

同一梦想

Tongyimenxiang

总 编 唐小平



2010
高考第一轮
总复习



● 唐小平总编（右）与孙晓天教授
在都江堰留影

交流心得，释疑解惑，
分享经验，共拥智慧。

孙晓天

● 孙晓天先生题词

孙晓天 教育部基础教育数学课程标准研制工作组组长，全国中小学教材审定委员会委员，中央民族大学教授。出版著作有《数学发展的国际视野》（高等教育出版社）、《数学课程标准解读》（北京师范大学出版社）等若干部；在《数学通报》《人民教育》等刊物发表论文《近年来中国数学教育发展述要》《对数学新课程现状的分析与思考》等上百篇。先后多次应邀到日本、澳大利亚等国以数学教育为主题讲学和访问。

沉稳是一种 高档次的美

励志箴言



沉稳是一种高档次的美。

我就听说过一个这样的故事。

那还是许多年前，那时的欧洲有个习惯，为了使欣赏音乐会的听众们一心一意地听琴，主办者常常会熄灭演出会场的灯光，当音乐家成功演奏完一曲后再将灯点亮。恰好小提琴演奏家帕格尼尼有个仇人，那仇人十分嫉妒帕格尼尼高超的演奏技艺，就故意利用灯光熄灭的短暂时刻想出个馊点子，一心想出出帕格尼尼的洋相。

那是一场举世关注的演奏会。灯光刚刚熄灭，帕格尼尼就极投入地演奏了一曲，在听众海潮般热烈的掌声中，帕格尼尼笑了笑，放下小提琴，举起双手向人们致谢，此时此刻的他一点也不知道，就在刚才，趁着黑暗，他的琴已被偷偷地换了。但他发现后并不慌乱，而是极沉稳、极从容地说了一句：“朋友们，就在刚才，我的琴被人偷偷地换了，太好了，这反而给了我一个机会，那就是，我将用我的琴声证明，最美妙的音乐其实并不在乐器上，而是在演奏者的心里！”说完，他拿起那把破琴，一如既往地演奏起来，美妙无比的音乐从那把破琴里梦幻般地飘了出来。

自然，当人们确实知晓了这个奇迹乃是出自一把破琴后，也就格外惊叹不已，深信帕格尼尼说的是真理。但我更惊叹的是帕格尼尼的沉稳，因为正是这种沉稳使我悟出了一个大道理：所谓沉稳，原来是一种高档次的聪明！正因为沉稳者顶天立地，这才把可怕的险情变成了美丽的机遇——正如沉稳的帕格尼尼，即便身边不再有美丽的灯光，他心中仍然能流淌出美妙的音乐。

修远箴言 1 拥有一颗沉稳的心

拥有一颗沉稳的心，不被某些意外的变故影响了情绪，不被某些不利的因素影响了心态，深信自己能够从容地驾驭所处的环境，能够临危不乱，自然而洒脱地应对各种考验，从而化不利为有利，就能像帕格尼尼那样以沉稳之心，用一把破琴演奏出美妙的音乐。拥有一颗沉稳之心，是对自己能力的一种高度自信，是建立在对所面对事物的充分把握的基础之上的。

修远箴言 2 把困难踩在脚下

正因为沉稳，诸葛亮才能在大敌逼近城门之时，悠然地抚琴，为世人留下千古传颂的“空城计”；正因为沉稳，帕格尼尼才能在灯光暗淡时，用一把破琴演奏出美妙的音乐。沉稳的心，帮助老艄公于惊涛骇浪中把好船舵；帮助特技演员行走于令人胆寒的钢索之上；帮助我们战胜恐惧，战胜怯懦，把危险、灾难、困难等统统踩在脚下，从容不迫地去面对、去抗争，从而获得胜利。

修远箴言 3 敏锐发现新生机

不利的地方也存在着机遇，只要有一颗不轻易认输的雄心，自信地走自己选定的道路，那么，有些坎坷不过是一些考验，有些泥泞不过是一些磨练，有些意外不过是一些点缀，有些对手不过是另一类朋友。真正的大成功者，不仅懂得抓住一切有利时机，还善于在别人认为“没有可能”的地方，敏锐地发现新的生机；善于将不利的因素转化为积极有利的因素，进而创造出新的机遇，获得别人难以企及的更大的成功。

超越梦想一起飞

编委会

主委

任员

周安平 唐小平 黄益德
程红兵 郭希连 夏志清
赖青春 汪学毅 周益新
肖少斌 杨乾柏 房学敏
席玉虎 陈耀文 闫韧民
米加德 胡小松 唐洪启
司丽丽 龚良凡 李少毅
逢忠飞 吴王 李黎红
黄玉珏 王郝学 徐云知
康玉峰 田华新 张云怡
李朝晖 张雨林 王雨芳
李朝晖 张雨芳

