. lks -> rhs:用 rhs 替换 expr 中的 lks;

expr /. {lks1 -> rhs1, lks2 -> rhs2, ...}:分别用 rhs1 替换 expr 中的 lks1, rhs2 替换 lks2 等.

用 $\frac{\pi}{3}$ 替换表达式 $\sin(x) + \cos(x)$ 中的 x

In[1]:= **Sin[x] + Cos[x] /. x -> $\frac{\pi}{3}$**

并进行计算.

Out[1]= $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 表示输出的专用符号

在计算过程中,有时后面的计算可能要用到前面的计算结果,Mathematica 提供一种简单的调用方式:

- % 表示前一个输出的内容.
- %% 表示倒数第二个输出的内容,以此类推.



- % n 表示第 n 个 (即 **Out[n]**) 输出的内容.

定义变量 x .

In[1]:= $x = e$

显示变量.

Out[1]= e

对上一个输出结果取对数.

In[2]:= **Log**[%]

显示计算结果.

Out[2]= 1

定义变量 a .

In[3]:= $a = \text{Sin}[t]$

显示变量.

Out[3]= $\text{Sin}[t]$

定义变量 b .

In[4]:= $b = \text{Cos}[t]$

显示变量.

Out[4]= $\text{Cos}[t]$

求第三和第四个输出结果的平方和.

In[5]:= $\%3^2 + \%4^2$

Out[5]= $\text{Cos}[t]^2 + \text{Sin}[t]^2$

化简上式.

In[6]:= **Simplify**[%]

Out[6]= 1

三、函数的表示方法

1. 函数的书写规则

在 Mathematica 系统中定义了许多种类且功能强大的函数,我们称之为内部函数.各种操作主要靠函数来实现.这些函数大体上分为两类,一类是数学意义上的函数,如绝对值函数 **Abs**[x],正弦函数 **Sin**[x],以 e 为底的对数函数 **Log**[x],以 a 为底的对数函数 **Log**[a, x];另一类是命令意义上的函数,如作函数图形的函数 **Plot**[$f[x], \{x, a, b\}$],解方程的函数 **Solve**[eqn, x],求导函数 **D**[$f[x], x$]等.

Mathematica 函数的书写规则很严格,必须注意以下几点:

(1) 内部函数名的首写字母必须大写,后面的字母一般用小写,有时一个函数名是由几段构成的,则每段的首写字母也必须大写,如反正弦函数 **ArcSin**[x]等.

(2) 在 Mathematica 中,函数名和自变量之间的分隔符是用方括号“ $[]$ ”,而不是一般数学书上用的圆括号“ $()$ ”,初学者很容易犯这类错误.这种规定是很科学的,事实上,常规的数学表示法有问题,比如 $f(x+y)$,既可以理解成函数 f 当自变量等于 $x+y$ 时的值,又可以理解为变量 f 乘以 $x+y$. Mathematica 认为圆括号表示相乘.

如果输入了不合语法规则的表达式,系统会显示出错信息,并且不给出计算结果.例如,要画正弦函数在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的图形,正确做法是输入 **Plot**[**Sin**[x], $\{x, -\pi, \pi\}$],但是,如果把 **Plot** 输成了 **plot**,则系统提示“可能有拼写错误,新符号 **plot** 很像已经存在的符号 **Plot**”,然而,Mathematica 并不通融.再输入 **Plot**[**Sin**[x], $\{x, -\pi, \pi\}$],系统又提示缺少右方括号,并且将不配对的括号用红色显示.传统的记号 $\sin^2 x$ 在 Mathematica 的输入、输出时都表示为 $\text{Sin}[x]^2$,注意它与 $\sin x^2$ 的区别.

2. 函数的输入方法

Mathematica 提供了多种输入数学表达式的方法.除了用键盘输入外,还可以使用输入模板

或者快捷方式键入运算符、矩阵或数学表达式. 目前最方便、最直观的输入方法是使用输入模板.

(1) 数学表达式二维格式的输入

Mathematica 提供了两种格式的数学表达式. 形如 $3/(1+x^2) + E^x$ 的称为一维格式, 形如 $\frac{3}{1+x^2} + e^x$ 的称为二维格式. 一维格式与我们的手写习惯不太一致, 一般用于简短的运算或仅提供纯文字的 DOS 环境. 二维格式则适用于进行比较复杂的数学运算或 Windows 界面的输入环境, 二维格式用输入模板输入非常方便, 点击相应按钮后输入内容即可.

(2) 矩阵的输入方法

- ① 点击 Input 下拉菜单中的 Create Table/Matrix/Palette 命令.
- ② 在弹出的对话框中选择 Matrix, 然后输入需要的行数与列数.
- ③ 点击 OK 按钮, 如图 1.5 所示.

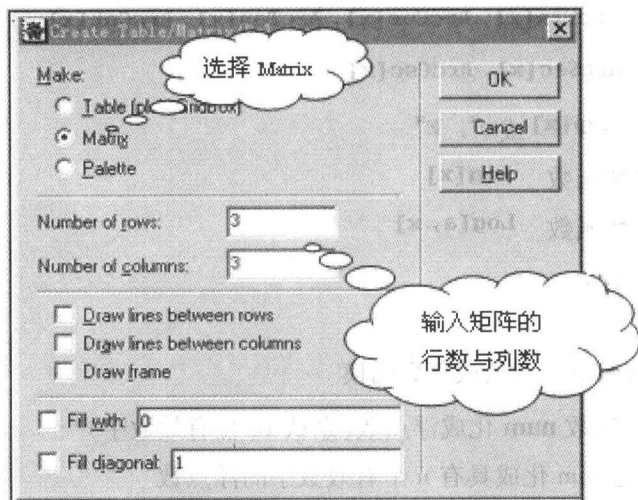


图 1.5

另外,您也可以通过单击基本输入模板中的  按钮来输入 2×2 矩阵. 如果需要增加行, 可使用组合键“Ctrl + Enter”;如果需要增加列,则按“Ctrl + ,”.

