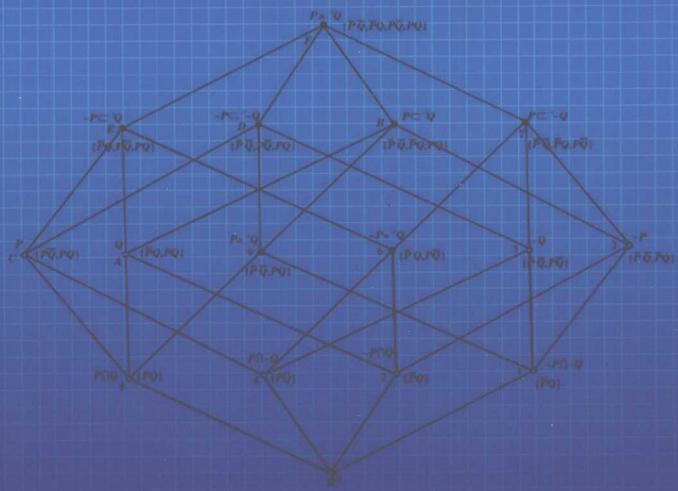


# 互逆离散数学及其应用

周训伟 ◎ 著



科学出版社  
www.sciencep.com

# 互逆离散数学及其应用

周训伟 著

科学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书介绍了作者所创立的互逆离散数学,内容包括互逆解析几何、互逆微积分、互逆主义逻辑、互逆主义集合论、互逆主义抽象代数、泛矩阵,及其在三十几个领域中的应用。

本书可供数学、逻辑、计算机、人工智能、自动化等专业的高校师生及科研人员阅读参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

---

互逆离散数学及其应用/周训伟著. —北京:科学出版社,2009

ISBN 978-7-03-025767-3

I. 互… II. 周… III. 离散数学 IV. 0158

---

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 182576 号

---

责任编辑:任 静 王志欣 / 责任校对:陈玉凤

责任印制:赵 博 / 封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

新 蕃 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009 年 10 月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2009 年 10 月第一次印刷 印张: 36 1/4

印数: 1—1 500 字数: 746 000

**定价: 88.00 元**

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

## 前　　言

早在 1990 年,我在《潜科学》90 年卷第 5 期发表的“互逆主义逻辑”一文中提出统一的纯逻辑初步。文中我统一了数学逻辑、相干逻辑、模态逻辑、三值逻辑。2002 年,在我的第一本专著《互逆主义逻辑与 Super-Prolog 语言》中,我用了一章的篇幅来讨论互逆主义逻辑与大约 10 个逻辑之间的关系。2004 年,在我的第二本专著《互逆主义数理逻辑》中,我提出了泛矩阵,统一了标量、向量、张量、平面矩阵、多维矩阵。在本书中,我提出了离散微积分,又用互逆统一的微积分将离散微积分和连续微积分统一起来。互逆统一的微积分与德国数学家 Hilger 于 1988 年提出的时间标尺演算不一样,前者统一了离散微积分与连续微积分,后者统一了差分方程和微分方程。经典离散数学是由数理逻辑、集合论、抽象代数、图论这四个计算机科学中所要用到的、相互之间联系不大的数学分支组成。互逆离散数学包括互逆解析几何、互逆微积分、互逆主义逻辑、互逆主义集合论、互逆主义抽象代数、泛矩阵,它们涵盖了数学基础、代数、几何、分析等数学的这四大分支,相互之间联系紧密,并在互逆多值计算机中将它们结合成一个有机的整体。

早在构造互逆主义逻辑之初,我就既考虑构造一个其互逆蕴涵可以用来推理的逻辑,又考虑这个逻辑怎样用于二层单准 Prolog。由于构造理论时就面向应用,因此互逆离散数学在信息科学中特别有用。本书讨论了互逆离散数学应用于计算机、人工智能、自动化等学科的三十多个领域:

①消解原理;②逻辑程序设计;③专家系统;④递归,迭代与程序变换;⑤规划;⑥多 agent 规划;⑦调度;⑧数据库;⑨语义网;⑩RDF/XML;⑪本体;⑫程序验证;⑬形式语义;⑭描述逻辑;⑮语法分析;⑯自然语言理解;⑰自动定理证明;⑱并行程序设计方法学;⑲经典证明论;⑳自然演绎系统;㉑范畴语法;㉒逻辑公理系统;㉓数学公理系统;㉔机器学习;㉕数据挖掘;㉖数据仓库;㉗不确定性推理;㉘程序精化;㉙面向对象程序设计;㉚面向方面的程序设计;㉛多值计算机;㉜时空复杂性计算;㉝现代控制理论;㉞二维数字信号处理;㉟时序推理;㉛硬件验证。

从 2004 年 3 月写完第二本专著至今,除去 2005 年 10 月至 2006 年 10 月构造互逆微积分之外,其余时间我都在研究如何将互逆离散数学用于信息科学。除了谓词变换器以外,在我所接触到的每一个基于经典逻辑或朴素集合论的计算机或人工智能领域,我都用提升或改造的方法构造出了相应的互逆主义理论。

这些理论有些已在计算机上实现。研究生许玉亮和宋有洪实现了二层单准

Prolog, 学生王超实现了二层复 Prolog。多个学生在毕业设计中实现了准逻辑定理证明器、单逻辑定理证明器、复逻辑定理证明器。北京联合大学付百文老师实现了互逆主义机器学习中的一个算法, 梁晔老师实现了一层和二层面向对象程序设计算法。

本书内容分为两大部分, 第 2 至 7 篇为互逆离散数学, 第 8 至 11 篇为互逆离散数学的应用。

我就互逆主义规划与多 agent 规划多次与北京大学焦文品老师展开讨论, 受益匪浅。北京联合大学王郁昕老师审阅了本书的部分稿件并提出了许多宝贵意见。

本书内容大都是本人的原创性成果, 其中相当一部分是首次发表。由于本书的探索性和尝试性, 书中疏漏之处在所难免, 望读者不吝指教。本人电子信箱为 zhouxunwei@263. net。

周训伟

2009 年 6 月 10 日

# 目 录

## 前言

## 第1篇 概述

第1章 预备知识与概述 .....	3
1.1 形式逻辑简介 .....	3
1.2 经典逻辑简介 .....	7
1.3 实质蕴涵的缺陷与互逆蕴涵的改进 .....	14
1.4 互逆主义逻辑中的知识 .....	19
1.5 互逆主义逻辑中的认识 .....	20
1.6 基于二层单准逻辑的新信息科学领域 .....	30
1.7 互逆主义认识路线 .....	38
1.8 互逆主义集合论 .....	39
1.9 互逆解析几何 .....	40
1.10 互逆微积分 .....	41
1.11 互逆主义抽象代数 .....	42
1.12 泛矩阵 .....	43
1.13 互逆解析几何、互逆微积分、互逆主义抽象代数、泛矩阵的应用 .....	43

