普通高等教育“十一五”国家级规划教材

简明微积分

第二版

○主　编　李亚杰
○副主编　王建荣　冯素芬　吴　江

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

简明微积分

第二版

主　编　李亚杰
副主编　王建荣　冯素芬　吴　江

高等教育出版社

内容提要

本书是普通高等教育"十一五"国家级规划教材，是在第一版基础上，由一些在高职教育理论研究和数学教学一线具有丰富经验的教师编写而成的。本次修订充分吸取了近年来高职院校在培养应用型人才和数学课程改革方面取得的成功经验，在尽可能保持课程特点的基础上，对教学内容进行了精简、更新和重组，淡化理论性和系统性，加强针对性和实用性，重视学生实践能力的培养，突出数学的工具作用，教材的编写体系与各专业的教学基本需要相适应，体现了数学知识为专业人才培养服务的功能。

本书具有内容适当、实用、简明的特点，可供高等职业院校各类专业使用，也可作为专科学校、广播电视大学、成人院校的教材或参考书。

图书在版编目（CIP）数据

简明微积分/李亚杰主编. —2版. —北京：高等教育出版社，2009.4

ISBN 978-7-04-026390-9

Ⅰ.简…　Ⅱ.李…　Ⅲ.微积分-高等学校-教材　Ⅳ.O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第025307号

策划编辑　邓雁城　**责任编辑**　张耀明　**市场策划**　吕明华　**封面设计**　王凌波
责任绘图　郝　林　**版式设计**　马敬茹　**责任校对**　杨雪莲　**责任印制**　宋克学

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn
总　　机	010-58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landraco.com
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landraco.com.cn
印　　刷	北京人卫印刷厂	畅想教育	http://www.widedu.com
		版　　次	2004年5月第1版
开　　本	787×960　1/16		2009年4月第2版
印　　张	14.25	印　　次	2009年4月第1次印刷
字　　数	260 000	定　　价	22.50元

物料号　26390-00

前　言

《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》指出:“高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分,培养拥护党的基本路线,适应生产、建设、管理、服务第一线需要的德、智、体、美等方面全面发展的高等技术应用性专门人才。”它为高等职业教育人才培养目标进行了准确定位,指明了高等职业教育的发展方向。据此,与之适应的教材应具有多样性、应用性、实践性和区域性的高职特色。

本教材由一些在高职教育理论研究和数学教学一线具有丰富经验的教师编写。它充分吸取了近年来高职院校在培养应用型人才和数学课程改革方面取得的成功经验,在尽可能保持数学学科特点的基础上,对教学内容进行了精简、更新、重组,淡化理论性和系统性,加强针对性和实用性,体现内容适当、实用、简明和工具性的特点,重视学生实践能力的培养,教材的编写体系与不同专业的培养需要相适应,突出数学为专业服务的功能。

在当今科技飞速发展的时代,将数学与计算机应用结合起来解决实际问题,应该成为高职高专学生的一种基本技能。作为探索和尝试,本教材增加了应用 Mathematica 软件的实验和综合应用问题的内容。

本教材主编为北京电子科技职业学院李亚杰。参加本教材编写的还有王建荣、李岩(北京电子科技职业学院)、吴江(北京劳动保障职业学院)、冯素芬、林硕蕾(北京工业职业技术学院)。

由于作者水平有限,时间仓促,错误和不当之处在所难免,恳请同行和读者指正。

2009 年 2 月

目　录

第一章　极限与连续

微积分的核心和基础是极限，极限的思想自始至终贯穿于微积分之中.微积分中的其他一些重要概念，如微分、积分和级数等都是建立在极限概念基础上的.微积分研究的主要对象是函数，研究的主要工具是极限.函数是数学中最重要的基本概念之一，是对变量的变化关系的最基本的数学描述，而极限揭示了变量在一定的变化过程中的终极状态.本章将在复习和加深函数有关知识的基础上，讨论函数极限与函数的连续性等问题.