3. 自定义函数

Mathematica 虽然内置了 1000 多个数学函数,但是这些函数远远不能满足人们在数学中的各种应用, Mathematica 也不可能为每一种应用定义函数. 因此,它保留了一个开放的空间,让用户能够定义自己所需要的函数.

定义一元函数的格式如下:

f[x_] := expr

f[x_] = expr

其中函数名为 f , 自变量为 x . 在定义函数时,不能忘记在函数的自变量后面要加下划线“_”,并且变量与下划线之间不能有任何字符,否则 Mathematica 会把这个函数看成普通变量.



定义函数 $f(x)$.

计算 $f(0)$: Mathematica 自动将所有的 x 替换成 0, 再求值.

```
In[1]:= f[x_] := e^x + Sin[x]
```

```
In[2]:= f[0]
```

```
Out[2]= 1
```

```
In[3]:= f[Log[t]]
```

```
Out[3]= t + Sin[Log[t]]
```

同样, Mathematica 自动将 x 替换成 $\ln t$.

四、常用函数表

1. 基本初等函数表

- 三角函数 $\text{Sin}[x], \text{Cos}[x], \text{Tan}[x], \text{Cot}[x], \text{Sec}[x], \text{Csc}[x]$
- 反三角函数 $\text{ArcSin}[x], \text{ArcCos}[x], \text{ArcTan}[x], \text{ArcCot}[x],$
 $\text{ArcSec}[x], \text{ArcCsc}[x]$
- 指数函数 e^x $\text{Exp}[x]$ 或 e^x, E^x
- 以 e 为底的对数函数 $\text{Log}[x]$
- 以 a 为底的对数函数 $\text{Log}[a, x]$
- $\text{Sqrt}[x]$: 表示 $\sqrt{x}$

2. 常用函数表

- $\text{Abs}[x]$ 求实数的绝对值或复数的模
- $\text{N}[num]$ 把精确数 num 化成浮点数(默认 16 位有效数字)
- $\text{N}[num, n]$ 把 num 化成具有 n 个有效数字的浮点数
- $n!$ 求 n 的阶乘
- $n!!$ 求 n 的双阶乘
- $\text{Re}[x]$ 复数 x 的实部
- $\text{Im}[x]$ 复数 x 的虚部
- $\text{Arg}[x]$ 复数 x 的复角
- $\text{Conjugate}[x]$ 复数 x 的共轭数
- $\text{Simplify}[expr]$ 化简表达式
- $\text{FullSimplify}[expr]$ 更广泛的化简表达式
- $\text{Factor}[expr]$ 因式分解
- $\text{Collect}[expr]$ 合并同类项
- $\text{Expand}[expr]$ 展开表达式
- $\text{Solve}[eqns, vars]$ 对系数按常规约定求出方程(组)的全部解
- $\text{Plot}[f, \{x, a, b\}]$ 绘制函数 f 在区间 $[a, b]$ 上的图形

- **Plot**[[$f_1, f_2, \dots$], { x, a, b }] 同时绘制多个函数的图形
- **ParametricPlot**[[x, y], { t, a, b }] 绘制由参数方程给出的函数的图形
- **Table**[$f, \{i, \text{imin}, \text{imax}, \text{stepi}\}$] 建立通项为 f 的表

习题一

1. 用基本输入模板输入下列数学符号及特殊字符:

$$\infty, e, \pi, a, \lambda, \frac{x-1}{2}, e^\pi, x_1, -\sqrt{5}, \sqrt[3]{9}.$$

2. 表达式输入后, 要执行计算, 需按哪些键?
 3. 找出带有极限命令按钮 **Limit**[$\blacksquare, \square \rightarrow \square$] 的模板.
 4. 计算下列各式, 注意观察输出的不同情况:

$$(1) \frac{1}{2} + \frac{3}{5};$$

$$(2) 2^{1.5} + \sqrt{2};$$

$$(3) 3^{1000};$$

$$(4) \infty + \infty;$$

$$(5) \infty - \infty;$$

$$(6) \infty \times \infty;$$

$$(7) \frac{\infty}{\infty};$$

$$(8) e \text{ 的 } 1000 \text{ 位近似值}.$$

5. 计算下列各式:

$$(1) \sin \sqrt{3};$$

$$(2) \cos \frac{\pi}{4};$$

$$(3) \tan 0.3;$$

$$(4) \arccos \frac{1}{2};$$

$$(5) \ln 2.5;$$

$$(6) 50!;$$

$$(7) 3 \times \log_2 5.$$

6. 用 Mathematica 语法表示下列各个数学表达式:

$$(1) e^{ax} \sin bx;$$

$$(2) x \ln \left(e + \frac{1}{x} \right);$$

$$(3) \sin^2 x + \tan^2 x;$$

$$(4) \arcsin x \log_2(x^2).$$

7. 计算下列各式:

$$(1) \ln(3^2) + \ln(2^3);$$

$$(2) \sin^2 \left(\frac{2}{5} \pi \right) + \cos^2 \left(\frac{4}{5} \pi \right);$$

$$(3) e^2 \sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{1.5\pi}{3}.$$

8. 用 Mathematica 语法定义下列各个函数:

$$(1) f(x) = e^{ax} \sin(bx);$$

$$(2) f(x) = e^{\arcsin x^2};$$