## 第2篇 互逆解析几何

第2章 互逆解析几何 .....	47
2.1 预备知识 .....	47
2.2 项解析几何 .....	48
2.3 事实解析几何 .....	52

## 第3篇 互逆微积分

第3章 双边离散微积分 .....	59
3.1 双边离散一元函数微积分 .....	59
3.2 双边离散二元函数微积分 .....	65

<b>第4章 单边离散微积分</b>	70
4.1 SSD一元函数微积分	70
4.2 SSD二元函数微积分	84
<b>第5章 互逆统一的微积分</b>	95
5.1 本章概述	95
5.2 互逆统一一元函数微积分	96
5.3 互逆统一二元函数微积分	102
5.4 互逆统一常微分方程	103
5.5 互逆统一的偏微分方程	107
<b>第4篇 互逆主义逻辑</b>	
<b>第6章 互逆主义命题演算</b>	115
6.1 命题的形成	115
6.2 逻辑运算符	118
6.3 一层命题演算	120
6.4 二层命题演算	121
<b>第7章 项与命题的形成,简繁复合,零层谓词演算</b>	125
7.1 项与命题的形成	125
7.2 简繁复合	133
7.3 零层谓词演算	134
<b>第8章 人类认识过程与互逆主义逻辑基本原理</b>	135
8.1 互逆特殊命题与互逆一般命题	135
8.2 一元认识过程	135
8.3 二元认识过程	135
8.4 互逆主义认识路线	137
8.5 认识过程的细分	137
8.6 归纳复合与分解	138
8.7 归纳复合原理、分解原理、归纳复合与分解的互逆原理	141
8.8 归纳复合真值表与分解真值表	141
8.9 命题的互逆图表示	146
8.10 $A \leqslant^{-1} B$ 的归纳复合真值表为何要这样意义	148

---

8.11 特异集合的有意义—无意义二象性原理 .....	149
8.12 简繁复合与归纳复合之异同 .....	149
<b>第 9 章 一层单准谓词演算 .....</b>	<b>151</b>
9.1 有义的一单经数命题 .....	151
9.2 约束的一单经数命题 .....	151
9.3 一层显式归纳复合 .....	152
9.4 一层隐式归纳复合 .....	155
9.5 $\wedge^{-1}$ 、 $\vee^{-1}$ 与 $\leq^{-1}$ 三者之间的关系 .....	156
9.6 一层分解 .....	157
9.7 一层大独、一层非决定性, 再论经验或数学充分条件 .....	157
9.8 准逻命题 .....	159
9.9 一层单准谓词演算分解证明系统 .....	162
<b>第 10 章 二层单准谓词演算 .....</b>	<b>164</b>
10.1 有义的二单逻命题 .....	164
10.2 约束的二单逻命题 .....	164
10.3 二层归纳复合 .....	165
10.4 二层分解 .....	171
10.5 二层大独、二层非决定性, 再论逻辑充分条件 .....	171
10.6 准超逻命题 .....	172
10.7 二层单准谓词演算分解证明系统 .....	174
<b>第 11 章 一层复谓词演算 .....</b>	<b>177</b>
11.1 特事命题段与非特事命题 .....	177
11.2 互逆复图 .....	177
11.3 成功图与失败图 .....	179
11.4 最小成功图 .....	179
11.5 命题链与特性命题段链 .....	182
11.6 复经命题示例 .....	184
11.7 有义的与约束的复经数命题 .....	185
11.8 复经数命题的互逆复图 .....	185
11.9 复经数命题的命题链与最小成功图 .....	186

---

11.10 一层复谓词演算分解证明系统 .....	187
<b>第 12 章 二层复谓词演算 .....</b>	<b>200</b>
12.1 有义的与约束的复逻辑命题 .....	200
12.2 互逆蕴涵命题的隐式归纳复合建立 .....	200
12.3 矛盾命题的隐式归纳复合建立 .....	201
12.4 上反对命题的隐式归纳复合建立 .....	203
12.5 下反对命题的隐式归纳复合建立 .....	205
12.6 复逻辑命题逻辑方阵 .....	205
12.7 连续项空间中的复逻辑命题 .....	206
12.8 二层复谓词演算分解证明系统 .....	207
<b>第 5 篇 互逆主义集合论</b>	
<b>第 13 章 元素、集合与命题, 互逆坐标系层次, 集合运算 .....</b>	<b>211</b>
13.1 集合运算 .....	211
13.2 元素、集合与命题 .....	211
13.3 互逆坐标系层次 .....	214
13.4 交运算 .....	221
13.5 幂集 .....	224
<b>第 14 章 主元 .....</b>	<b>225</b>
14.1 二元关系 .....	225
14.2 经数联符 .....	231
14.3 互逆主义集合论中主常元与朴素集合论中二元关系 .....	234
<b>第 15 章 辅元 .....</b>	<b>236</b>
15.1 函数 .....	236
15.2 事实复符 .....	244
15.3 自反性与幂等性、对称性与可交换性 .....	246
15.4 互逆主义集合论中的辅元与朴素集合论中的函数 .....	246
15.5 关系与函数 .....	246
<b>第 6 篇 互逆主义抽象代数</b>	
<b>第 16 章 辅代数 .....</b>	<b>249</b>
16.1 代数结构 .....	249