总主

编编

唐小平 马先仑 郑召齐 张霞丽 郑召齐 刘贤全 杨继东 胡志平 闫韧民 司丽丽 张敏

葛平星

葛平星

周扬娟

张霞丽

张崇盟

万德俊

柳小萃

策划

项目统筹 版式设计

体例

预案

对接高考

考点一网打尽

考题一比高低

知能梳理

特别提醒

高考再现

考向指南



学案

研习高考

考技一鸣惊人

总结一目了然

自测一试身手

重点突破

随讲随练

规律感悟

当堂练习

超越梦想

梦想不是终点站，梦想只是一个人抒写人生传奇的崭新起跑线。

爱迪生不是只因为一项发明就成为名扬世界的发明家的。

爱因斯坦不是因为仅仅一个“相对论”而成为彪炳史册的科学家的。

牛顿也不是因为发现一个万有引力定律而成为一个被世界铭记的伟大物理学家的。

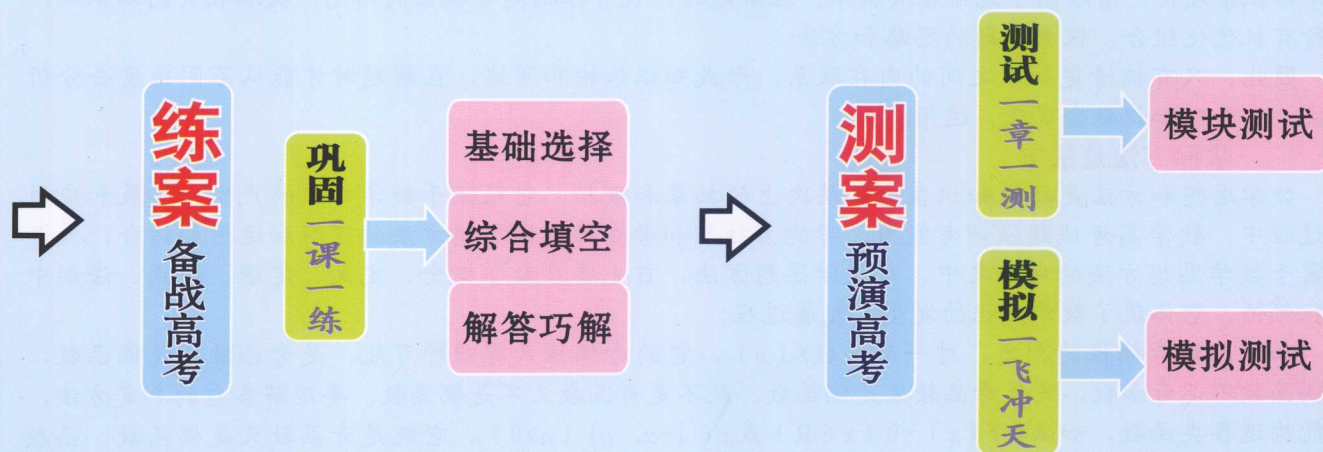
特色

产品形态组合化 “4×1”模式:1(课堂学案)+1(课时作业)+1(单元测试)+1(教师用书)。方便师生使用,符合一轮复习实际。

内容编排课堂化 围绕“以课堂复习为核心的备考方案”这个理念编写。既是学生上课的学案,又是教师上课的教案,乃教师和学生课堂教与学最方便快捷的工具和凭借。

考点梳理讲练化 教材要点与考纲考点完美对接。对考点进行系统梳理,考点的讲解既有直白、精练的图文陈述,又有典型例题的解析。采取随讲随练的方式,以讲带练,以练促讲,科学安排变式练习进行当堂巩固。

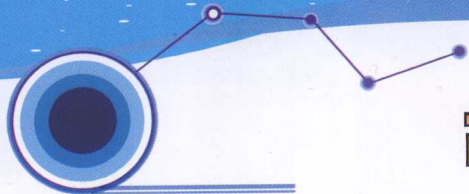
品格追求权威化 国家课题支撑,学术权威题词,名家担纲总编,名师担任主编。



纵观历史上的杰出伟人,没有一个是抵达了一个梦想而就此止步的,他们总是在不断超越着。

是一次又一次对自己梦想的超越,才使他们越来越高大,最终成为了人类历史和世界的巨人。

超越梦想,只有不停地超越,我们才能离平庸越来越远;只有不断地超越,我们才能与成功越来越近。



高考数学总复习的策略

《同一梦想》是高考总复习图书。数学总复习如何突出一个“总”字呢？《同一梦想》告诉我们注意以下四点：抓好基础；把握知识的内在联系、构建知识网络；增强运用数学思想方法的意识性；在过程中提高能力。

一 抓好基础是根本

按照《考试说明》的要求，在对知识内容进行全面复习的基础上，要注意突出重点。重点知识是数学学科知识体系的主要内容，也是高考的重点。如数列、不等式、函数、三角函数的图像和性质及恒等变换、空间图形中元素的位置关系、直线和圆锥曲线的性质、解析几何的基本思想等，要重在对这些内容的理解、掌握和灵活应用，这是最重要的基础。

抓基础时，要重视课本，尤其要重视重要概念、公式、法则的形成过程和例题的典型作用，在高考数学试题中有相当多的题目是由课本上基本题目的直接引用或稍做变形而得来的。没有扎实的基础，搞综合提高是不会有好效果的。即使在解综合题时，也离不开基础知识，抓好基础是根本，要坚持不懈。

二 构建网络是基石

数学高考试题的设计，重视数学知识的综合和知识的内在联系，尤其重视在知识网络的交汇点设计试题。

高三数学总复习的过程，是对数学基础知识和基本方法不断深化的过程，要从本质上认识和理解数学知识之间的联系，从而加以分类、归纳、综合，形成一个较完备的知识网络体系，它可使无序的数学知识条理化，清晰明了地印在头脑中。在解题时，就可根据题目提供的信息，提取相关的知识点，进行有机优化组合，探索解题的思路和方法。

因此，只有搞清楚知识之间的内在联系，形成知识结构和网络，在解题时才能从不同角度去分析解决，才能对知识融会贯通，运用自如。

三 掌握方法是法宝

数学思想和方法是数学知识在更高层次上的抽象和概括，它蕴涵于数学知识的产生、发展和应用的过程中。数学高考试题强调考能力，考能力往往和考查对数学思想方法的理解和运用相结合，或者寄寓于数学思想方法的考查之中。对数学思想方法，首先要在数学概念、定义、定理、公式、法则中进行领悟，它体现了数学知识的发生、发展过程。

如对函数奇偶性的判定，对一个函数 $f(x)$ ，它的奇偶性只有四种可能，是奇函数不是偶函数，是偶函数不是奇函数，既是奇函数又是偶函数，既不是奇函数又不是偶函数。要理解各自的判定方法，并能构造各类函数，如函数 $f(x)=0$ ($x \in \mathbb{R}$) 或 $x \in [-a, a]$ ($a>0$)，它既是奇函数又是偶函数，函数 $f(x)=a$ ($a \neq 0$ 的常数)， $x \in \mathbb{R}$ 或 $x \in [-a, a]$ ($a>0$) 时是偶函数不是奇函数；而函数 $f(x)=0$ ， $f(x)=a$ ，当 $x \in [0, +\infty)$ 或 $x \in [-3, 8]$ 时，它既不是奇函数又不是偶函数。

四 注重过程是关键

过程主要指数学知识的形成过程、数学理论的形成过程和解决数学问题时的思维过程。

数学能力的提高只有在学习和解决数学问题的过程中才能实现。在高三总复习过程中，养成对典型问题进行反思的习惯是很有好处的。如自己是否能很好地理解题意，弄清题设和结论之间的内在联系，较好地找到解决问题的突破口；自己所用的解题方法是否合理简捷，有没有更好的解法；解题过程是否正确无误；表述是否符合逻辑，是否全面；解题所用的方法是否有广泛的应用价值，如果适当改变题目的条件或结论，问题将会再现什么变化，与过去做过的题目之间有没有联系等。