第一节　函　　数

一、函数的概念

1. 函数的定义

引例1[家庭用电问题]

使用智能型电表的用户每次最多可以购买2000千瓦时的电量.通过表1-1可以了解某家庭某年的用电情况.

表1-1

月　份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
用电量(千瓦时)	98	110	101	89	84	103	121	130	103	90	99	102

引例2[气温变化问题]

气温是随着时间的变化而改变的，图1-1是某气象站用自动温度记录仪记录下来的某地一昼夜的温度变化规律.其中横坐标是时间t(h)，纵坐标是温度T(℃).

引例3[消费问题]

某学生一个月的生活费用为500元，假定他吃饭用去p元，其他消费(如购买学习用品)用去q元，则$p+q=500$.显然饭费p的多少，决定了他的其他消费的额度q，即

$$q=500-p.$$

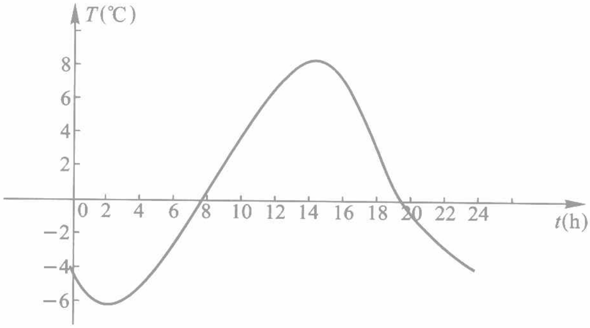


图 1－1

引例 4［乘坐出租汽车的付费问题］

乘坐某种出租汽车，行驶路程不超过 3 km 时，付费 10 元；行驶路程超过 3 km 时，超过部分每 1 km 付费 2 元. 假定汽车行驶中没有等候时间，则付费金额 y 与行驶路程 x 之间的关系为

$$y=\begin{cases}10, & 0<x\leqslant 3,\\ 10+2(x-3), & x>3.\end{cases}$$

以上各引例都体现了在某一特定过程中，两个变量之间的依赖关系（即对应法则）. 两个变量的这种对应关系实质上就是函数关系. 下面给出函数的定义.

定义 1　设 D 是一个实数集，如果对于 D 中的每一个数 x，按照某种对应法则 f，都有唯一确定的数值 y 与之对应，那么 y 就称为定义在数集 D 上的 x 的**函数**，记作 $y=f(x)\,(x\in D)$. x 叫做**自变量**，数集 D 称为函数的**定义域**.

当 x 取一定值 x_0 时，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数在 x_0 点处的**函数值**，记作 $y\Big|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$，当 x 取遍 D 中的一切实数时，对应的函数值的集合 M 称为函数的**值域**.

注意：(1) 从函数的定义可知，函数的定义域和对应法则是确定函数的两个基本要素. 一旦确定了函数的定义域和对应法则，变量关系就确定了. 也就是说，若两个函数定义域相同，对应法则也相同，则将这两个函数视为相同函数，或称这两个函数相等.

(2) 函数的定义域要根据所考虑问题的实际情况来确定. 但在数学上，常常只给出函数的表达式而没有说明实际背景，这时函数的定义域就是使表达式有意义的自变量的取值范围.

例 1　确定下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{x-1}+(x-3)^0$;　　　(2) $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x+2}$.

解　(1) 要使表达式有意义，必须满足偶次方根的被开方数非负、零次幂的底不等于零. 所以

$$\begin{cases}x-1\geqslant 0,\\ x-3\neq 0,\end{cases}\text{即}\begin{cases}x\geqslant 1,\\ x\neq 3.\end{cases}$$

用区间表示函数的定义域为 $[1,3)\cup(3,+\infty)$.

(2) 由于分式的分母不为零才有意义，所以有

$$\begin{cases}9-x^2\geqslant 0,\\ x+2\neq 0,\end{cases}$$

解之得 $-3\leqslant x\leqslant 3$，且 $x\neq -2$. 用区间表示函数的定义域为 $[-3,-2)\cup(-2,3]$.