---

16.2	贯轴直线	252
16.3	结合辅代数	254
16.4	二元双射辅代数	254
16.5	幂等辅代数	265
16.6	补幂等辅代数	267
16.7	代数间的同构	270
16.8	贯轴直线-导数-代数性质小结	272
16.9	各个具有两个二元运算的代数之间的比较	272
16.10	各个具有一个二元运算的辅代数之间的关系	272
16.11	辅代数与经典抽象代数的比较	273
<b>第 17 章 主辅代数</b>		274
17.1	格	274
17.2	布尔代数	277
17.3	集合定理主辅代数	281
<b>第 7 篇 泛矩阵</b>		
<b>第 18 章 等维矩阵</b>		301
18.1	$n$ 维矩阵的表示	301
18.2	矩阵的乘积	303
18.3	等维矩阵	305
18.4	幺体阵 A	308
18.5	体阵转置	309
<b>第 19 章 张量矩阵</b>		312
19.1	张量	312
19.2	张量矩阵	320
19.3	互逆离散数学小结	323
<b>第 8 篇 假言推理的应用</b>		
<b>第 20 章 互逆主义 Prolog</b>		327
20.1	互逆主义消解原理	327
20.2	互逆主义 Prolog、自底向上二层单准专家系统、二层递归、 迭代与二层程序变换	331

20.3 互逆主义 Prolog 的形式语义 .....	342
<b>第 21 章 互逆主义数据库 .....</b>	<b>347</b>
21.1 互逆主义关系数据库 .....	347
21.2 互逆主义对象-关系数据库 .....	353
<b>第 22 章 互逆主义自动规划 .....</b>	<b>355</b>
22.1 二层单准 Prolog 方案 .....	355
22.2 二层单准专家系统方案 .....	362
22.3 类 Prolog 方案 .....	367
22.4 一层正向推理方案 .....	368
22.5 本章小结 .....	368
<b>第 23 章 互逆主义语义网 .....</b>	<b>369</b>
23.1 引言 .....	369
23.2 一层语义网 .....	369
23.3 二层语义网 .....	377
23.4 关于语义网的 10 个结论 .....	380
23.5 RDF/XML 所根据的互逆主义知识表示系统 .....	381
<b>第 24 章 自顶向下二层单准专家系统 .....</b>	<b>389</b>
24.1 引言 .....	389
24.2 自顶向下的二层单准专家系统 .....	389
24.3 自底向上的二层单准专家系统 .....	391
24.4 用于铜器分类的经典专家系统 .....	391
24.5 改进的自顶向下二层单准专家系统 .....	393
24.6 确定性分类算法的改进 .....	394
24.7 时间复杂性分析 .....	395
24.8 结论 .....	398
<b>第 25 章 互逆主义多 agent 规划和调度, 互逆主义描述逻辑与二层本体, 互逆主义信息流 .....</b>	<b>399</b>
25.1 互逆主义多 agent 规划 .....	399
25.2 互逆主义多 agent 调度 .....	405
25.3 互逆主义描述逻辑与二层本体 .....	406