当你领悟了蕴涵在问题中的提出、完善和深化的全过程，掌握了贯穿在分析问题解决问题时的数学思维方法，就会达到数学知识和方法的融会贯通，就会提高综合运用数学知识和方法及解决问题的能力。



全国教育科学“十一·五”教育规划课题成果

同一梦想

总编 唐小平

2010
高考第一轮
总复习

西南师范大学出版社 星球地图出版社

第一章 集合与常用逻辑用语

- 1.1 集合 1
练案·课时作业(活页)
- 1.2 命题与量词、逻辑联结词 4
练案·课时作业(活页)
- 1.3 充要条件与四种命题 6
练案·课时作业(活页)

单元测试一 集合与常用逻辑用语(活页)

第二章 函数

- 2.1 函数及其表示方法 10
练案·课时作业(活页)
- 2.2 函数的定义域及值域 13
练案·课时作业(活页)
- 2.3 函数的单调性 15
练案·课时作业(活页)
- 2.4 函数的奇偶性 17
练案·课时作业(活页)
- 2.5 一、二次函数与幂函数 19
练案·课时作业(活页)
- 2.6 函数与方程 22
练案·课时作业(活页)
- 2.7 指数与指数函数 24
练案·课时作业(活页)
- 2.8 对数与对数函数 26
练案·课时作业(活页)
- 2.9 函数的图像 29
练案·课时作业(活页)
- 2.10 函数的应用 31
练案·课时作业(活页)

第三章 导数及其应用

- 3.1 导数及其运算 35
练案·课时作业(活页)
- 3.2 导数的应用 38
练案·课时作业(活页)
- 3.3 定积分与微积分基本定理 41
练案·课时作业(活页)

单元测试二 函数与导数(活页)

第四章 三角函数与解三角形

- 4.1 三角函数的基本概念 43
练案·课时作业(活页)

目录

4.2 三角函数的图像 46	练案·课时作业(活页)
4.3 三角函数的性质 49	练案·课时作业(活页)
4.4 两角和与差、倍角的三角函数 52	练案·课时作业(活页)
4.5 三角求值及最值 55	练案·课时作业(活页)
4.6 解三角形 57	练案·课时作业(活页)
第五章 平面向量	
5.1 向量的线性运算 61	练案·课时作业(活页)
5.2 向量的分解与向量的坐标运算 64	练案·课时作业(活页)
5.3 向量的数量积 66	练案·课时作业(活页)
单元测试三 三角与平面向量(活页)	
第六章 数列	
6.1 数列 69	练案·课时作业(活页)
6.2 等差数列 71	练案·课时作业(活页)
6.3 等比数列 74	练案·课时作业(活页)
6.4 数列求和 76	练案·课时作业(活页)
6.5 数列的综合应用 78	练案·课时作业(活页)
单元测试四 数列(活页)	
第七章 不等式	
7.1 不等关系与不等式 82	练案·课时作业(活页)
7.2 均值不等式 84	练案·课时作业(活页)
7.3 一元二次不等式及其解法 87	练案·课时作业(活页)
7.4 线性规划问题 89	练案·课时作业(活页)
第八章 推理与证明	
8.1 合情推理与演绎推理 92	练案·课时作业(活页)
8.2 直接证明与间接证明 94	练案·课时作业(活页)
8.3 数学归纳法 96	练案·课时作业(活页)
单元测试五 不等式与推理证明(活页)	
第九章 立体几何初步	
9.1 几何体的基本元素与结构特征 99	练案·课时作业(活页)
9.2 投影、直观图及三视图 102	

目录

CONTENTS

练案·课时作业(活页)	
9.3 几何体的表面积与体积	105
练案·课时作业(活页)	
9.4 平面的基本性质与推论	107
练案·课时作业(活页)	
9.5 空间中的平行关系	109
练案·课时作业(活页)	
9.6 空间中的垂直关系	112
练案·课时作业(活页)	
第十章 空间向量与立体几何	
10.1 空间向量及其运算	115
练案·课时作业(活页)	
10.2 线面关系的证明	118
练案·课时作业(活页)	
10.3 空间角与距离	121
练案·课时作业(活页)	
单元测试六 立体几何初步(活页)	
第十一章 平面解析几何初步	
11.1 直线的方程	126
练案·课时作业(活页)	
11.2 直线的位置关系	128
练案·课时作业(活页)	
11.3 圆的方程	131
练案·课时作业(活页)	
11.4 直线与圆、圆与圆的位置关系	133
练案·课时作业(活页)	
第十二章 圆锥曲线与方程	
12.1 椭圆	136
练案·课时作业(活页)	
12.2 双曲线	139
练案·课时作业(活页)	
12.3 抛物线	142
练案·课时作业(活页)	
12.4 直线与圆锥曲线	144
练案·课时作业(活页)	
12.5 求曲线的方程	147
练案·课时作业(活页)	
单元测试七 解析几何(活页)	
第十三章 统计	
13.1 随机抽样	151
练案·课时作业(活页)	
13.2 用样本估计总体	154
练案·课时作业(活页)	
13.3 变量的相关性	157
练案·课时作业(活页)	
第十四章 统计案例	
14.1 独立性检验	160
练案·课时作业(活页)	
14.2 回归分析	162
练案·课时作业(活页)	
单元测试八 统计与统计案例(活页)	
第十五章 计数原理	
15.1 基本计数原理	165
练案·课时作业(活页)	
15.2 排列与组合	167
练案·课时作业(活页)	
15.3 排列组合综合应用	169
练案·课时作业(活页)	
15.4 二项式定理	172
练案·课时作业(活页)	
第十六章 概率	
16.1 事件及古典概型	175
练案·课时作业(活页)	
16.2 互斥事件及几何概型	177
练案·课时作业(活页)	
第十七章 随机变量及数字特征	
17.1 条件概率与事件的独立性	181
练案·课时作业(活页)	
17.2 离散型随机变量及其分布列	184
练案·课时作业(活页)	
17.3 离散型随机变量的数字特征及正态分布	186
练案·课时作业(活页)	
单元测试九 概率(活页)	
第十八章 算法初步	
18.1 算法与程序框图	190
练案·课时作业(活页)	
18.2 基本算法语句与算法案例	194
练案·课时作业(活页)	
第十九章 复数	
19.1 复数	198
练案·课时作业(活页)	
单元测试十 算法初步与复数(活页)	
第二十章 不等式选讲	
20.1 含绝对值的不等式	201
练案·课时作业(活页)	
20.2 不等式的证明	203
练案·课时作业(活页)	
模拟测试一(活页)	
模拟测试二(活页)	
讲练部分参考答案	281
练案·课时作业参考答案	290
单元测试参考答案	343