例 2　判断下列各组中的两个函数是否相同，并说明理由：

(1) $y=\sin^2x+\cos^2x$ 与 $y=1$;　(2) $y=\ln x^2$ 与 $y=2\ln x$.

解　(1) 两个函数的定义域和对应法则都相同，所以它们是相同的函数.

(2) 两个函数定义域不同，所以它们不是相同的函数.

例 3　设函数 $f(x)=2x^2+1$，求 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$，$f(x+\Delta x)-f(x)$.

解　$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=2\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+1=\dfrac{3}{2}$;

$$f(x+\Delta x)-f(x)=[2(x+\Delta x)^2+1]-(2x^2+1)=4x\cdot\Delta x+2(\Delta x)^2.$$

2. 函数的表示法

常用的表示函数的方法有表格法、图形法和公式法.

表格法　把一系列自变量的值和与之对应的函数值列成表格来表示函数关系的方法，叫做表格法. 如引例 1.

图形法　用直角坐标系中的点或曲线来表示函数的方法叫做图形法. 如引例 2.

公式法　直接用公式表达两个变量之间函数关系的方法叫做公式法. 如引例 3、引例 4.

其中引例 4 中的函数，在自变量不同的取值范围内采用了不同的式子来表示，称之为**分段函数**. 分段函数是用几个式子合起来表示一个函数，而不是表示几个函数. 它的定义域是各段自变量取值集合的并.

在函数的公式表示法中，还有以下几种常见的情形：

(1) **隐函数**　形如 $y=f(x)$ 表示的函数，称之为显函数. 如 $y=1-x^2$，$y=\ln(2x+3)$ 等. 而有些函数，它的两个变量 x 和 y 之间的函数关系是用一个方程

$F(x,y)=0$表示的,称之为隐函数.如 $x^2+y^2=r^2$,$e^{x+y}-xy=0$ 等.

特别地,把形如 $y=[f(x)]^{g(x)}$ 的函数称为**幂指函数**.其中底数部分和指数部分都是自变量 x 的表达式.如函数 $y=(1+x)^x$,$y=x^{\sin x}$等.

(2) **参数方程表示的函数** 一般地,若参数方程

$$\begin{cases} x=x(t), \\ y=y(t), \end{cases} \tag{1}$$

通过变量 t 确定了 y 与 x 间的函数关系,则称此函数关系所表示的函数为由参数方程(1)所确定的函数.

函数的上述三种表示法各有优缺点,在解决实际问题时,应根据问题的特点选用适当的方法,或者结合使用.

例 4 设函数 $f(x)=\begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & |x|\leqslant 1, \\ x^2-1, & 1<|x|<2. \end{cases}$ 求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$,$f(-\sqrt{2})$及函数的定义域.

解 因为 $\left|\frac{1}{2}\right|<1$,所以 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$;

因为 $1<|-\sqrt{2}|<2$,所以 $f(-\sqrt{2})=(-\sqrt{2})^2-1=1$;

函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-2,2)$.

3. 反函数

引例 5[**男子 10000m 的世界纪录**]

1989 年 8 月 18 日,墨西哥人阿图罗·巴里奥斯以 27 min 8.23 s 的成绩创造了男子 10000 m 的世界纪录.表 1-2 记录了他每间隔 2000 m 所用的时间,其中 $f(d)$是巴里奥斯跑完比赛的前 d m 时所用的秒数.问:巴里奥斯在跑完前 6000 m 所用的时间是多少?

表 1-2

d(单位:m)	0	2000	4000	6000	8000	10000
$f(d)$(单位:s)	0.00	325.90	650.10	975.50	1307.00	1628.23

从上表可知,巴里奥斯跑完前 6000 m 所用的时间是 975.50 s,即 $f(6000)=975.5$.

现在将这个问题换一个角度来考虑,即巴里奥斯在比赛的前 975.5 s 内跑了多远?答案显然是 6000 m,这种反过来根据所用时间去求位移所得到的函数称为 f 的反函数.