---

25.4	互逆主义信息流	410
<b>第 26 章 将二层推理规则系统改造为二层假言推理系统</b>		411
26.1	互逆主义程序验证	411
26.2	关系数据库函数依赖自动推导系统	420
26.3	互逆主义操作语义	421
26.4	基于二层假言推理的分布式状态机证明系统	422
26.5	基于二层假言推理的分布式实时状态机证明系统	422
26.6	基于二层假言推理的证明论 LK 系统	423
26.7	基于二层假言推理的自然演绎命题逻辑系统	424
26.8	基于二层假言推理的范畴语法非结合 Lambek 演算系统	425
<b>第 27 章 一层假言推理的应用,公理系统纳入假言推理系统</b>		427
27.1	互逆主义几何事实证明器	427
27.2	互逆主义语法分析器——二层语法分析器	430
27.3	互逆主义语法分析器——一层语法分析器	437
27.4	互逆主义自然语言理解	443
27.5	经典逻辑命题演算 L 系统纳入三层假言推理系统	446
27.6	带等词号的谓词演算 $K_{LG}$ 系统纳入二层假言推理系统	447
27.7	群论 G 系统纳入二层假言推理系统	448
27.8	互逆主义硬件验证	449
<b>第 9 篇 隐式归纳复合的应用</b>		
<b>第 28 章 隐式归纳复合的应用</b>		455
28.1	准逻辑定理证明器和准超逻辑定理证明器	455
28.2	单逻辑定理证明器	456
28.3	复逻辑定理证明器	461
28.4	半逻辑定理证明器	464
<b>第 10 篇 显式归纳复合的应用</b>		
<b>第 29 章 互逆主义机器学习</b>		469
29.1	引言	469
29.2	逆向运行正向证明系统	471
29.3	逆向运行反向证明系统	481

---

29.4 小结 .....	483
<b>第 30 章 关系数据库和数据仓库多表间复联符关联规则的挖掘 .....</b>	<b>484</b>
30.1 关系数据库和数据仓库多表间双联符关联规则的挖掘 ..	484
30.2 关系数据库和数据仓库多表间三联符关联规则挖掘及降维 挖掘 .....	492
<b>第 31 章 不确定性互逆主义逻辑 .....</b>	<b>497</b>
31.1 不确定性互逆主义逻辑 .....	497
31.2 基于不确定性互逆主义逻辑的模糊关联规则挖掘 .....	510
<b>第 32 章 互逆主义程序精化与互逆主义程序设计 .....</b>	<b>515</b>
32.1 互逆主义程序精化 .....	515
32.2 面向一、二层对象程序设计 .....	520
32.3 面向一、二层方面的程序设计 .....	522
<b>第 11 篇 互逆微积分、互逆主义抽象代数、泛矩阵的应用</b>	
<b>第 33 章 泛矩阵用于 OLAP、二维数字信号处理与坐标变换 .....</b>	<b>527</b>
33.1 泛矩阵用于数据仓库的联机分析处理 .....	527
33.2 泛矩阵用于二维数字信号处理 .....	532
33.3 泛矩阵用于坐标变换 .....	533
<b>第 34 章 互逆多值计算机 .....</b>	<b>535</b>
34.1 多值与非门 .....	535
34.2 多值与或非门 .....	537
34.3 本章小结 .....	545
<b>第 35 章 单边离散微积分用于时空复杂性计算互逆现代控制理论和 互逆主义时序推理 .....</b>	<b>546</b>
35.1 基于单边离散微积分的时空复杂性计算 .....	546
35.2 互逆现代控制理论 .....	548
35.3 互逆主义时序推理 .....	559
<b>参考文献 .....</b>	<b>563</b>