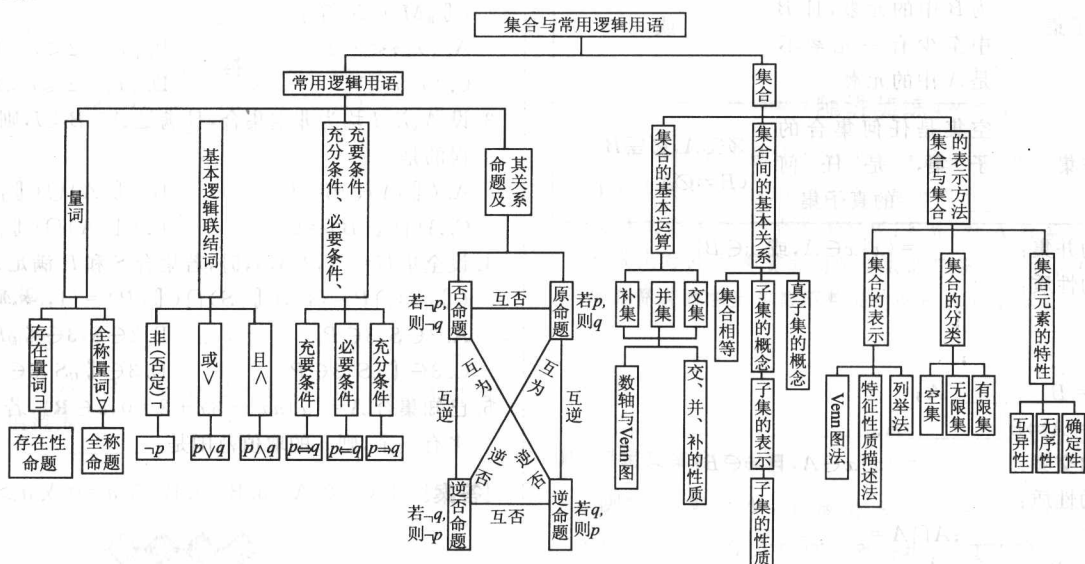




第一章

集合与常用逻辑用语

知识网络



命题展望

集合的考查通常以两种方式出:(1)考查集合的概念、集合间的关系、集合的运算;(2)与其他知识相结合,考查中学数学常见的数学思想.

该知识点是命题热点,应引起高度重视,逻辑是研究思维形式及其规律的一门基础学科,基本的逻辑知识是认识问题、研究问题不可缺少的工具,以考查四种命题、逻辑联结词等知识点为主,在难度上以易题为主,今后高考命题上仍以基本概念为考查对象,并且以本节知识作为工具考查函数、方程、三角、立体几何、解析几何中的知识点,题型主要是选择题和填空题.

1.1 集合

对接高考

预案



一网打尽 考点

知能梳理

知识梳理

1. 元素与集合

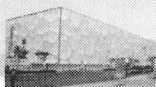
- (1)集合中元素的三个特性: 、 、 .
- (2)集合中元素与集合的关系

文字语言	符号语言
属于	
不属于	

(3)常见集合符号表示

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集	复数集
符号						

(4)集合的表示法: 、 、 .



2. 集合间的基本关系

表示 关系	文字语言	符号语言
相等	集合A与集合B中的所有元素都相同	$\Leftrightarrow A=B$
子集	A中任何一元素均为B中的元素	或
真子集	A中任何一元素均为B中的元素,且B中至少有一元素不是A中的元素	或
空集	空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集	$\emptyset \subseteq A, \emptyset \subsetneq A (A \neq \emptyset)$

3. 集合的并集: $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或 } x \in B\}$

并集的性质:

$$A \cup \emptyset = A;$$

$$A \cup A = A;$$

$$A \cup B = B \cup A;$$

$$A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A.$$

4. 集合的交集: $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$

交集的性质:

$$A \cap \emptyset = \emptyset; A \cap A = A;$$

$$A \cap B = B \cap A;$$

$$A \cap B = A \Leftrightarrow B \supseteq A.$$

5. 集合的补集: $\complement_U A = \{x | x \in U, \text{且 } x \notin A\}$

补集的性质:

$$A \cup (\complement_U A) = U;$$

$$A \cap (\complement_U A) = \emptyset;$$

$$\complement_U (\complement_U A) = A;$$

$$\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B);$$

$$\complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B).$$

自主探究 1. (1) 确定性 无序性 互异性 (2) $\in$ (3) $\mathbb{N}$ $\mathbb{N}^*$ ($\mathbb{N}_+$) $\mathbb{Z}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\mathbb{C}$ (4) 列举法 描述法

Venn图法 2. $A \subseteq B, \text{且 } B \subseteq A \Leftrightarrow A=B$ $A \subsetneq B, B \supsetneq A$
非空集合 3. $A \cup B$ $A \cap B$ $A \cup \emptyset = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$
 $\emptyset \subseteq A$ $\emptyset \subsetneq A$ $\emptyset \cup A = A$ $\emptyset \cap A = \emptyset$

知识回扣

1. 下列关系: ① $3\sqrt{2} \notin \{x | x \leq \sqrt{17}\}$; ② $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$; ③ $0 \in \mathbb{N}$; ④ $0 \in \emptyset$. 其中正确的个数是 ()

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

2. 设全集是实数 $\mathbb{R}$, $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{x | x < 1\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} M) \cap N$ 等于 ()

A. $\{x | x < -2\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$

C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{x | -2 \leq x < 1\}$

3. 设 A, B, I 均为非空集合, 且满足 $A \subseteq B \subseteq I$, 则下列各式错误的是 ()

A. $(\complement_I A) \cup B = I$

B. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$

C. $A \cap (\complement_I B) = \emptyset$

D. $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \complement_I B$

4. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若集合 S 和 P 满足 $S \cap P = \{2\}$, $(\complement_U S) \cap P = \{4\}$, $(\complement_U S) \cap (\complement_U P) = \{1, 5\}$, 则有 ()

A. $3 \in S, 3 \in P$

B. $3 \in S, 3 \in \complement_U P$

C. $3 \in \complement_U S, 3 \in P$

D. $3 \in \complement_U S, 3 \in \complement_U P$

5. 已知集合 $A = \{x | ax^2 - 3x + 2 = 0, a \in \mathbb{R}\}$, 若 A 中元素至多有一个, 则 a 的取值范围是 ()

答案 1. C 2. A 3. B 4. B 5. $a = 0$ 或 $a \geq \frac{9}{8}$

特别提醒

1. 元素与集合之间的属于关系、集合与集合之间的包含关系要分清.