定义 2 设函数 $y=f(x)$是定义在 D 上的函数,值域为 M,若对于 M 中的每一个数 y,通过关系式 $y=f(x)$都有唯一确定的数值 x 与之对应,这就在数集 M

上定义了一个关于 y 的函数，这个函数称为函数 $y=f(x)$ 的**反函数**，记作 $x=f^{-1}(y)$ $(y\in M)$.

按习惯记法，函数 $y=f(x)$ 的反函数常记作

$$y=f^{-1}(x),\ x\in M.$$

函数 $y=f(x)$ 的定义域就是其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域；函数 $y=f(x)$ 的值域就是其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域.

函数 $y=f(x)$ 的图像与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

例 5 求函数 $y=2^x+1$ 的反函数.

解 由 $y=2^x+1$ 解得 $2^x=y-1$，化成对数式，得 $x=\log_2(y-1)(y>1)$，将字母 x,y 互换，则函数 $y=2^x+1$ 的反函数为 $y=\log_2(x-1)(x>1)$.

二、函数的简单性质

1. 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称，如果对于任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=-f(x)$，则称 $f(x)$ 为**奇函数**；如果对于任意 $x\in D$，都有 $f(-x)=f(x)$，则称 $f(x)$ 为**偶函数**.

奇函数的图像关于坐标原点对称（图 1－2），偶函数的图像关于 y 轴对称（图 1－3）.

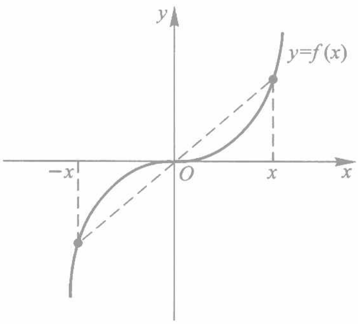


图 1－2

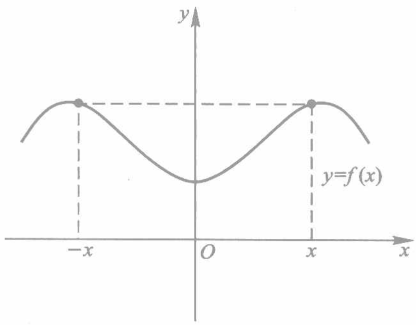


图 1－3

2. 函数的单调性

如果函数 $y=f(x)$ 对于区间 (a,b) 内的任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，恒有 $f(x_1)<f(x_2)$（或 $f(x_1)>f(x_2)$），则称函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内**单调增加**（或**单调减少**），区间 (a,b) 称为函数 $f(x)$ 的**单调增加区间**（或**单调减少区间**）.

单调增加区间与单调减少区间统称为**单调区间**. 单调增加函数的图像沿 x 轴正向逐渐上升；单调减少函数的图像沿 x 轴正向逐渐下降.

例如,由图 1－4 可知,函数 $y=x^2$ 在区间$(0,+\infty)$内是单调增加的,在区间$(-\infty,0)$内是单调减少的,在定义域$(-\infty,+\infty)$内不是单调函数.

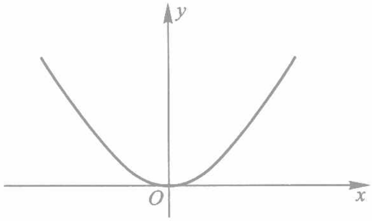


图 1－4

问题 1［需求函数］ 经济学中,某一商品的需求量是指在一定的价格水平下,消费者愿意而且有支付能力购买的商品量. 市场上,一种商品的需求往往受很多因素的影响,如该商品的价格、消费者的收入、季节的变换以及消费者的偏好等. 为了使研究的问题简化,我们假定除商品的价格以外的其他因素都保持不变,只有商品的价格影响需求. 这时,商品的需求量 Q 可以看成是商品价格 p 的函数,称为**需求函数**,记作

$$Q=\varphi(p).$$

一般情况下,商品的价格越低,需求量越大;商品的价格越高,需求量越小. 因此,需求函数是单调减少函数. 商场可通过采取降低价格、增加商品的销售量(需求量)的营销策略,增加销售收入.