## 第1篇 概述

本篇包括预备知识和概述两个部分：预备知识包括形式逻辑和经典逻辑；概述勾画了互逆离散数学及其应用的概貌，并有对实质蕴涵的剖析和互逆主义逻辑的基本观点。



# 第1章 预备知识与概述

本章介绍互逆离散数学要用到的形式逻辑和经典逻辑(也叫数理逻辑)的基础知识,并简要介绍互逆离散数学及其应用。

## 1.1 形式逻辑简介

形式逻辑分为概念、判断和推理。概念是反映对象的本质属性的思维形式。判断是陈述客观事实情况的思想。推理是由已知的判断引申出另一个新判断的思维过程。

### 1.1.1 概念

概念反映事物的本质属性,用语词来表示。“长江”、“书”、“军队”、“和谐”、“非金属”等都是概念。

概念有两个逻辑特征:概念的内涵和概念的外延。概念的内涵指概念的内容或含义,它来自对象的本质属性的反映。例如,“人”这个概念的内涵即能制造生产工具的动物。概念的外延指概念所指称的对象范围,即它所反映的对象的总和。例如,“人”这个概念的外延即它所指称的古今中外的、各种肤色的、各个民族的人。

概念之间有六种关系:

- (1) 同一关系。例如,“巴黎”与“法国首都”具有同一关系。
- (2) 上属关系。例如,“工业”与“重工业”具有上属关系。
- (3) 下属关系。例如,“重工业”与“工业”具有下属关系。
- (4) 交叉关系。例如,“妇女”与“工人”具有交叉关系。
- (5) 矛盾关系。例如,“牛”与“非牛”具有矛盾关系。
- (6) 反对关系。例如,“牛”与“马”具有反对关系。

设  $a$  和  $b$  为两个概念,它们之间的六种关系如图 1.1 所示。

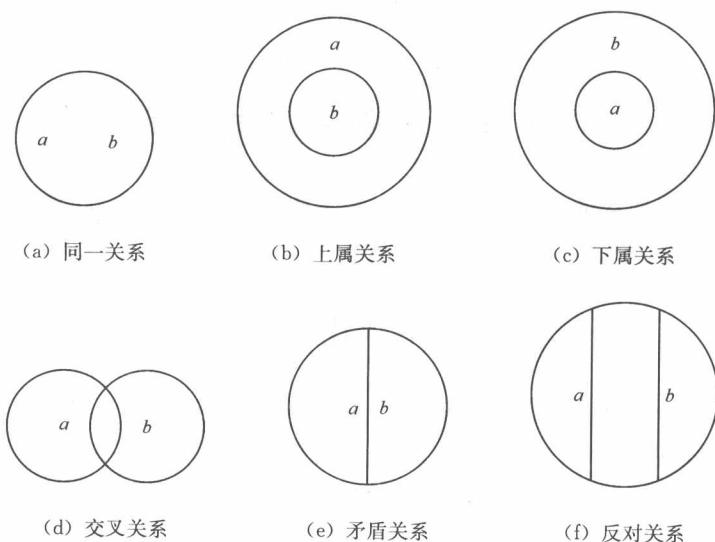


图 1.1 概念之间的六种关系

### 1.1.2 判断

判断是陈述客观事实情况的思想。任何判断或者为真，或者为假。判断用语句来表示。

## 1. 直言判断

有四种直言判断：全称肯定判断、全称否定判断、特称肯定判断、特称否定判断。

全称肯定判断的形式是：所有  $S$  都是  $P$ ，其中， $S$  为主项， $P$  为谓项，例如，在“所有书架上的书都是英文书”中， $S$  为“书架上的书”， $P$  为“英文书”。

全称否定判断的形式是:所有  $S$  都不是  $P$ 。例如,“所有书架上的书都不是英文书”。

特称肯定判断的形式是:有的 S 是 P。例如:“有的书架上的书是英文书”

特称否定判断的形式是：有的  $S$  不是  $P$ 。例如，“有的书架上的书不是英文书”。

全称肯定判断以“*A*”表示，“所有 *S* 都是 *P*”可简写为“*SAP*”。全称否定判断以“*E*”表示，“所有 *S* 都不是 *P*”可简写为“*SEP*”。特称肯定判断以“*I*”表示，“有的 *S* 是 *P*”可简写为“*SIP*”。特称否定判断以“*O*”表示，“有的 *S* 不是 *P*”可简写为“*SOP*”。

A、E、I、O这四个判断之间满足图 1.2 所示的逻辑方阵。