2. 理解空集, 集合 $\{0\}, \{\emptyset\}$ 之间的区别. 可作一横向联系, 最伟大的数字 0, 最伟大的集合 $\emptyset$, 最伟大的向量 $\mathbf{0}$ 并称“三最”.

3. 有限集合 A 中有 n 个元素, 其子集个数 2^n , 真子集个数 $2^n - 1$, 非空子集个数 $2^n - 1$, 非空真子集个数 $2^n - 2$, 并横向联系二项式定理, 组合数公式加以理解.

4. 进行集合交并补运算时多借助图形即(数轴或韦恩图), 用数轴进行集合运算时, 注意端点的取舍, 数形结合的思想方法使问题直观简洁, 另外仍然需要注意最伟大的集合 $\emptyset$.



一比高低 考题

1. (2008 北京) 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, 那么集合 $A \cap (\complement_U B)$ 等于 ()

A. $\{x | -2 \leq x < 4\}$ B. $\{x | x \leq 3 \text{ 或 } x \geq 4\}$

C. $\{x | -2 \leq x < -1\}$ D. $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$

考向指南

考查交集、补集运算, 无限集的探求常借助于数轴, 同时注意端点值的探讨.

2. (2008 广东) 第二十九届夏季奥林匹克运动会将于 2008 年 8 月 8 日在北京举行. 若集合 $A = \{\text{参加北京奥运会比赛的运动员}\}$, 集合 $B = \{\text{参加北京奥运会比赛的男运动员}\}$, 集合 $C = \{\text{参加北京奥运会比赛的女运动员}\}$, 则下列

关系正确的是 ()

A. $A \subseteq B$

B. $B \subseteq C$

C. $A \cap B = C$

D. $B \cup C = A$

考向指南

抽象集合的关系探讨常利用 Venn 图.

3. (2009 上海春) 若集合 $A = \{x | |x| > 1\}$, 集合 $B = \{x | 0 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

考向指南

考查集合的运算, 求集合的交一般的先计算每一个集合, 后利用数轴求交.

一鸣惊人 **考技**

重点突破

一、集合的概念

例1 含有三个实数的集合,既可表示为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$,也可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$,则 $a^{2008}+b^{2007}$ 的值为_____.

随讲随练

1. 已知 $1 \in \{a+2, (a+1)^2, a^2+3a+3\}$,求实数 a 的值.

二、集合的运算

例2 已知集合 $A=\{x|x^2+3x+2 \geq 0\}$, $B=\{x|mx^2-4x+m-1 > 0, m \in \mathbf{R}\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, 且 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

随讲随练

2. 设集合 $A=\{(x, y)|y=2x-1, x \in \mathbf{N}^*\}$, $B=\{(x, y)|y=ax^2-ax+a, x \in \mathbf{N}^*\}$, 问是否存在非零整数 a , 使 $A \cap B \neq \emptyset$? 若存在, 请求出 a 的值; 若不存在, 说明理由.

三、集合运算的实际应用

例3 某班有21人参加数学课外小组, 17人参加物理课外小组, 10人参加化学课外小组, 既参加数学又参加物理小组的有12人, 既参加数学也参加化学小组的有6人, 既参加物理又参加化学的有5人, 三个小组都参加的有2

个, 问所有参加课外小组的共有多少人?

随讲随练

3. 向50名学生调查对 A, B 两事件的态度, 有如下结果: 赞成 A 的人数是全体的五分之三, 其余的不赞成; 赞成 B 的比赞成 A 的多3个, 其余的不赞成; 另外, 对 A, B 都不赞成的学生数比对 A, B 都赞成的学生数的三分之一多1人, 问对 A, B 都赞成的学生和都不赞成的学生各有多少人?

四、自定义集合的运算

例4 若集合 A_1, A_2 满足 $A_1 \cup A_2 = A$, 则称 (A_1, A_2) 与 (A_2, A_1) 为集合 A 的同一种分拆, 则集合 $A=\{1, 2, 3\}$ 的不同分拆种数是 ()

- A. 27 B. 26 C. 9 D. 8

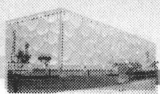
随讲随练

4. 设 S 是至少含有两个元素的集合, 在 S 上定义了一个二元运算“ $*$ ”(即以任意的 $a, b \in S$, 对于有序元素对 (a, b) , 在 S 中有唯一的元素 $a*b$ 与之对应), 若对任意的 $a, b \in S$, 有 $a*(b*a)=b$, 则对任意的 $a, b \in S$, 下列不等式中不恒成立的是 ()
- A. $(a*b)*a=a$
 B. $b*(b*b)=b$
 C. $[a*(b*a)]*(a*b)=a$
 D. $(a*b)*[b*(a*b)]=b$

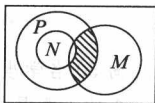
一目了然 **总结**

规律感悟

- 集合关系是由元素关系来决定的, 区分开元素与集合, 集合与集合的两大关系.
- 解决集合运算, 必须准确理解集合的有关概念, 对于用描述法给出集合 $\{x|x \in p(x)\}$; 要紧紧抓住竖线前面的代表元素 x 以及它所具有的性质 $p(x)$, 例如: $A=\{x|y=2^x\}=\mathbf{R}$, 而 $B=\{y|y=2^x\}=\{y|y>0\}$.
- 集合作为工具应用于函数、方程、不等式、解析几何等问题中, 要注意将集合语言转化为我们所熟知的语言.
- 不等式解集的集合运算多借助数轴进行; 一般集合可用 Venn 图加以表示; 点集的几何意义为函数图像或方程的曲线, 所以要树立借助图形解决集合问题的意识.