问题 2［成本函数］ 成本是指生产特定数量的产品所需要的总费用. 它包括固定成本和可变成本. 固定成本是尚未生产产品时的支出,在一定限度内是不随产量变动而变动的费用,如厂房费用、机器折旧费用、管理人员的工资等. 可变成本是随产量变动而变动的费用,如原材料、燃料、生产工人的工资等.

设 Q 表示产量,C 表示成本,则 C 与 Q 之间的函数关系称为成本函数,记作

$$C=C(Q)=C_0+V(Q),Q\geqslant 0,$$

其中 $C_0\geqslant 0$ 是固定成本,$V(Q)$是可变成本.

由于当产量增加时,成本必然增加,所以成本函数是单调增加函数.

3. 函数的周期性

对于函数 $f(x)$,若存在一个常数 $T\neq 0$,使得对于定义域内的一切 x 都有 $f(x+T)=f(x)$ 成立,则称 $f(x)$ 为**周期函数**,T 称为 $f(x)$ 的一个**周期**. 满足这个关系式的最小正数 T,称为 $f(x)$ 的**最小正周期**,通常我们说周期函数的周期是指它的最小正周期.

例如,$y=\sin x$ 是以 2π 为周期的周期函数;$y=\tan x$ 是以 π 为周期的周期函数.

4. 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 在区间(a,b)内有定义. 如果存在一个正数 M,使得对于区间(a,b)内的一切 x 都有 $|f(x)|\leqslant M$,则称函数 $f(x)$ 在区间(a,b)内**有界**. 如果这样的 M 不存在,就称函数 $f(x)$ 在区间(a,b)内**无界**.

例如,函数 $y=\cos x$ 在$(-\infty,+\infty)$内是有界的,因为对任意实数 x,恒有

$|\cos x|\leqslant 1$；函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 内是无界的，而在 $[1,+\infty)$ 上是有界的.

三、基本初等函数

常函数 $y=C$（C 是常数）

幂函数 $y=x^{\alpha}$（α 是常数）

指数函数 $y=a^{x}$（a 是常数且 $a>0,a\neq 1$）

对数函数 $y=\log_a x$（a 是常数且 $a>0,a\neq 1$）

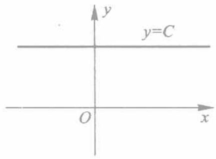
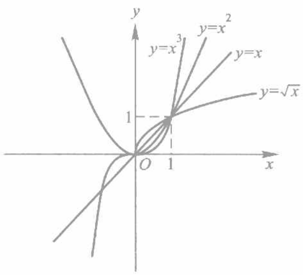
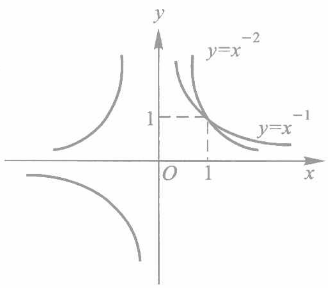
三角函数 $y=\sin x,y=\cos x,y=\tan x,y=\cot x$

反三角函数 $y=\arcsin x,y=\arccos x,y=\arctan x,y=\operatorname{arccot} x$

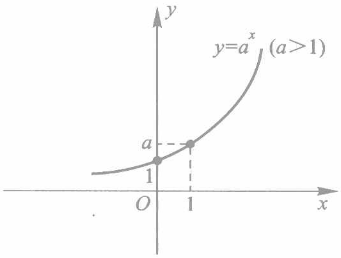
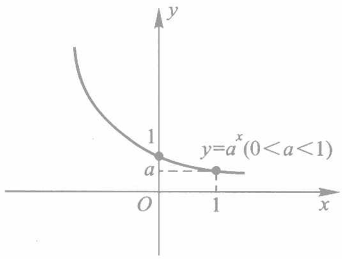
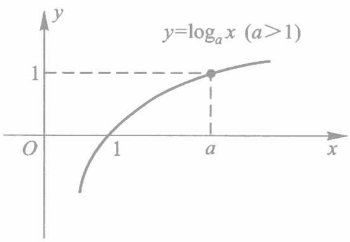
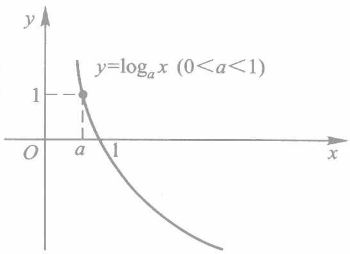
以上六种函数统称为**基本初等函数**.