1. 设 A, B 是两个非空集合, 定义 $A+B=\{a+b|a\in A, b\in B\}$, 若 $A=\{0, 2, 5\}, B=\{1, 2, 6\}$, 则 $A+B$ 子集的个数是 ()
A. 2^9 B. 2^8 C. 2^7 D. 2^6
2. 已知集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, A=\{2, 4, 5, 7\}, B=\{3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$ ()
A. $\{1, 6\}$ B. $\{4, 5\}$
C. $\{2, 3, 4, 5, 7\}$ D. $\{1, 2, 3, 6, 7\}$
3. 设 U 为全集, 集合 M, N, P 都是 U 的真子集, 如图所示, 图中阴影部分表示的集合为 ()



- A. $M \cap (N \cup P)$ B. $M \cap (P \cap \complement_U N)$
C. $P \cap (\complement_U M \cap \complement_U N)$ D. $(M \cap N) \cup (M \cap P)$

4. 已知 $\{a, b\} \subseteq A \subsetneq \{a, b, c, e, d\}$ 写出所有满足条件的 A _____.
5. 已知集合 $A=\{x|\log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geq -2\}$, 集合 $B=\{x|\frac{2a}{x-a} > 1\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

对应课时作业见 P₂₀₇

1.2 命题与量词、逻辑联结词

对接高考

预 案

YU'AN



知识梳理

1. 命题
能 _____ 的语句叫做命题.
2. 全称量词与全称命题
(1) 全称量词: 短语“_____”在陈述中表示所述事物的 _____, 在逻辑中通常叫做全称量词.
(2) 全称命题: 含有 _____ 的命题.
(3) 全称命题的符号表示
形如“对 M 中所有 $x, p(x)$ ”的命题, 可用符号简记为“_____”.
3. 存在量词与存在性命题
(1) 存在量词: 短语“_____”或“_____”或“_____”在陈述中表示所述事物的 _____ 或 _____, 逻辑中通常叫做存在量词.
(2) 存在性命题: 含有 _____ 的命题
(3) 存在性命题的符号表示
形如“存在集合 M 中的元素 $x, q(x)$ ”的命题, 用符号简记为 _____.
4. 基本逻辑联结词
常用的基本逻辑联结词有“_____”、“_____”、“_____”.
5. 命题 $p \wedge q, p \vee q, \neg p$ 的真假判断

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	_____	_____	_____
真	假	_____	_____	_____
假	真	_____	_____	_____
假	假	_____	_____	_____

6. 含有一个量词的命题的否定.

命题	命题的否定
$\forall x \in M, p(x)$	_____
$\exists x \in M, p(x)$	_____

自主比对

1. 判断真假
2. (1) 所有 全体 (2) 全称量词 (3) $\forall x \in M, p(x)$
3. (1) 有一个 有些 至少有一个 个体 部分
(2) 存在量词 (3) $\exists x \in M, q(x)$
4. 或 且 非
5. _____

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

6.

命题	命题的否定
$\forall x \in M, p(x)$	$\exists x \in M, \neg p(x)$
$\exists x \in M, p(x)$	$\forall x \in M, \neg p(x)$

知识回扣

1. 下列语句: ①空集是任何集合的真子集; ② $x > 2$; ③ $\triangle ABC$ 的面积; ④高一学生, 其中不是命题的是 ()
A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

2. 已知全集 $S=\mathbf{R}$, $A\subseteq S$, $B\subseteq S$, 若命题 $p:\sqrt{2}\in A\cup B$, 则命题“ $\neg p$ ”是 ()

A. $\sqrt{2}\notin A$

B. $\sqrt{2}\in \complement_s B$

C. $\sqrt{2}\notin A\cap B$

D. $\sqrt{2}\in (\complement_s A)\cap (\complement_s B)$

3. 给出下列三个命题:

①若 $a\geq b>-1$, 则 $\frac{a}{1+a}\geq \frac{b}{1+b}$; ②若正整数 m 和 n 满足

$m\leq n$, 则 $\sqrt{m(n-m)}\leq \frac{n}{2}$; ③设 $P(x_1, y_1)$ 为圆 $O_1: x^2+y^2=9$ 上任一点, 圆 O_2 以 $Q(a, b)$ 为圆心且半径为 1. 当 $(a-x_1)^2+(b-y_1)^2=1$ 时, 圆 O_1 与圆 O_2 相切. 其中假命题是_____.

4. 把“当 $x>2$ 时, $x^2>3$ ”用全称量词和存在量词表示_____.

5. 命题 $p:\{2\}\in\{2,3\}$, $q:\{2\}\subseteq\{2,3\}$, 对命题的下述判断:

① $p\vee q$ 为真; ② $p\vee q$ 为假; ③ $p\wedge q$ 为真; ④ $p\wedge q$ 为假;

⑤ $\neg p$ 为真; ⑥ $\neg p$ 为假, 其中正确的是_____.

答案 1. D 2. D 3. ③ 4. $\forall x>2, x^2>3$; $\exists x>2$ 使 $x^2>3$

5. ①④⑤

特别提醒

1. 全称命题与存在性命题的区别在于“任意”与“存在”上.
2. “ $p\wedge q$ ”“ $p\vee q$ ”的否定是“ $(\neg p)\vee(\neg q)$ ”. “ $(\neg p)\wedge(\neg q)$ ”.
3. 命题的否定与否命题是不同的, 要区分开.
4. 注意全称命题与存在性命题的否定的不同和联系.

一比高低 考题

1. (2008 广东) 已知命题 p : 所有有理数都是实数, 命题 q : 正数的对数都是负数, 则下列命题中为真命题的是 ()

A. $(\neg p)\vee q$

B. $p\wedge q$

C. $(\neg p)\vee(\neg q)$

D. $(\neg p)\wedge(\neg q)$

考向指南

考查命题真值表.

2. (2008 湖南) 设有直线 m, n 和平面 α, β 下列四个命题中, 正确的是 ()

A. 若 $m\parallel\alpha, n\parallel\alpha$, 则 $m\parallel n$

B. 若 $m\subset\alpha, n\subset\alpha, m\parallel\beta, n\parallel\beta$, 则 $\alpha\parallel\beta$

C. 若 $\alpha\perp\beta, m\subset\alpha$, 则 $m\perp\beta$

D. 若 $\alpha\perp\beta, m\perp\beta, m\not\subset\alpha$, 则 $m\parallel\alpha$

考向指南

以命题为工具考查立体几何中线面、面面位置关系.

3. (2007 山东) 命题“对任意的 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1\leq 0$ ”的否定是 ()

A. 不存在 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1\leq 0$

B. 存在 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1\leq 0$

C. 存在 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1>0$

D. 对任意的 $x\in\mathbf{R}, x^3-x^2+1>0$

考向指南

考查全称命题的否定, 应对部分否定的正确使用留心.

研习高考

学案

一鸣惊人 考技

重点突破

一、判断含有逻辑联结词的命题的真假

例1 分别写出由下列命题构成的“ $p\vee q$ ”、“ $p\wedge q$ ”、“ $\neg p$ ”命题的真假.

(1) p : 3 是 9 的约数, q : 3 是 18 的约数.

(2) p : 菱形的对角线相等, q : 菱形的对角线互相垂直.

(3) $p: a\in\{a, b, c\}$, $q: \{a\}\subsetneq\{a, b, c\}$.

(4) p : 不等式 $x^2+2x+2>1$ 的解集是 $\mathbf{R}$; q : 不等式 $x^2+2x+2\leq 1$ 的解集为 $\emptyset$.

(1) $p:\sqrt{3}$ 是无理数, $q:\sqrt{3}$ 是实数;

(2) $p: 4>6$, $q: 4+6\leq 10$;

(3) 8 或 6 是 30 的约数;

(4) 矩形的对角线互相垂直平分.

二、全称命题与存在性命题的否定

例2 写出下列命题的否定:

(1) 所有自然数的平方都是正数;

(2) 任何实数 x 都是方程 $5x-12=0$ 的根;

(3) 对任意实数 x , 存在实数 y , 使 $x+y>0$;

(4) 有些质数是奇数.

随讲随练

1. 分别写出下列各命题的“ $p\vee q$ ”、“ $p\wedge q$ ”和“ $\neg p$ ”的形式, 并判断它们的真假.

随讲随练

2. 写出下列命题的否定,并判断其真假:

(1)所有的矩形都是平行四边形;

(2)对 $\forall x \in \mathbf{R}, |x| \geq x$;

(3) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + x + \frac{1}{4} < 0$;

(4)有的质数是偶数.

三、利用含有逻辑联结词的命题的真假求参数的值或范围

例3 已知 p :方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负根;
 q :方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根.若“ p 或 q ”为真,

“ p 且 q ”为假,求 m 的取值范围.

随讲随练

3. 已知 $a > 0$, 设命题 p : 函数 $y = a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, q : 设函数 $y = \begin{cases} 2x-2a & (x \geq 2a) \\ 2a & (x < 2a) \end{cases}$, 函数 $y > 1$ 恒成立, 若 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 求 a 的取值范围.

一目了然总结

规律感悟

1. 先判断 p, q 的真假, 再据真值表判断“ $p \vee q$ ”、“ $p \wedge q$ ”、“ $\neg p$ ”命题的真假.
2. 全称命题的否定是存在性命题, 存在性命题的否定是全称命题.

一试身手自测

当堂练习

1. 下列四个命题中, 其中为真命题的是 ()
 A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 3 < 0$ B. $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 \geq 1$
 C. $\exists x \in \mathbf{Z}$, 使 $x^5 < 1$ D. $\exists x \in \mathbf{Q}$, 使 $x^2 = 3$
2. 下列命题中是全称命题的是 ()
 A. 圆有内接四边形
 B. $\sqrt{3} > \sqrt{2}$
 C. $\sqrt{3} < \sqrt{2}$
 D. 若三角形的三边长分别为 3, 4, 5, 则这个三角形为直角三角形
3. 已知 $p: 2+2=5; q: 3>2$, 则下列判断错误的是 ()
 A. “ $p \vee q$ ”为真, “ $\neg p$ ”为假
 B. “ $p \wedge q$ ”为假, “ $\neg p$ ”为真
 C. “ $p \wedge q$ ”为假, “ $\neg p$ ”为假
 D. “ $p \wedge q$ ”为假, “ $p \vee q$ ”为真

4. 设 $p(x): 2x+1$ 是奇数, 试用不同的表述方法写出下列命题.
 (1) 全称命题: “ $\forall x \in \mathbf{R}, p(x)$ ”;
 (2) 存在性命题: “ $\exists x \in \mathbf{R}, p(x)$ ”.

5. 设 p : 关于 x 的不等式 $a^x > 1$ 的解集是 $\{x | x < 0\}$; q : 函数 $y = \lg(ax^2 - x + a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 如果“ $p \wedge q$ ”为假, “ $p \vee q$ ”为真, 求实数 a 的取值范围.

对应课时作业见 P₂₀₈

1.3 充要条件与四种命题

对接高考

预案

一网打尽考点

知能梳理

知识梳理

1. 充分条件与必要条件

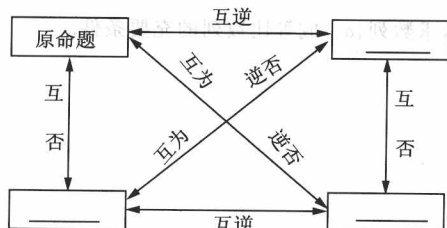
- (1) 如果 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的 _____, q 是 p 的 _____;
- (2) 如果 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p$, 则 p 是 q 的 _____, 记作 _____.

2. 四种命题及其关系

(1) 四种命题

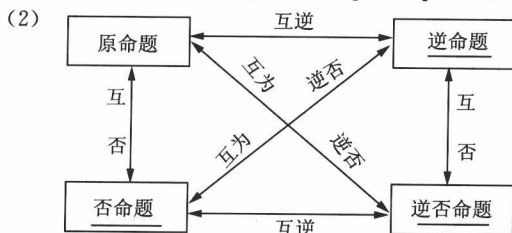
命题	表述形式
原命题	如果 p , 则 q
逆命题	_____
否命题	_____
逆否命题	_____

(2) 四种命题间的关系



(3) 四种形式命题的关系互为逆否的两个命题是

自主对比 1. (1)充分条件 必要条件 (2)充要条件 $p \Leftrightarrow q$ 2. (1)如果 q , 则 p 如果 $\neg p$, 则 $\neg q$ 如果 $\neg q$, 则 $\neg p$



(3) 等价(同真假)

知识回扣

1. 用“充分”“必要”“充要”填空:

(1)集合 $A = \emptyset$ 是 $A \cap B = \emptyset$ 的 _____ 条件;

(2) $x \in A \cup B$ 是 $x \in A$ 或 $x \in B$ 的 _____ 条件;

(3) $a^2 - b^2 = 0$ 是 $a = b$ 的 _____ 条件.