有关基本初等函数的图像及主要性质见表 1－3

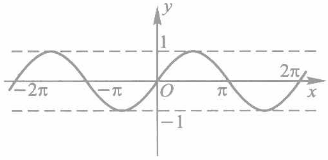
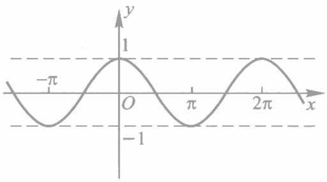
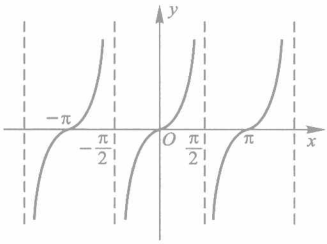
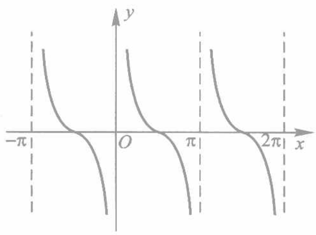
表 1－3

名称	函数	定义域与值域	图像	特性
常函数	$y=C$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\{c\}$		偶函数，有界
幂函数	$y=x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，单调增加
	$y=x^2$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		偶函数，在 $(-\infty,0)$ 单调减少，在 $(0,+\infty)$ 单调增加
	$y=x^3$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，单调增加
	$y=\sqrt{x}$	$x\in[0,+\infty)$ $y\in[0,+\infty)$		非奇非偶函数，单调增加
	$y=x^{-1}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$		奇函数，在 $(-\infty,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 都是单调减少的
	$y=x^{-2}$	$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		偶函数，在 $(-\infty,0)$ 单调增加，在 $(0,+\infty)$ 单调减少

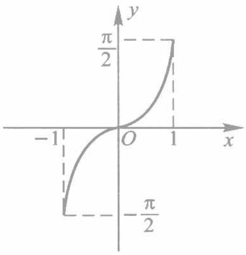
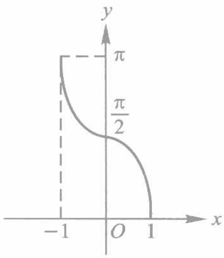
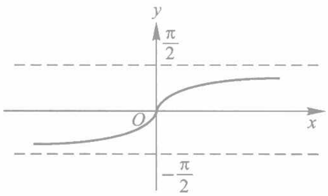
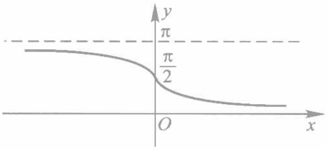
续表

名称	函数	定义域与值域	图　　像	特　　性
指数函数	$y=a^x$ $(a>1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		非奇非偶函数，单调增加
指数函数	$y=a^x$ $(0<a<1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		非奇非偶函数，单调减少
对数函数	$y=\log_a x$ $(a>1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		非奇非偶函数，单调增加
	$y=\log_a x$ $(0<a<1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		非奇非偶函数，单调减少