2. 命题“若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$ ”($a, b, c \in \mathbf{R}$) 与它的逆命题、否命题, 逆否命题中, 真命题的个数为 _____.

3. “ $x > y > 0$ ”是“ $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ ”的 _____ 条件.

4. 设 A, B 为两个命题, 若 B 是 $\neg A$ 的必要条件, 但不是充分条件, 那么 A 是 $\neg B$ 的 _____ 条件.

5. 对任意 a, b, c , 有下列命题:

(1)“ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的必要条件;

(2)“ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的必要条件;

(3)“ $ac > bc$ ”是“ $a > b$ ”的充分条件;

(4)“ $ac = bc$ ”是“ $a = b$ ”的充分条件.

其中真命题是 _____.

答案 1. 充分 充要 必要 2. 2 3. 充分不必要

4. 必要不充分 5. (2)

特别提醒

1. 注意命题的否命题与命题的否定的不同.

2. 注意四种命题关系的相对性, 一旦一个命题定为原命题也就相应地有了它的“逆命题”, “否命题”和“逆否命题”.

一比高低 考题

高考再现

1. (2009 上海春) 在空间中, “两条直线没有公共点”是“这两条直线平行”的 _____.

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 即不充分也不必要条件

考向指南

考查空间线线关系, 充要条件的意义.

2. (2008 安徽) $a < 0$ 是方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负数根的 _____.

- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

考向指南

充要条件的判断实质是命题真假的判断.

3. (2007 重庆) 命题“若 $x^2 < 1$, 则 $-1 < x < 1$ ”的逆否命题是 _____.

- A. 若 $x^2 \geq 1$, 则 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$
B. 若 $-1 < x < 1$, 则 $x^2 < 1$
C. 若 $x > 1$ 或 $x < -1$, 则 $x^2 > 1$
D. 若 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$, 则 $x^2 \geq 1$

考向指南

四种命题中逆否命题体现正难则反思想, 应熟练掌握.

研习高考

XUEAN

学案

一鸣惊人 考技

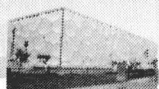
重点突破

一、判断四种命题的真假

例1 已知函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数, $a, b \in \mathbf{R}$,

对命题“若 $a + b \geq 0$, 则 $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$ ”.

(1) 写出逆命题, 判断其真假, 并证明你的结论;



(2) 写出其逆否命题, 判断其真假, 并证明你的结论.

随讲随练

- 判断命题“若 $a \geq 0$, 则 $x^2 + x - a = 0$ 有实根”的逆否命题的真假.

二、充分条件、必要条件判断

例2 在下列各题中, 判断 p 是 q 的什么条件?

- $p: x - 2 = 0; q: (x - 2)(x - 3) = 0$;
- $p: \text{方程 } x^2 - x - m = 0 \text{ 无实根}; q: m < -2$;
- $p: \text{四边形是平行四边形}; q: \text{四边形的对角线互相平分}$.

随讲随练

- 在下列各题中, 判断 A 是 B 的什么条件, 并说明理由.

- $A: |p| \geq 2, p \in \mathbf{R}; B: \text{方程 } x^2 + px + p + 3 = 0 \text{ 有实根}$;
- $A: \text{圆 } x^2 + y^2 = r^2 \text{ 与直线 } ax + by + c = 0 \text{ 相切}; B: c^2 = (a^2 + b^2)r^2$.

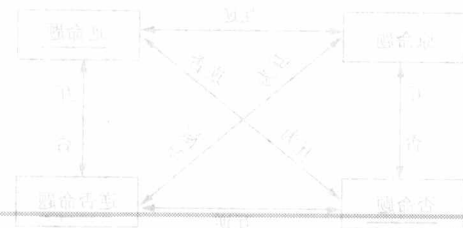
三、充要条件的判断与证明

例3 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = p^n + q$ ($p \neq 0, p \neq 1$), 求数列 $\{a_n\}$ 成等比数列的充要条件.



随讲随练

- 求关于 x 的方程 $x^2 + (2k - 1)x + k^2 = 0$ 的两个实根都大于 1 的充要条件.



一目了然 总结

规律感悟

- 在判断四种命题之间的关系时, 首先要注意分清命题的条件与结论再比较每个命题的条件与结论之间的关系.
- 当一个命题有大前提而要写出其他三种命题时, 必须保留大前提, 也就是大前提不动, 对于由多个并列条件组成的命题, 在写其他三种命题时, 应把其中一个(或 n 个)作为大前提.
- 数学中的定义、公理、公式、定理都是命题, 但命题与定理是有区别的; 命题有真假之分, 而定理都是真的.
- 由充分条件、必要条件的定义可知, 若 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件, 同时 q 是 p 的必要条件.
以下四种说法所表达的意义相同
 - 命题“如果 p , 则 q ”为真;
 - $p \Rightarrow q$;
 - p 是 q 的充分条件;
 - q 是 p 的必要条件.
- 判断条件的常用方法是:
 - 定义法: 即用 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件.
 - 推出法: 用“ $\Rightarrow$ ”, 适用于多个的判断.
 - 集合法: 若 p, q 都可用集合表示, 分别为 A, B , 则当 $A \subseteq B$ 时, p 是 q 的充分条件.
 - 等价法: 正面解决困难时, 可以反面解决, 用逆否命题.

一 试身手 自测

当堂练习

1. $\triangle ABC$ 中, “ $b\cos A = a\cos B$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 为等边三角形” 的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
2. 已知 p 是 r 的充分不必要条件, q 是 r 的充分条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件, 现有下列命题.
① s 是 q 的充要条件;
② p 是 q 的充分不必要条件;
③ r 是 q 的必要不充分条件;
④ $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要不充分条件;
⑤ r 是 s 的充分不必要条件.
则正确命题的序号是 ()
A. ①④⑤ B. ①②④ C. ②③⑤ D. ②④⑤

3. 命题 “若 $x > y$, 则 $x^3 > y^3 - 1$ ” 的否命题为 _____.
4. 有下列四个命题:
① “若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数” 的逆命题.
② “面积相等的三角形全等” 的否命题.
③ “若 $m \leq 1$, 则 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实根” 的逆否命题.
④ “若 $A \cap B = B$, 则 $A \subseteq B$ ” 的逆否命题.
其中真命题是 _____.
5. 求证: 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一正根和一负根的充要条件是 $ac < 0$.

对应课时作业见 P₂₀₉