续表

名称	函数	定义域与值域	图　　像	特　　性
三角函数	$y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数，周期 2π，有界，在 $\left(2k\pi-\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加，在 $\left(2k\pi+\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right)$ 内单调减少，$k\in\mathbf{Z}$
	$y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数，周期 2π，有界，在 $(2k\pi,2k\pi+\pi)$ 内单调减少，在 $(2k\pi+\pi,2k\pi+2\pi)$ 内单调增加，$k\in\mathbf{Z}$
	$y=\tan x$	$x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}$， $(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期 π，在 $\left(k\pi-\dfrac{\pi}{2},k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)$ 内单调增加，$k\in\mathbf{Z}$
	$y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期 π，在 $(k\pi,k\pi+\pi)$ 内单调减少，$k\in\mathbf{Z}$

续表

名称	函数	定义域与值域	图像	特性
反三角函数	$y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$		奇函数,单调增加,有界
	$y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$		非奇非偶函数,单调减少,有界
	$y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$		奇函数,单调增加,有界
	$y=\text{arccot}\, x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$		非奇非偶函数,单调减少,有界

四、复合函数

引例 6[公司员工的工资]

某公司员工的工资占公司利润的若干比例,而公司的利润又取决于所销售商品的数量,因此,该公司员工的工资由所销售商品的数量决定.

一般地,对于这种在一个变化过程中有着确定对应关系的三个变量,给出下面定义.

定义 3　设 y 是 u 的函数 $y=f(u)$,而 u 又是 x 的函数 $u=\varphi(x)$,且 $u=$

$\varphi(x)$的值域包含在函数$y=f(u)$的定义域内,那么y通过u的联系而成为x的函数,我们称这样的函数是由$y=f(u)$和$u=\varphi(x)$复合而成的函数,称为**复合函数**. 记作$y=f[\varphi(x)]$,其中u称作**中间变量**.

注意:(1) 不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数. 例如,$y=\arcsin u$及$u=2+x^2$就不能复合成一个复合函数. 因为u的值域为$[2,+\infty)$,不包含在$y=\arcsin u$的定义域$[-1,1]$内,因而不能复合.

(2) 复合函数不仅可由两个函数,也可以由多个函数复合而成. 正确分析复合函数的构成,是今后正确运用求导法则的基础.

例 6 指出下列函数是由哪些函数复合而成的:

(1) $y=(2x-3)^7$;　(2) $y=\sqrt{\ln(x+1)}$;　(3) $y=e^{\arcsin x^2}$.

解 (1) $y=(2x-3)^7$是由函数$y=u^7$,$u=2x-3$复合而成的.

(2) $y=\sqrt{\ln(x+1)}$是由函数$y=\sqrt{u}$,$u=\ln v$,$v=(x+1)$复合而成的.

(3) $y=e^{\arcsin x^2}$是由函数$y=e^u$,$u=\arcsin v$,$v=x^2$复合而成的.

五、初等函数

定义 4 由基本初等函数经过有限次四则运算或有限次复合所构成,并可用一个式子表示的函数叫做**初等函数**.

例如,$y=ax^2+bx+c$,$y=\sqrt{\ln(\cos^3 x)}$,$y=\arcsin\dfrac{1}{x}$等都是初等函数.

分段函数若可以用一个式子表示,则为初等函数,否则不是.

例如,$y=|x|=\sqrt{x^2}=\begin{cases}x, & x>0,\\ 0, & x=0,\\ -x, & x<0\end{cases}$是初等函数,它可以看作是由函数$y=\sqrt{u}$和$u=x^2$复合而成的函数. 而$y=\begin{cases}x+5, & x>0,\\ x-5, & x<0\end{cases}$不能用一个式子表示,所以不是初等函数.

再如,$y=1+x+x^2+x^3+\cdots+x^n+\cdots$,由于该函数不是经过有限次运算所构成的,所以不是初等函数.

习题 1－1

1. 求下列函数的定义域:

(1) $f(x)=\sqrt{16-x^2}$;　(2) $f(x)=\dfrac{3}{7x^2+3x}$;　(3) $f(x)=\lg(4x-3)$;

(4) $f(x)=\ln\dfrac{1}{1-x}+\sqrt{x+2}$;　(5) $f(x)=\sqrt{1-x}+\dfrac{1}{\log_3 x}$.